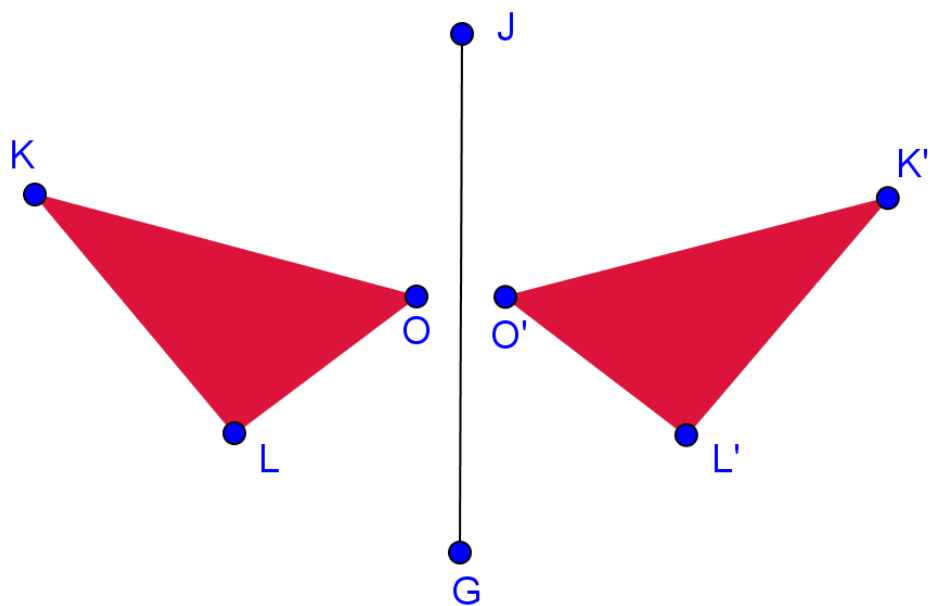


MATEMATICĂ ȘI ȘTIINȚE

clasele VI-VIII



Simetria axială

Manualul Profesorului
Indicații metodologice
de utilizare
Partea I



I. Lista figurilor	3
II. Informații generale despre pachetul educațional ”Simetria axială”	5
III. Modulul 1: Simetria axială. Lecții de inițiere	7
III.1. Aplicația 1. Joc de desenare.....	7
III.2. Aplicația 2. Figuri geometrice simetrice față de o dreaptă	9
III.3. Aplicația 3. Test de autoevaluare	18
IV. Modulul 2: Aplicații interdisciplinare. Reflexia în oglinzile plane	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
IV.1. Aplicația 4. Formarea imaginilor în oglinzile plane. Eroare! Marcaj în document nedefinit.	
IV.2. Aplicația 5. Caleidoscop virtual	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
IV.3. Aplicația 6. Figuri cu mai multe axe de simetrie....	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
V. Modulul 3. Teme de sinteză. Axe de simetrie	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
V.1. Aplicația 7. Axele de simetrie ale unei figuri geometrice	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
V.2. Aplicația 8. Test de autoevaluare. Teme de sinteză	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
V.3. Aplicația 9. Joc: Caleidoscopul cu întrebări.....	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
VI. Realizator	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
VII. Referințe	Eroare! Marcaj în document nedefinit.

I. LISTA FIGURILOR

Figura 1. Lansarea jocului de desenare	8
Figura 2. Joc de desenare. Desen realizat de elevi	9
Figura 3. Lansarea aplicației ” Figuri geometrice simetrice față de o dreaptă”	10
Figura 4. Moment introductiv interactiv	10
Figura 5. Generator de puncte simetrice față de o dreaptă.....	11
Figura 6. Generator de figuri simetrice față de o dreaptă.....	12
Figura 7. Definierea simetricului unui punct față de o dreaptă	12
Figura 8. Definierea simetriei. Moment interactiv	13
Figura 9. Problematizare. Congruența unor segmente	13
Figura 10. Indicații pentru rezolvarea problemei	14
Figura 11. Simetricul unui segment față de o dreaptă.....	14
Figura 12. Afișarea unei rezolvări a problemei.....	15
Figura 13. Simetricul unei figuri geometrice.....	15
Figura 14. Simetricul unui triunghi față de o dreaptă	16
Figura 15. Rezolvarea problemei.....	16
Figura 16. Simetricul unui triunghi. Finalizare	17
Figura 17. Joc. Construiește brăduțul!	17
Figura 18. Joc. Împodobește brăduțul.....	18
Figura 19. Finalizarea jocului	18
Figura 20. Moment introductiv de reactualizare a cunoștințelor	19
Figura 21. Problema 1. Enunț.....	20
Figura 22. Problema 1. Rezolvare	20
Figura 23. Problema 2. Notăție	21
Figura 24. Problema 2. Rezolvare	21
Figura 25. Problema 3. Enunț și reprezentare	22
Figura 26. Problema 3. Indicație de rezolvare.....	22
Figura 27. Problema 4. Enunț.....	23
Figura 28. Problema 4. Răspuns	23
Figura 29. Problema 5. Enunț.....	24
Figura 30. Problema 5. Răspuns	24
Figura 31. Problema 6. Enunț.....	25
Figura 32. Problema 6. Indicație de rezolvare.....	25
Figura 33. Problema 6. Răspunsuri	26
Figura 34. Problema 7. Enunț.....	26
Figura 35. Problema 7. Indicație de rezolvare.....	27
Figura 36. Joc de formare de cuvinte	27
Figura 37. Rezolvarea jocului.....	28
Figura 38. Imagini într-o oglindă plană.....	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 39. Imaginea în oglindă și simetria axială.....	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 40. Modelul razei de lumină reflectate	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 41. Formarea imaginii	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 42. Două raze reflectate	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 43. Poziționarea imaginii. Problematizare	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 44. Poziționarea imaginii. Indicații de rezolvare	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 45. Imagini în două oglinzi perpendiculare	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 46. Modelul imaginilor multiple	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 47. Formarea imaginilor multiple	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 48. Localizarea imaginii secundare	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 49. Imagini multiple. Problema 1.....	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 50. Problema 1. Răspuns	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 51. Imagini multiple. Problema 2.....	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 52. Problema 2. Răspuns	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 53. Caleidoscop virtual. Problema 3	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 54. Problema 3. Răspuns	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 55. Caleidoscop virtual. Introducere	Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 56. Caleidoscop virtual. Problematizare	Eroare! Marcaj în document nedefinit.

- Figura 57. Caleidoscop virtual. InteractivitateEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 58. Imagine obținută prin reflexii succesive în două oglinzi plane.....Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 59. Generator de figuri cu axe de simetrieEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 60. Modificarea numărului de axe de simetrieEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 61. Utilizarea casetei pentru introducerea răspunsuluiEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 62. Feedback-ul aplicației la introducerea răspunsului corectEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 63. Definirea axei de simetrie. Exemplificare interactivă..Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 64. Axele de simetrie ale unui cerc. ProblematizareEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 65. Axele de simetrie ale cercului. Indicație de rezolvare a problemei Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 66. Axa de simetrie a triunghiului isoscelEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 67. Axa de simetrie a triunghiului isoscel. Indicație de rezolvare..Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 68. Axele de simetrie ale rombuluiEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 69. Axele de simetrie ale rombului. Reducerea la o problemă anterior rezolvată.....Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 70. Axele de simetrie ale triunghiului echilateral.....Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 71. Axele de simetrie ale triunghiului echilateral. Rezolvare.....Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 72. Axa de simetrie a unui trapez isoscelEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 73. Axa de simetrie a unui trapez isoscel. Reprezentare..Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 74. Axa de simetrie a unui trapez isoscel. Demonstrație .Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 75. Axele de simetrie ale dreptunghiuluiEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 76. Axele de simetrie ale dreptunghiului. Reprezentare ...Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 77. Axele de simetrie ale dreptunghiului. IndicațieEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 78. A doua axă de simetrie a dreptunghiuluiEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 79. Axele de simetrie ale pătratuluiEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 80. Axele de simetrie ale pătratului. Soluție.....Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 81. Axele de simetrie ale pătratului. Reprezentare.....Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 82. Axele de simetrie ale unui poligon regulat. Indicație ..Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 83. Axele de simetrie ale unui poligon regulat (1)Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 84. Axele de simetrie ale unui poligon regulat (2)Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 85. Axele de simetrie ale unui poligon. ProblemăEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 86. Axele de simetrie ale unui poligon. RăspunsEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 87. Figuri cu mai multe axe de simetrie. AnimațieEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 88. Instrucțiuni la lansarea testuluiEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 89. Problema 1. Simetricul unui punct față de axele de coordonate Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 90. Problema 1. Simetricul față de axa Ox.....Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 91. Problema 1. Simetricul față de axa OyEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 92. Problema 1. Simetricul față de axa Oy a simetricului față de Ox..... Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 93. Problema 2. Lungimea unui segmentEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 94. Problema 2. Simetricul unui segment față de axa Ox.Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 95. Problema 2. Simetricul unui segment față de axa Oy.Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 96. Problema 2. Simetricul simetricului unui segmentEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 97. Problema 3. Aria unui triunghi.....Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 98. Problema 3. Aria triunghiului. Indicație și răspunsEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 99. Problema 3. Simetricul unui triunghi față de axa Ox ..Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 100. Problema 3. Simetricul unui triunghi față de axa Oy Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 101. Problema 3. Simetricul simetricului unui triunghi.....Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 102. Problema 4. Coliniaritate.....Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 103. Problema 4. Indicație de rezolvareEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 104. Problema 5. Paralelogram sau dreptunghi?Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 105. Problema 5. Indicație de rezolvareEroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 106. Problema 6. Aria suprafeței comune.....Eroare! Marcaj în document nedefinit.
- Figura 107. Problema 6. Indicație de rezolvare (1)Eroare! Marcaj în document nedefinit.

Simetria axială

- Figura 108. Problema 6. Indicație de rezolvare (2)**Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 109. Problema 6. RăspunsEroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 110. Interfața jocului "Caleidoscopul cu întrebări"Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 111. Introducerea răspunsului și primirea feedback-ului.Eroare! Marcaj în document nedefinit.
Figura 112. Introducerea răspunsului în formă zecimalăEroare! Marcaj în document nedefinit.

II. INFORMAȚII GENERALE DESPRE PACHETUL EDUCAȚIONAL "SIMETRIA AXIALĂ"

Tema *Simetria față de o dreaptă* face parte din conținuturile de învățare propuse la disciplina *Matematică*, conform programei școlare pentru gimnaziu [1]. Aplicațiile interactive pe care le oferim prin pachetul educațional "**Simetria axială**" au rolul de a facilita introducerea unor noțiuni geometrice noi și de a oferi suport în formarea capacității elevilor de a formula și rezolva probleme. Pachetul conține jocuri educaționale adecvate obiectivelor lecțiilor, care să favorizeze crearea unui mediu de învățare atractiv și plăcut pentru elevi. Abordarea propusă este interdisciplinară, realizându-se conexiunea dintre proprietățile simetriei axiale și fenomenul reflexiei în oglinzile plane. Elevii sunt antrenați în rezolvarea unor probleme de matematică, dar și în rezolvarea unor probleme de optică geometrică, având prilejul de a-și valorifica cunoștințele de geometrie în situații practice, reale.

Activitățile de învățare propuse vizează formarea competențelor generale stabilite de programele de matematică și fizică pentru gimnaziu, cu accent pe formarea competențelor specifice derivate din acestea [1-2]. În proiectarea aplicațiilor au fost luate în considerație rezultatele cercetărilor în domeniul psihologiei cognitive, referitoare la învățarea eficientă prin utilizarea unor instrumente multimedia [3]. A fost evitată supraîncărcarea cu informații a panourilor aplicațiilor și au fost valorificate elementele de interactivitate puse la dispoziție de software-ul *GeoGebra*, utilizat pentru crearea aplicațiilor oferite prin pachetul educațional "**Simetria axială**".

Ce este GeoGebra?

Software-ul *GeoGebra* are la bază un sistem de geometrie dinamică interconectat cu un sistem de calcul algebric, fiind creat special pentru a oferi un mediu interactiv de învățare a matematicii. În prezent, *GeoGebra* are milioane de utilizatori, în sute de țări [4].

Cum accesați și utilizați aplicațiile din pachetul "Simetria axială"?

Cele nouă aplicații ale pachetului educațional "**Simetria axială**" au fost publicate sub forma unei cărți *GeoGebra*, accesibilă la acest [link](#). După selectarea aplicației dorite, aceasta poate fi descărcată pe calculatorul propriu, sau poate fi utilizată online. Pentru trecerea de la un moment la altul al lecției, elevul va acționa cursoarele incluse în panourile aplicației. Figurile realizate cu *GeoGebra* sunt dinamice, astfel că elementele grafice pot fi rearanjate de către utilizator, generându-se configurații noi, care să respecte condițiile impuse. Panourile aplicației conțin casete de validare, care permit afișarea sau ascunderea unor elemente grafice, precum și casete pentru introducerea unor date.

Testele de evaluare oferite în cadrul pachetului sunt generate dinamic. Astfel, la fiecare rulare problemele vor avea date diferite, iar reprezentările grafice vor corespunde datelor generate. Pentru fiecare problemă, elevul poate primi indicații de rezolvare sau răspunsurile corecte, pentru verificare. Elevii au posibilitatea de a rezolva de mai multe ori testele de autoevaluare, până la înțelegerea corectă a noțiunilor studiate.

Aplicațiile din pachetul "**Simetria axială**" au fost grupate în 3 module:

- Simetria axială. Lecții de inițiere
- Reflexia în oglinzile plane. Aplicații interdisciplinare

Simetria axială

- Axe de simetrie. Lecții de sinteză.

III. MODULUL 1: SIMETRIA AXIALĂ. LECȚII DE ÎNȚIERE

Materia	Matematică
Modulul 1	Simetria axială. Lecții de inițiere
Clasa	a VI-a, a VII-a
Scurtă descriere a materialului	Primul modul are ca obiectiv introducerea noțiunii de simetrie axială și demonstrarea unor proprietăți ale simetriei axiale. Modulul pune la dispoziție trei aplicații realizate cu <i>GeoGebra</i> .
Cunoștințe științifice / teoretice necesare la începutul lecției	Pentru parcurgerea lecțiilor elevul trebuie să cunoască: <ul style="list-style-type: none"> - noțiunea de mediatoare a unui segment - cazurile de congruență ale triunghiurilor - condițiile de coliniaritate a trei puncte - utilizarea coordonatelor carteziane - calculul ariei unui triunghi
Cuvinte-cheie	Simetrie axială, mediatoare, triunghiuri congruente, coordonate carteziane, arii
Componentele modului	Joc de desenare. Definirea simetricului unui punct față de o dreaptă și reprezentarea geometrică dinamică, corespunzătoare definiției. Învățare prin rezolvare de probleme: simetricul unui segment față de o dreaptă, simetricul unui triunghi față de o dreaptă. Joc de construcție a unui desen cu axă de simetrie, prin deplasarea și aranjarea unor poligoane. Test de autoevaluare cu itemi și reprezentări grafice generate dinamic. Joc cu formare de cuvinte
Timp total	100 min



III.1. Aplicația 1. Joc de desenare

Obiectiv	Captarea atenției elevului și familiarizarea cu tema studiată
Durata în timp pentru utilizarea la clasă	5 min

Descrierea conținutului	În descrierea de mai jos
Reprezentare vizuală a lecției la care se referă aplicația (capturi de ecran)	În descrierea de mai jos
Instrucțiuni de utilizare	În descrierea de mai jos
Tipul de itemi de învățare	Text, Imagini, Simulare, Activitate de desenare

Descrierea aplicației ”Joc de desenare”

Această aplicație oferă elevilor posibilitatea de a realiza diferite desene care au o axă de simetrie. În panoul din stânga al aplicației sunt prezentate instrucțiunile, iar în panoul din dreapta este reprezentată axa de simetrie a desenului care va fi creat de elev (Figura 1).

Elevul va acționa butonul de desenare liberă , apoi va desena diferite forme în panoul din dreapta, în unul din semiplanele determinate de axa de simetrie. După acționarea butonului  se va obține simetricul liniei sau liniilor trasate, în raport cu axa de simetrie, în modul următor: mai întâi se dă *click* pe linia trasată, apoi pe axa de simetrie. Figura 2 prezintă un desen realizat de elevi în această aplicație.

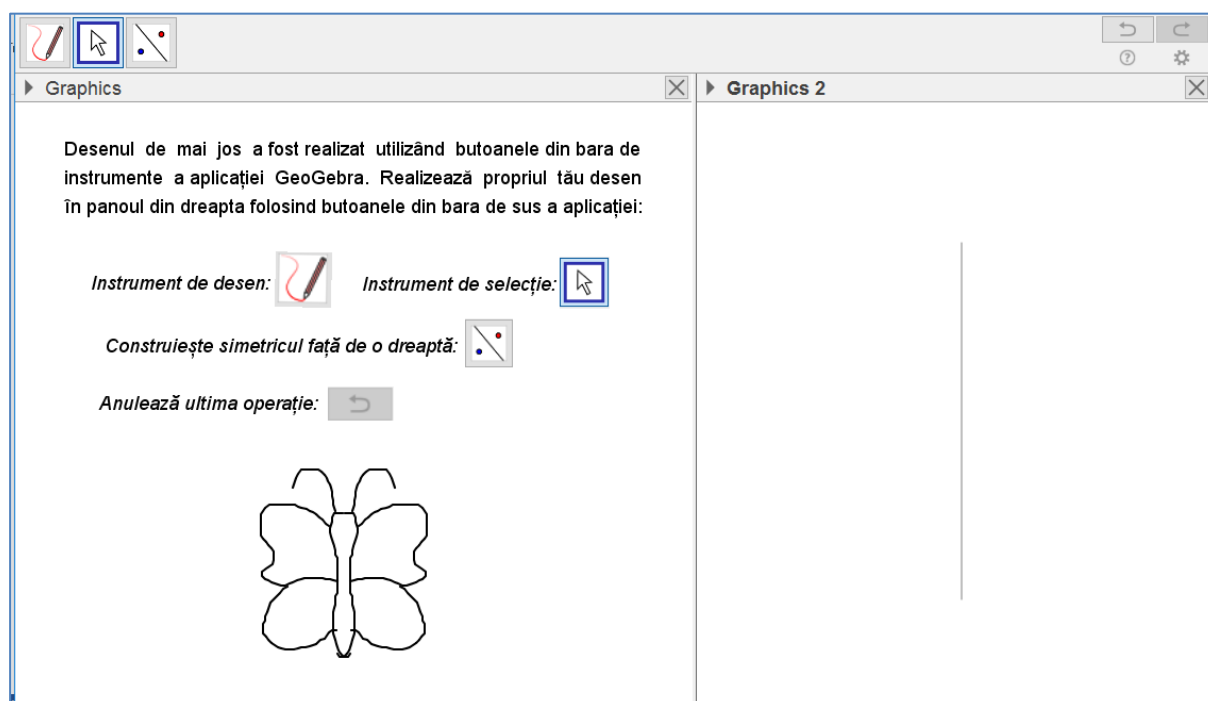


Figura 1. Lansarea jocului de desenare

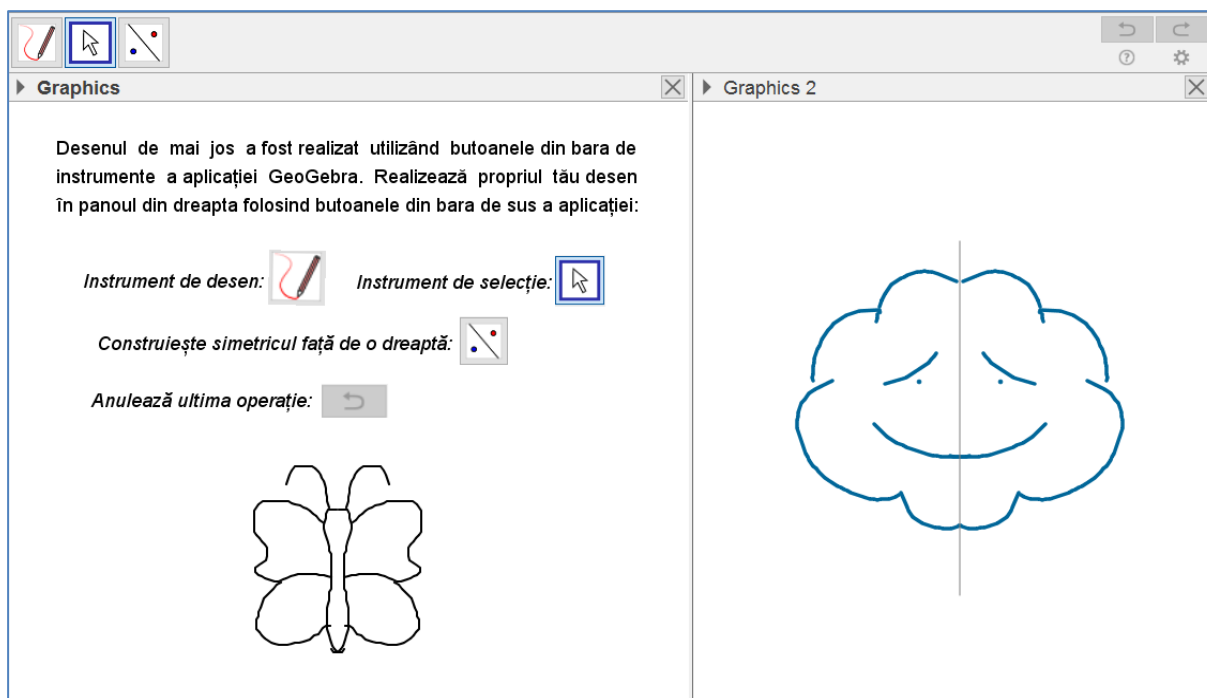


Figura 2. Joc de desenare. Desen realizat de elevi

Jocul de desenare poate fi folosit la începutul modului, pentru captarea atenției elevilor și familiarizarea cu subiectul, sau pe parcursul lecției, dacă este nevoie de un mic moment de relaxare. Folosind aplicația, se pot organiza concursuri de desen între elevi. Elevii care nu concurează vor forma juriul competiției.

III.2. Aplicația 2. Figuri geometrice simetrice față de o dreaptă

Obiectiv	Definirea simetricului unui punct față de o dreaptă și deducerea unor consecințe, prin problematizare
Durata în timp pentru utilizarea la clasă	45 min
Descrierea conținutului	În descrierea de mai jos
Reprezentare vizuală a lecției la care se referă aplicația (capturi de ecran)	În descrierea de mai jos
Instrucțiuni de utilizare	În descrierea de mai jos
Tipul de itemi de învățare	Text, Imagini, Simulare, Rezolvare de probleme

Descrierea aplicației ” Figuri geometrice simetrice față de o dreaptă”

Pentru a naviga în cadrul acestei aplicații, se deplasează cursorul din panoul din stânga (Figura 3). După anunțarea temei lecției, urmează un moment introductiv interactiv. Punctele reprezentate în panoul din stânga, notate cu K, O, L, J, G pot fi deplasate de elev, iar aplicația va re-poziționa de fiecare dată punctele K', O' și L' , astfel ca acestea să fie simetricele punctelor K, O și L față de dreapta JG (Figura 4). În timp ce elevii mută câte unul din cele 6 puncte, se observă și se discută modul în care sunt plasate perechile de puncte față de dreapta GJ . Elevii pot observa că dreapta GJ este mediatoarea segmentelor determinate de anumite perechi de puncte. Elevii sunt solicitați să dea exemple de simetrii întâlnite în natură.

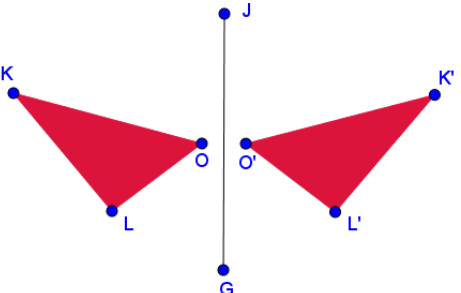
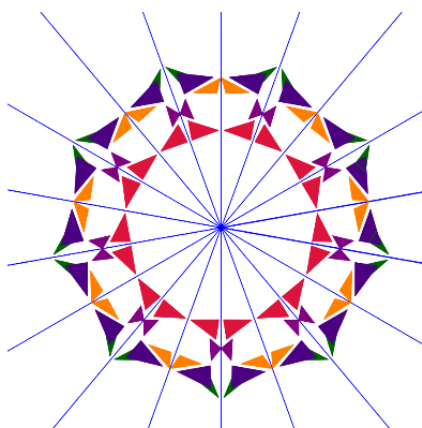
<p><i>Bun venit în lumea fascinantă a simetriei! În următoarele lecții vom studia câteva aspecte importante referitoare la simetria față de o dreaptă și vom aplica proprietățile simetriei pentru a înțelege modul de formare a imaginilor în oglinzile plane. În final, vom explora teritoriul uimitor în care Matematica se întâlnește cu Arta.</i></p>  <p>1</p> <p>Pentru a avansa, deplasează spre dreapta cursorul.</p>	 <p>Poți obține o imagine asemănătoare celei de mai sus folosind două oglinzi și câteva triunghiuri mici de hârtie colorată.</p>
--	---

Figura 3. Lansarea aplicației ” Figuri geometrice simetrice față de o dreaptă”

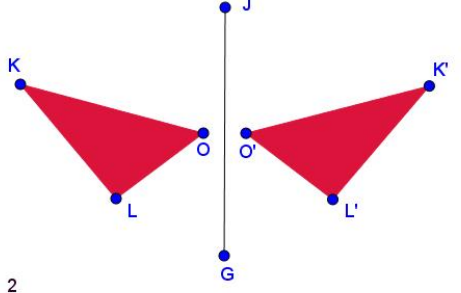
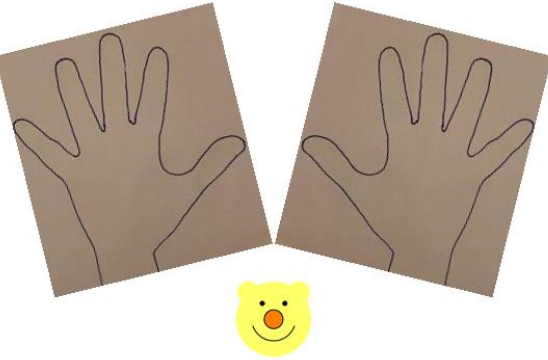
<p>În figura de mai jos, punctele L', O' și K' sunt simetricele punctelor L, O, respectiv K față de dreapta GJ. Poți deplasa punctele L, O, K, J și G și vei observa cum se modifică poziția punctelor L', O' și K'.</p>  <p>2</p> <p>Pentru a avansa, deplasează spre dreapta cursorul.</p>	<p><i>Simetria este o proprietate frecvent întâlnită în natură. Ai putea da câteva exemple de simetrii din lumea reală?</i></p> 
--	--

Figura 4. Moment introductiv interactiv

În funcție de răspunsurile elevilor, momentul introductiv poate dura între 5 și 10 minute. În următorul moment al lecției, aplicația oferă reprezentarea a n puncte, generate aleatoriu, și a simetricile lor față de o dreaptă. Cu ajutorul cursorului albastru, elevul poate modifica numărul n de puncte reprezentate (Figura 5). La fiecare deplasare a cursorului, aplicația generează noi puncte, în poziții diferite. Întrebarea cheie a momentului este: "Ce înțelegem prin simetricul unui punct față de o dreaptă?"

Următorul moment al lecției permite afișarea liniilor poligonale închise determinate de punctele generate aleatoriu, obținându-se figuri geometrice simetrice (Figura 6). Întrebarea acestui moment este: "Ce înțelegem prin simetricul unei figuri geometrice față de o dreaptă?". Durata de utilizare în lecție a generatorului de figuri simetrice, cu discutarea reprezentărilor obținute, poate fi de aproximativ 5 minute.

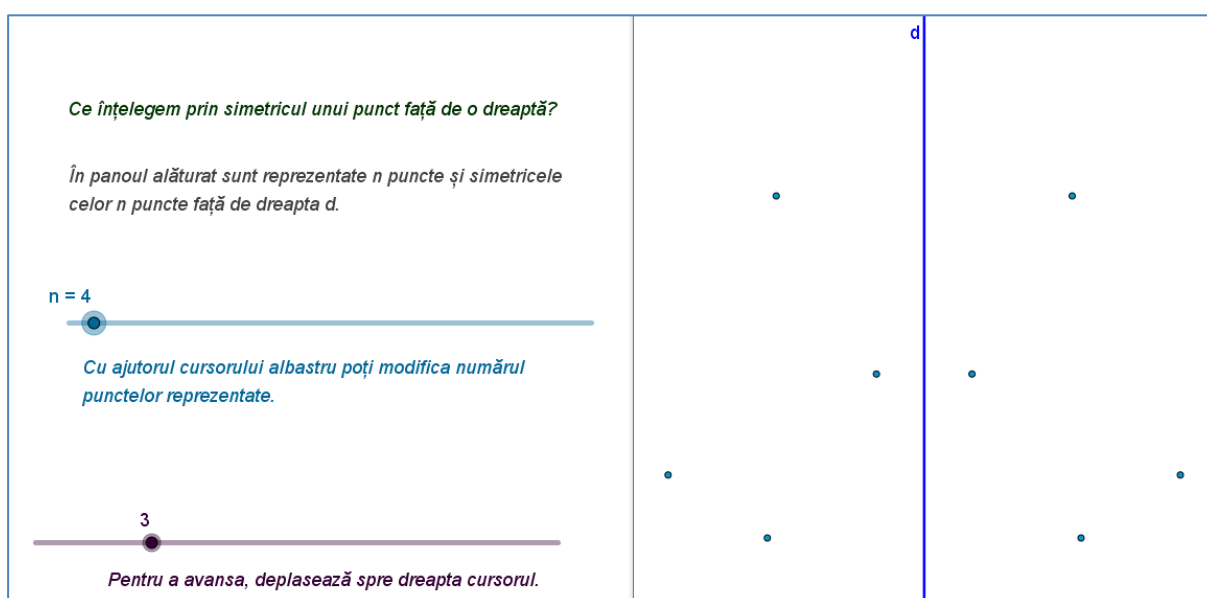


Figura 5. Generator de puncte simetrice față de o dreaptă

Ce înțelegem prin simetricul unei figuri geometrice față de o dreaptă?

Bifează caseta alăturată pentru a reprezenta o figură geometrică determinată de punctele generate aleatoriu, precum și simetrica acestei figuri geometrice față de dreapta d .

n = 34

Cu ajutorul cursorului albastru poți modifica numărul punctelor reprezentate.

4

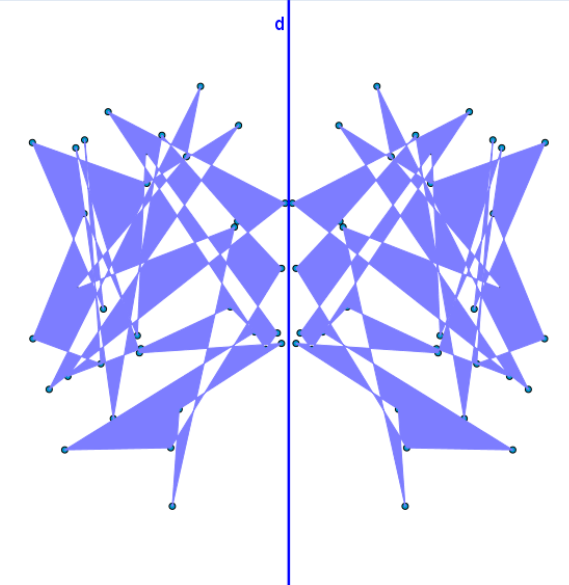


Figura 6. Generator de figuri simetrice față de o dreaptă

În următorul moment al lecției, elevii vor nota definiția simetricului unui punct față de o dreaptă (Figura 7). Se reamintește definiția mediatoarei unui segment, pentru a formula mai concis definiția simetricului unui punct. Elevii pot deplasa cu ajutorul *mouse*-ului punctul A , și vor observa că simetricul său față de dreapta d , punctul A' , va fi re poziționat automat de aplicație (Figura 8).

Următoarele trei momente ale lecției propun rezolvarea a trei probleme (Figurile 9-16), importante pentru înțelegerea sintagmelor "simetricul unui segment față de o dreaptă" și "simetricul unui triunghi față de o dreaptă". Pentru fiecare problemă, aplicația poate afișa indicații de rezolvare sau soluții posibile, după bifarea casetelor corespunzătoare.

Ce înțelegem prin simetricul punctului A față de dreapta d ?

Definiție:

Punctul A' se numește simetricul punctului A față de dreapta d dacă dreapta d este mediatoarea segmentului (AA') .

Dacă notăm cu M punctul de intersecție dintre dreapta d și segmentul (AA') , acesta va fi mijlocul segmentului (AA') , iar dreapta d va fi perpendiculară pe (AA') , în punctul M .

5

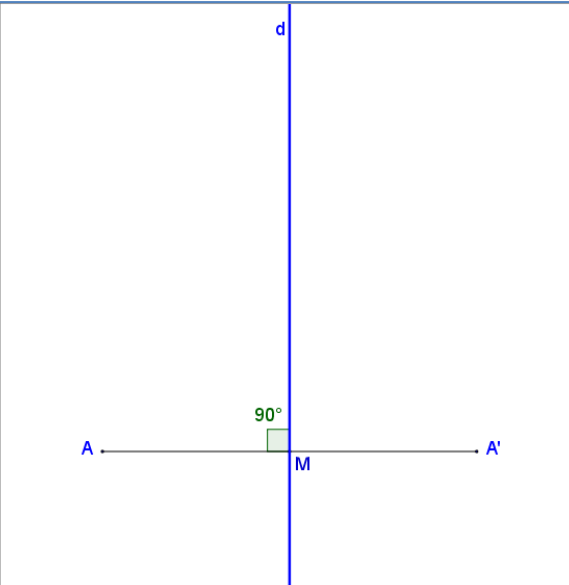


Figura 7. Definierea simetricului unui punct față de o dreaptă

Simetria axială


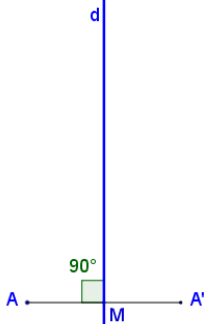
<p><i>Ce înțelegem prin simetricul punctului A față de dreapta d?</i></p> <p>Definiție:</p> <p><i>Punctul A' se numește simetricul punctului A față de dreapta d dacă dreapta d este mediatoarea segmentului (AA').</i></p> <p><i>Poți muta punctul A în desenul alăturat și vei observa cum se modifică poziția punctului A', simetricul lui A față de dreapta d.</i></p> 	
---	---

Figura 8. Definirea simetriei. Moment interactiv


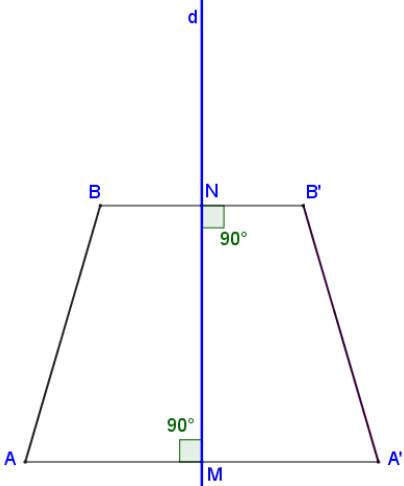
<p>Problema 1:</p> <p><i>Dacă punctul A' este simetricul punctului A față de dreapta d, iar punctul B' este simetricul punctului B față de dreapta d, demonstrează că segmentele (AB) și (A'B') sunt congruente.</i></p> <p><input type="checkbox"/> Indicație</p> 	
---	---

Figura 9. Problematizare. Congruența unor segmente

Simetria axială


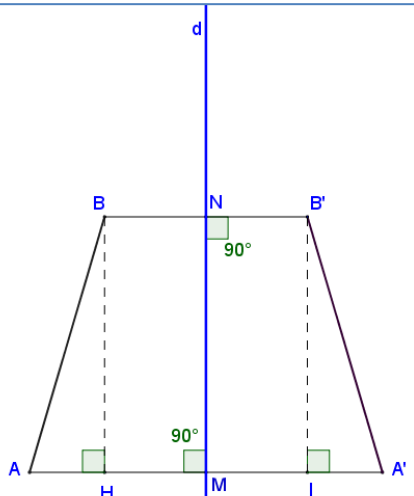
<p>Problema 1:</p> <p><i>Dacă punctul A' este simetricul punctului A față de dreapta d, iar punctul B' este simetricul punctului B față de dreapta d, demonstrează că segmentele (AB) și $(A'B')$ sunt congruente.</i></p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Indicație</p> <p>Să construim înălțimile BH și $B'I$ în trapezul $AA'B'B$.</p> <p>Demonstrează că triunghiurile dreptunghice ABH și $A'B'I$ sunt congruente (cazul catetă - catetă).</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>	
--	--

Figura 10. Indicații pentru rezolvarea problemei


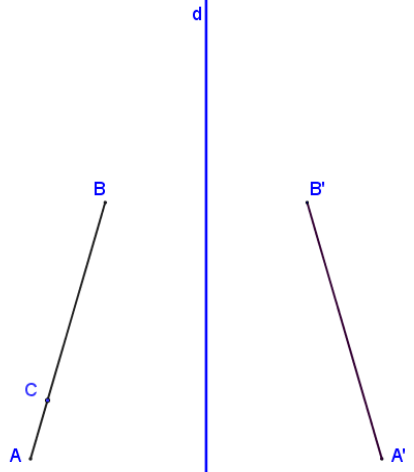
<p>Problema 2:</p> <p><i>Dacă punctul C este situat pe segmentul (AB), punctul A' este simetricul punctului A față de dreapta d, punctul B' este simetricul punctului B față de dreapta d, iar punctul C' este simetricul punctului C față de dreapta d, demonstrează că punctul C' este situat pe segmentul $(A'B')$.</i></p> <p><input type="checkbox"/> Soluție</p> <p><input type="checkbox"/> Simetricul unui segment față de o dreaptă</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>	
---	---

Figura 11. Simetricul unui segment față de o dreaptă

Simetria axială


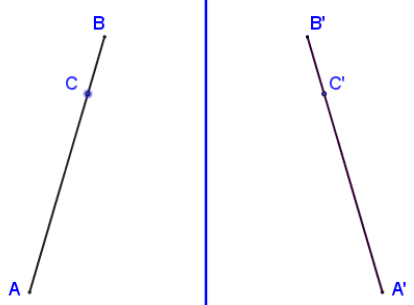
<p>Problema 2:</p> <p>Dacă punctul C este situat pe segmentul (AB), punctul A' este simetricul punctului A față de dreapta d, punctul B' este simetricul punctului B față de dreapta d, iar punctul C' este simetricul punctului C față de dreapta d, demonstrează că punctul C' este situat pe segmentul (A'B').</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Soluție</p> <p>Dacă $C \in (AB)$, atunci $AB=AC+CB$. Conform problemei anterioare avem $AB=A'B'$, $AC=A'C'$ și $BC=B'C'$. De aici rezultă că $A'B'=A'C'+C'B'$ și prin urmare punctul $C' \in (A'B')$.</p> <p><input type="checkbox"/> Simetricul unui segment față de o dreaptă</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>	<div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;">d</div> 
---	--

Figura 12. Afișarea unei rezolvări a problemei


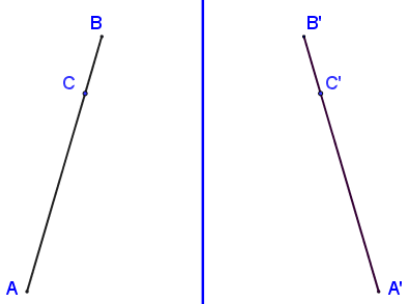
<p>Problema 2:</p> <p>Dacă punctul C este situat pe segmentul (AB), punctul A' este simetricul punctului A față de dreapta d, punctul B' este simetricul punctului B față de dreapta d, iar punctul C' este simetricul punctului C față de dreapta d, demonstrează că punctul C' este situat pe segmentul (A'B').</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Soluție</p> <p>Dacă $C \in (AB)$, atunci $AB=AC+CB$. Conform problemei anterioare avem $AB=A'B'$, $AC=A'C'$ și $BC=B'C'$. De aici rezultă că $A'B'=A'C'+C'B'$ și prin urmare punctul $C' \in (A'B')$.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Simetricul unui segment față de o dreaptă</p> <p><i>Deoarece simetricul față de d al oricărui punct de pe segmentul (AB) aparține segmentului (A'B') și orice punct de pe segmentul (A'B') este simetricul față de d al unui punct de pe (AB), spunem că simetricul segmentului (AB) față de dreapta d este segmentul (A'B').</i></p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>	<div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;">d</div> 
--	--

Figura 13. Simetricul unei figuri geometrice

<p>Problema 3:</p> <p>Dacă punctul A' este simetricul punctului A față de dreapta d, punctul B' este simetricul punctului B față de dreapta d, iar punctul C' este simetricul punctului C față de dreapta d, demonstrează că triunghiurile ABC și $A'B'C'$ sunt congruente.</p> <p><input type="checkbox"/> Soluție</p> <p><input type="checkbox"/> Simetricul unui triunghi față de o dreaptă</p> <p style="text-align: center;">9</p>	
---	--

Figura 14. Simetricul unui triunghi față de o dreaptă

<p>Problema 3:</p> <p>Dacă punctul A' este simetricul punctului A față de dreapta d, punctul B' este simetricul punctului B față de dreapta d, iar punctul C' este simetricul punctului C față de dreapta d, demonstrează că triunghiurile ABC și $A'B'C'$ sunt congruente.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Soluție</p> <p>Conform problemei 1, avem $(A'B') \equiv (AB)$, $(B'C') \equiv (BC)$ și $(A'C') \equiv (AC)$. Atunci triunghiurile $A'B'C'$ și ABC sunt congruente (cazul LLL).</p> <p><input type="checkbox"/> Simetricul unui triunghi față de o dreaptă</p> <p style="text-align: center;">9</p>	
--	--

Figura 15. Rezolvarea problemei

<p>Problema 3:</p> <p>Dacă punctul A' este simetricul punctului A față de dreapta d, punctul B' este simetricul punctului B față de dreapta d, iar punctul C' este simetricul punctului C față de dreapta d, demonstrează că triunghiurile ABC și $A'B'C'$ sunt congruente.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Soluție</p> <p>Conform problemei 1, avem $(A'B') \equiv (AB)$, $(B'C') \equiv (BC)$ și $(A'C') \equiv (AC)$. Atunci triunghiurile $A'B'C'$ și ABC sunt congruente (cazul LLL).</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Simetricul unui triunghi față de o dreaptă</p> <p>Triunghiul $A'B'C'$ este simetricul triunghiului ABC față de dreapta d.</p> <p style="text-align: right;">9</p>	
--	--

Figura 16. Simetricul unui triunghi. Finalizare

În finalul lecției introductive, aplicația simulează un joc de tip *puzzle* (Figura 17). Elevii pot roti sau translata poligoanele din stânga axei de simetrie d , folosind punctele de control P_i afișate. Poligoanele simetrice, din dreapta axei de simetrie, se vor repositiona simultan. După aranjarea poligoanelor astfel încât să formeze un brăduț, elevii îl pot împodobi, amplasând ornamentele din cutie (Figura 18). Ornamentele sunt perechi de obiecte simetrice față de dreapta d (Figura 19).

<p style="text-align: center;">Joc</p> <p>Construiește imaginea unui brăduț cu piesele din panoul alăturat. Împodobește brăduțul cu ornamentele din cutie.</p> <p>Poți roti și translata poligoanele manipulând punctele $\{P_k\}_{k=1,8}$</p> <p><input type="checkbox"/> Deschide cutia cu ornamente</p> <p style="text-align: right;">10</p>	
--	--

Figura 17. Joc. Construiește brăduțul!

Simetria axială

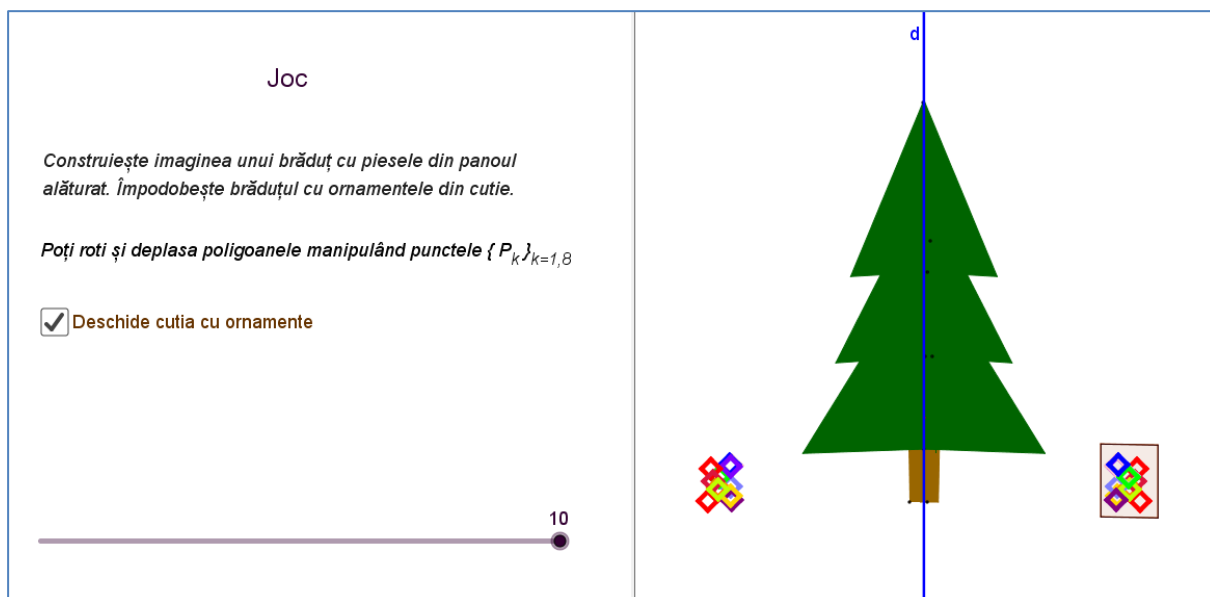


Figura 18. Joc. Împodobește brăduțul

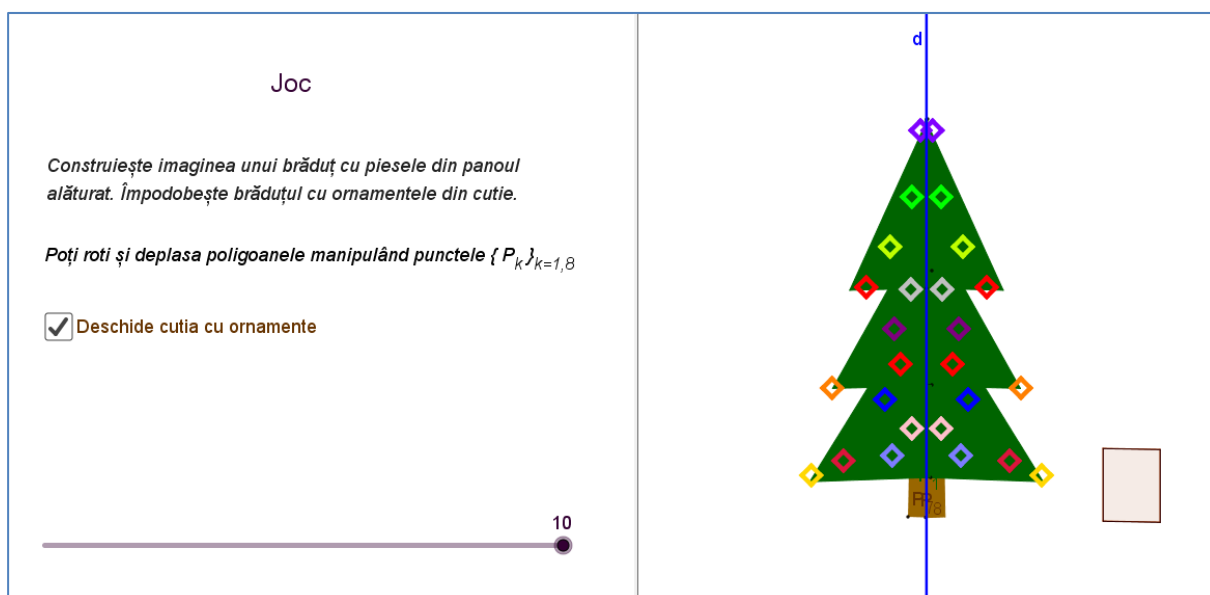


Figura 19. Finalizarea jocului

III.3. Aplicația 3. Test de autoevaluare

Obiectiv	Utilizarea noțiunii de simetrie în rezolvarea problemelor. Corelarea noțiunii de simetrie cu alte noțiuni geometrice
Durata în timp pentru utilizarea la clasă	50 min

Descrierea conținutului	În descrierea de mai jos
Reprezentare vizuală a lecției la care se referă aplicației (capturi de ecran)	În descrierea de mai jos
Instrucțiuni de utilizare	În descrierea de mai jos
Tipul de itemi de învățare	Text, Imagini, Simulare, Rezolvare de probleme

Descrierea aplicației "Test de autoevaluare"

Înainte de începerea testului, aplicația propune reamintirea semnificației coordonatelor carteziene, a abscisei și a ordonatei (Figura 20). Pentru parcurgerea testului se deplasează spre dreapta cursorul din panoul din stânga (Figura 21).

Testul conține șapte probleme, cu date și reprezentări diferite la fiecare rulare a testului. Astfel, testul va putea fi rezolvat de mai multe ori de elevii care întâmpină dificultăți în rezolvarea problemelor, până la efectuarea corectă a raționamentelor. Aplicația oferă indicații de rezolvare și răspunsurile corecte (Figurile 21-35). Problemele incluse în test se referă la determinarea coordonatelor simetricelor unor puncte față de o dreaptă dată și la calculul unor lungimi și arii.

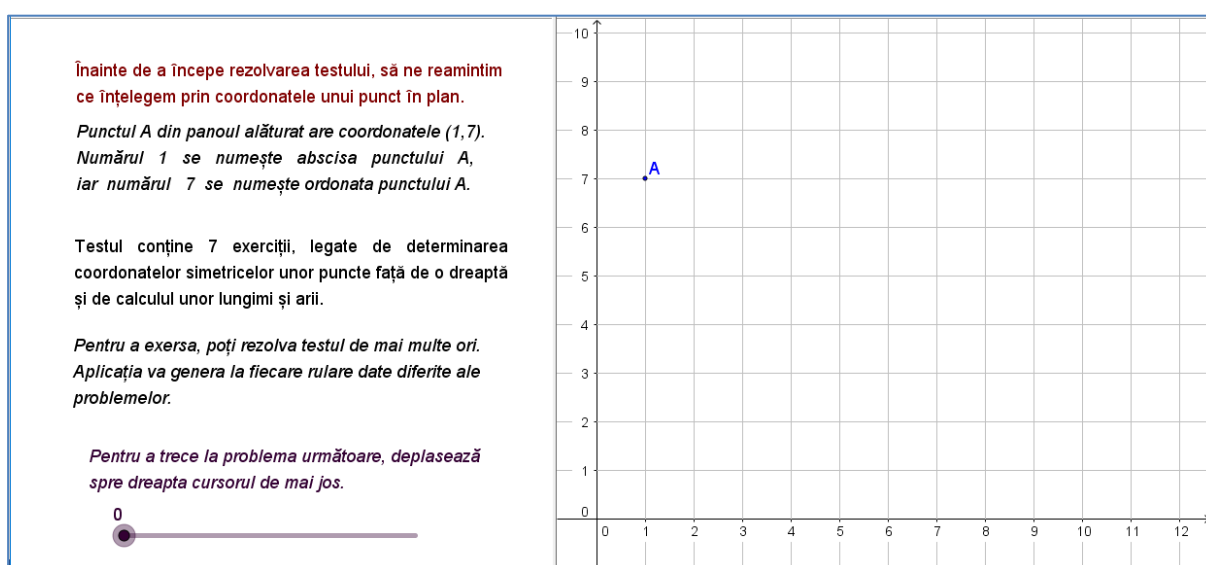


Figura 20. Moment introductiv de reactualizare a cunoștințelor

Simetria axială

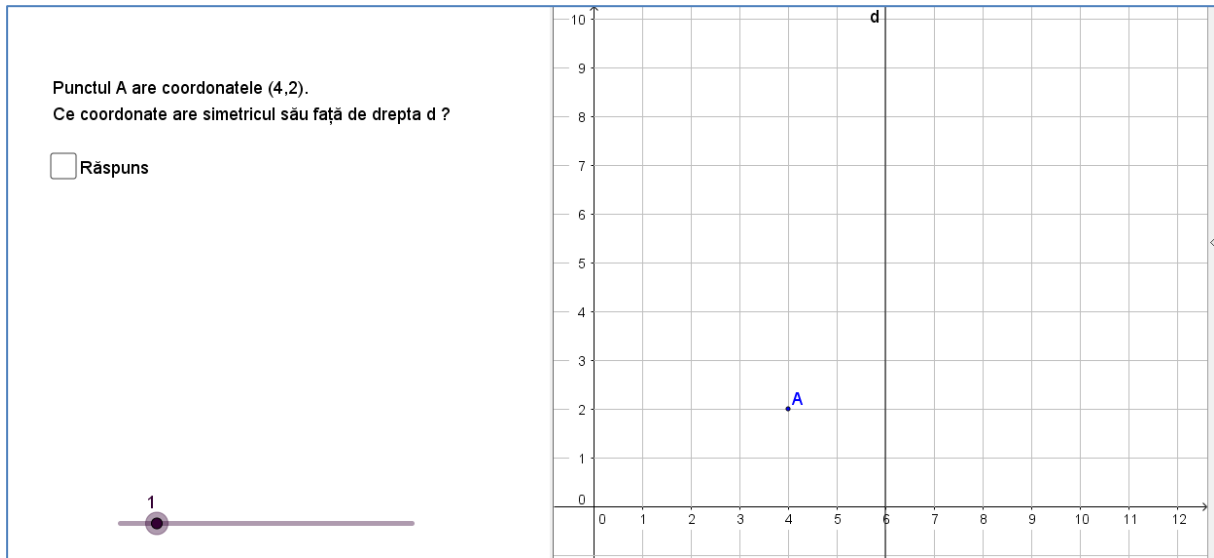


Figura 21. Problema 1. Enunț

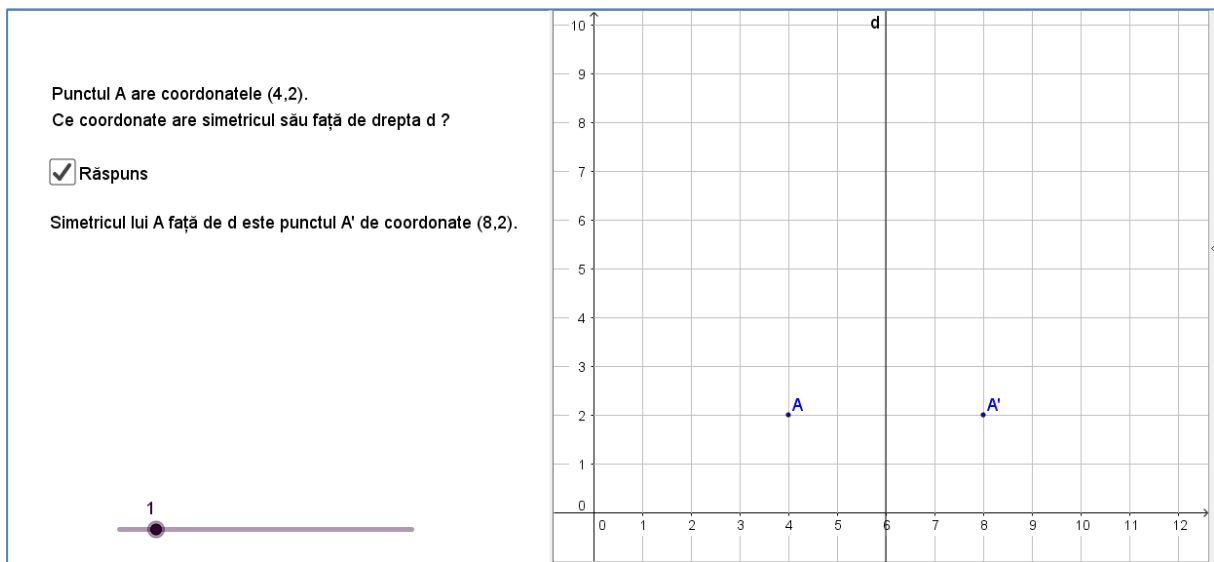


Figura 22. Problema 1. Rezolvare

Simetria axială

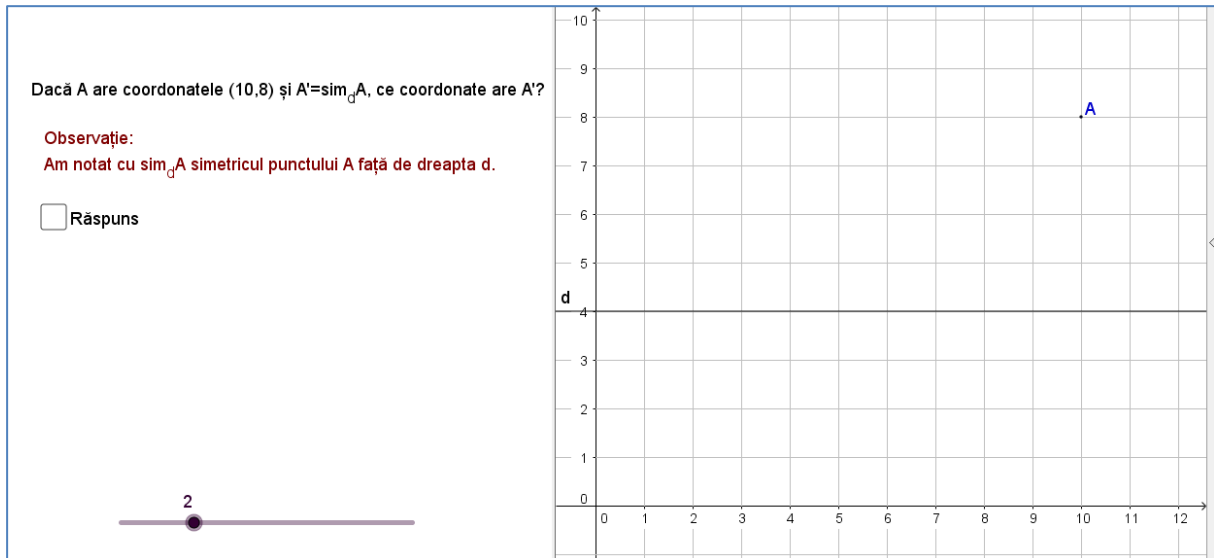


Figura 23. Problema 2. Notăție

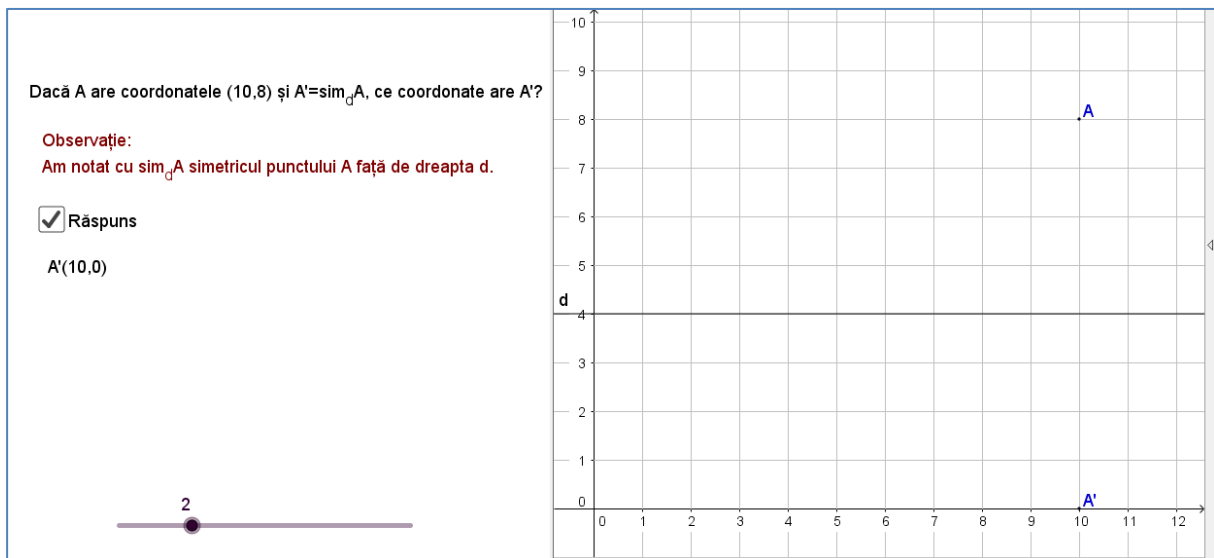


Figura 24. Problema 2. Rezolvare

Simetria axială

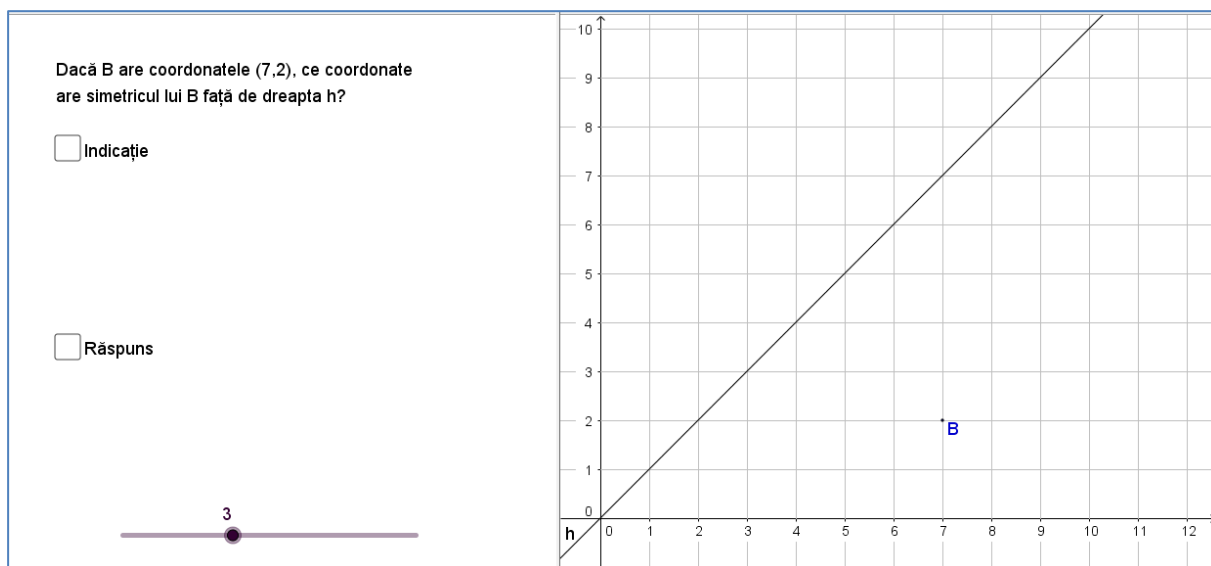


Figura 25. Problema 3. Enunț și reprezentare

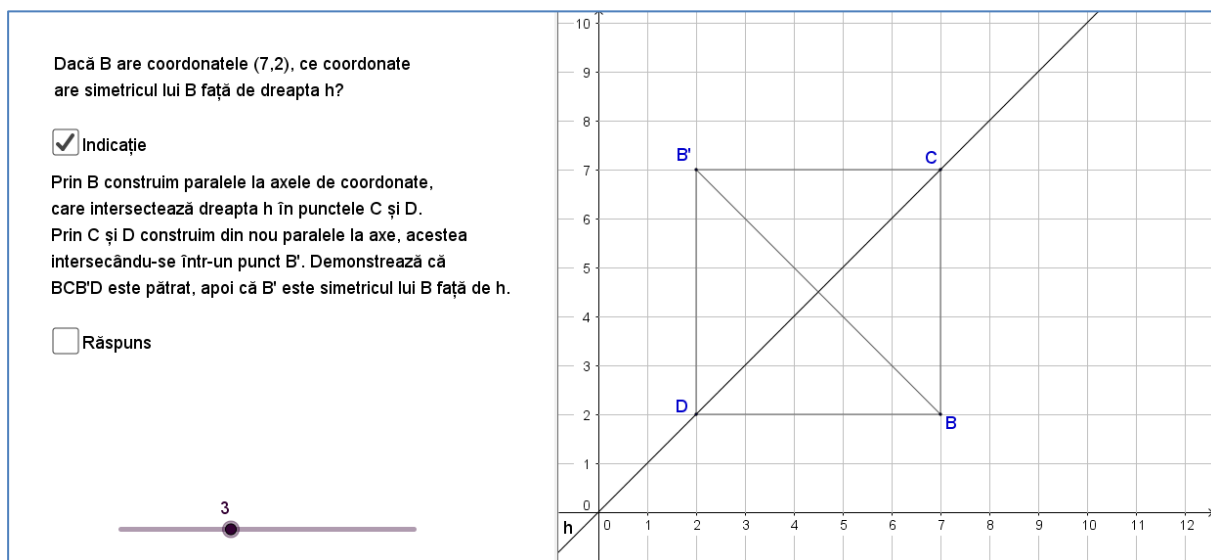


Figura 26. Problema 3. Indicație de rezolvare

Simetria axială

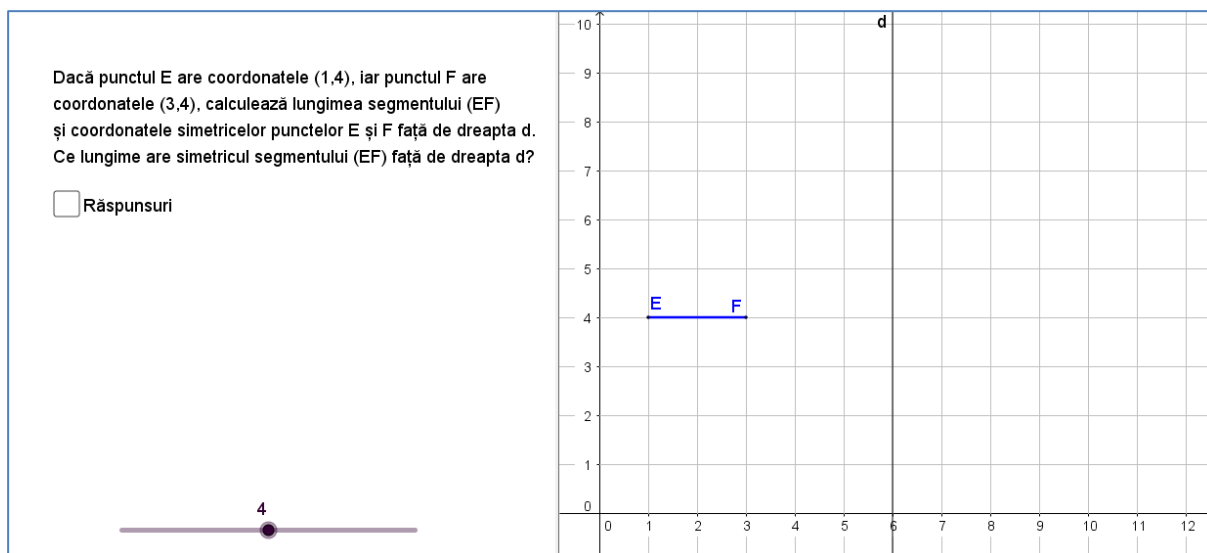


Figura 27. Problema 4. Enunț

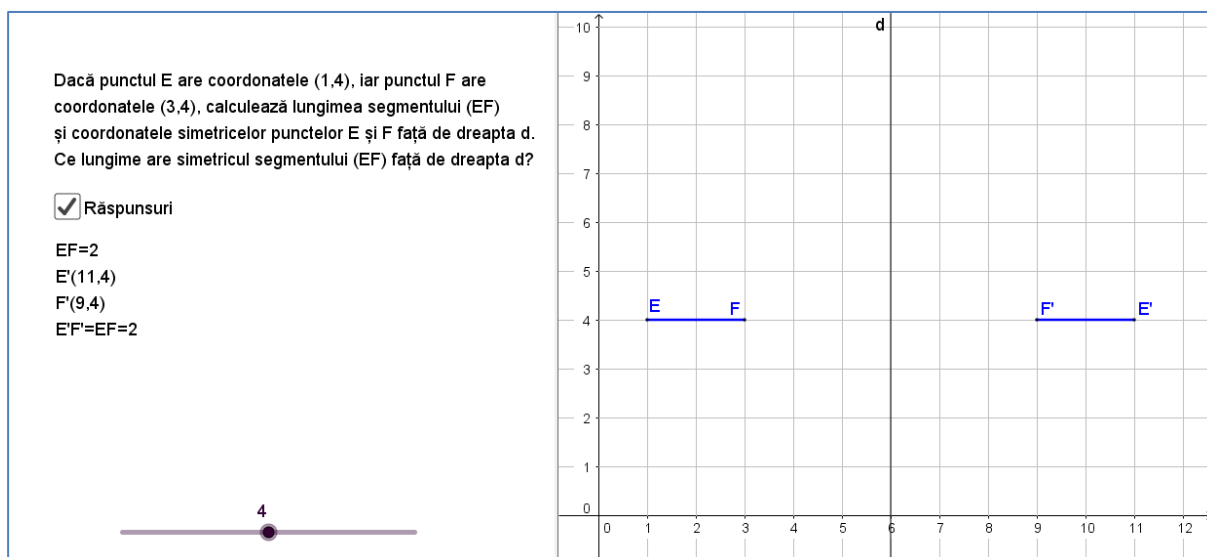


Figura 28. Problema 4. Răspuns

Simetria axială

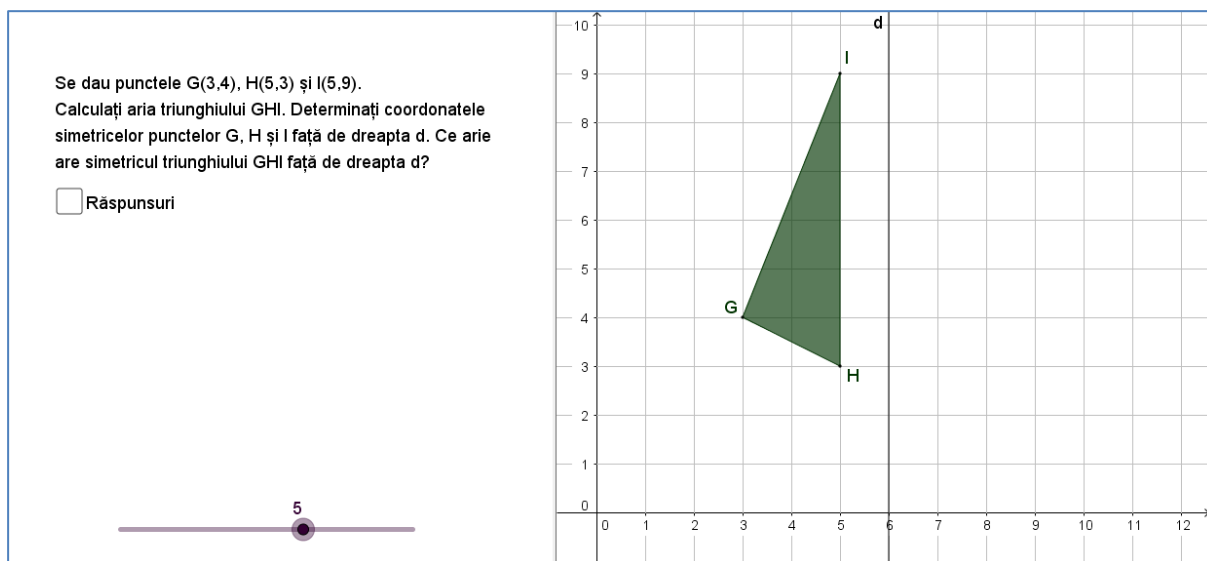


Figura 29. Problema 5. Enunț

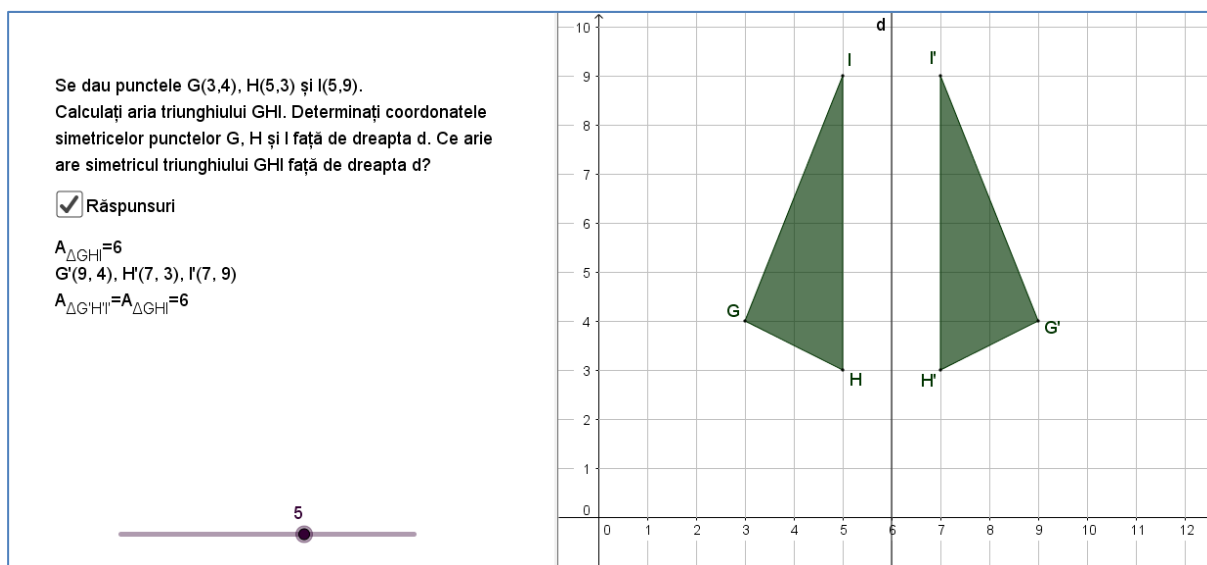


Figura 30. Problema 5. Răspuns

Simetria axială

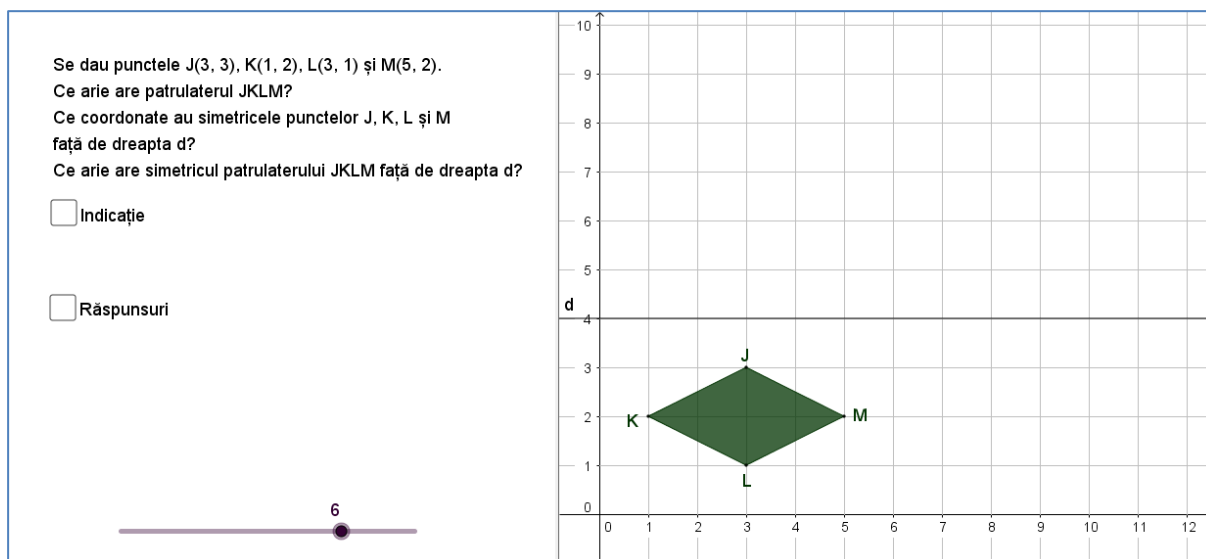


Figura 31. Problema 6. Enunț

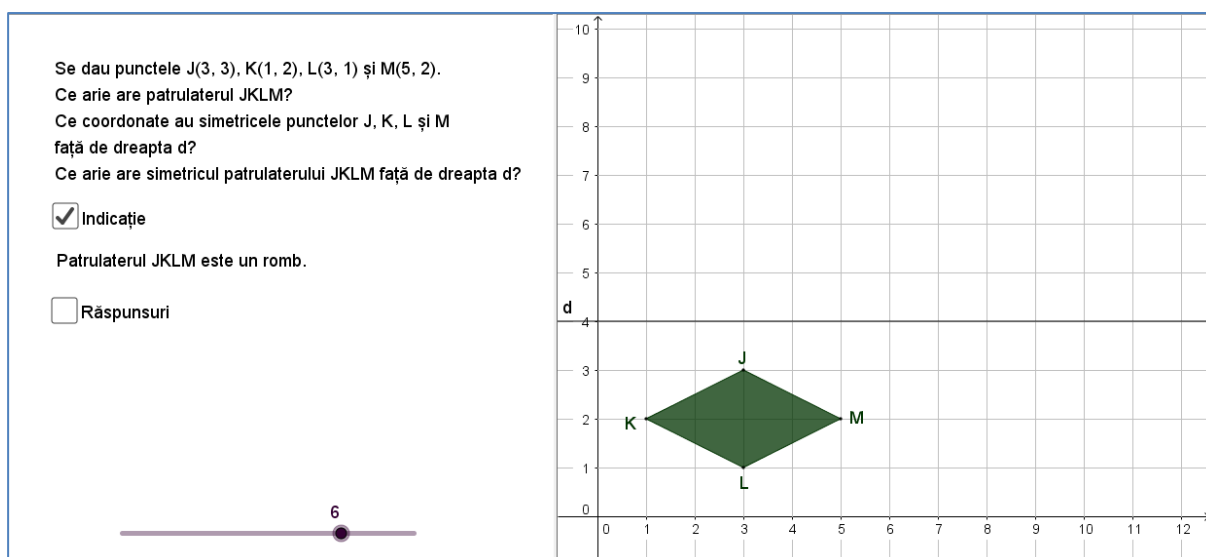


Figura 32. Problema 6. Indicație de rezolvare

Simetria axială

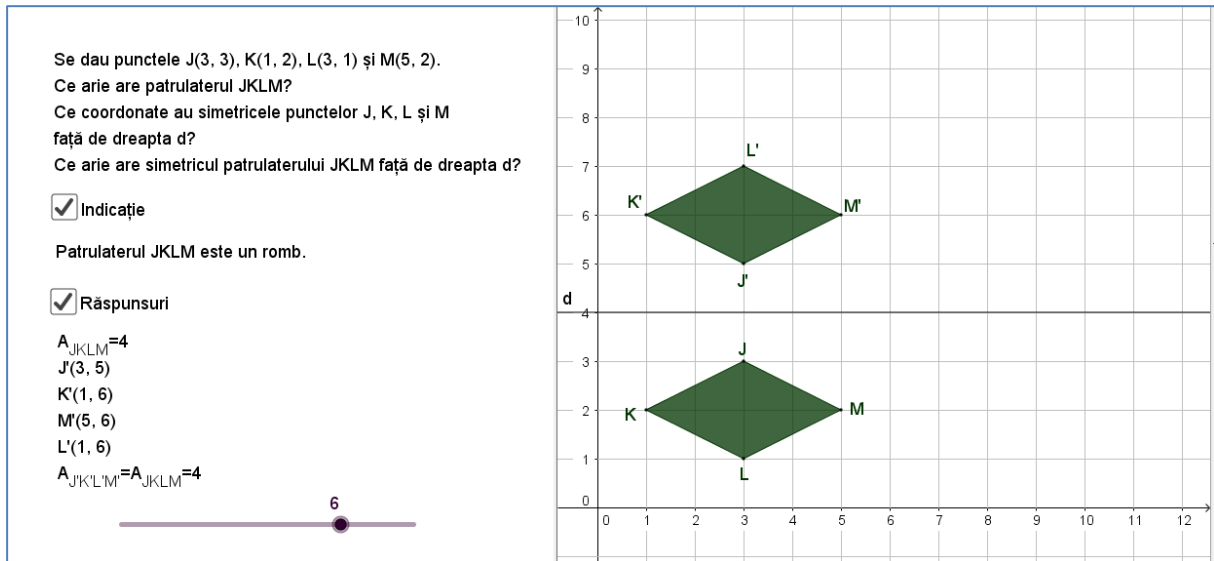


Figura 33. Problema 6. Răspunsuri

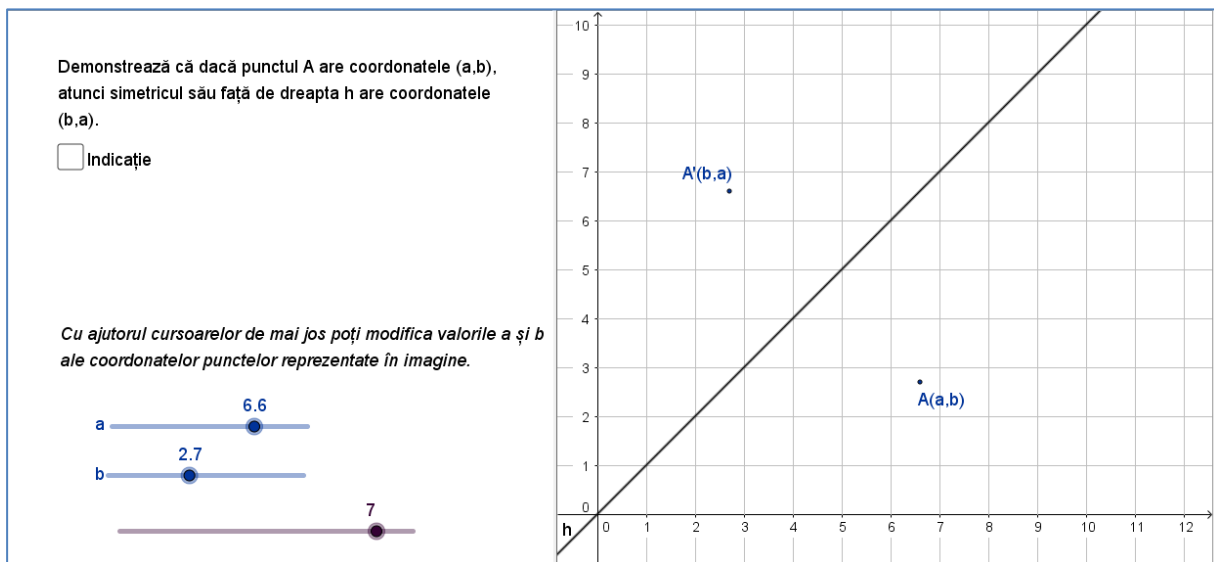


Figura 34. Problema 7. Enunț

Simetria axială

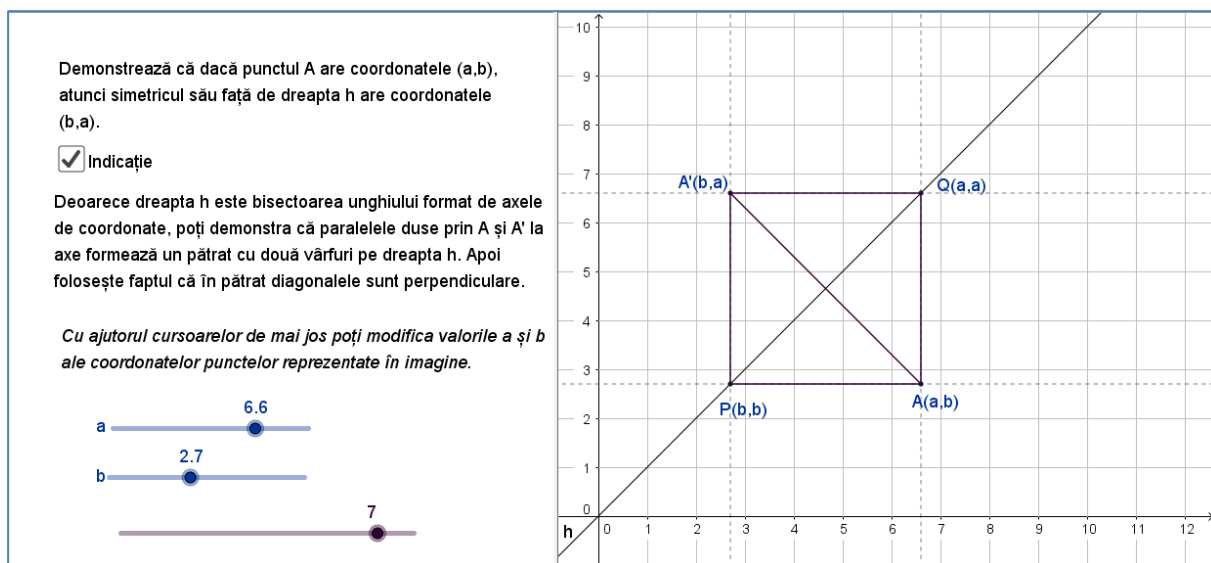


Figura 35. Problema 7. Indicație de rezolvare

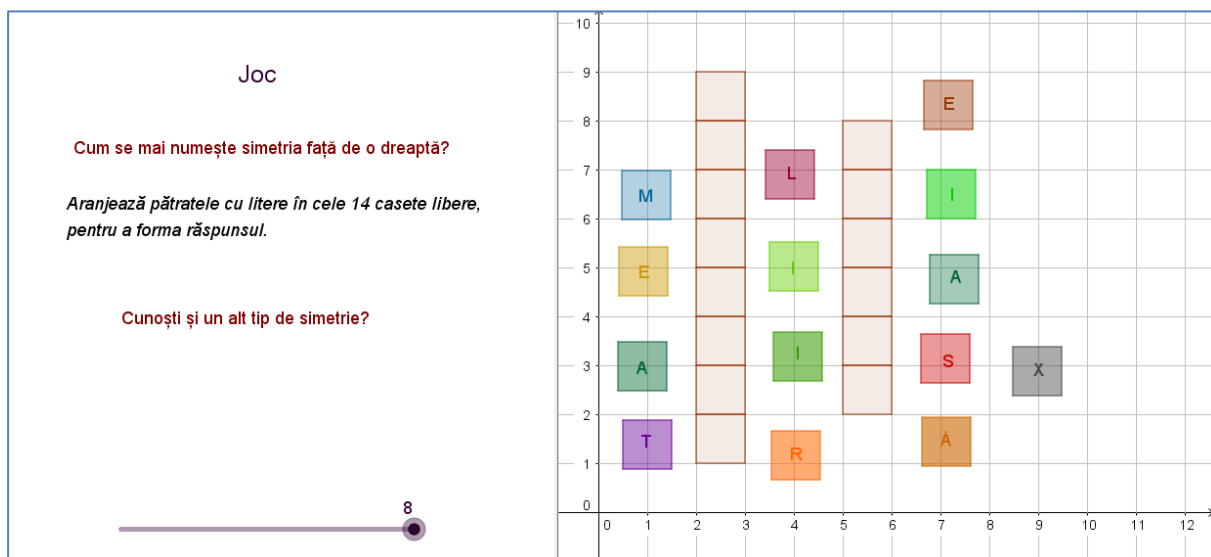


Figura 36. Joc de formare de cuvinte

După finalizarea testului aplicația lansează un joc cu formare de cuvinte. Se cer răspunsuri la următoarele două întrebări: *Cum se mai numește simetria față de o dreaptă? Ce alt tip de simetrie cunoști?* (Figurile 36-37)

Simetria axială

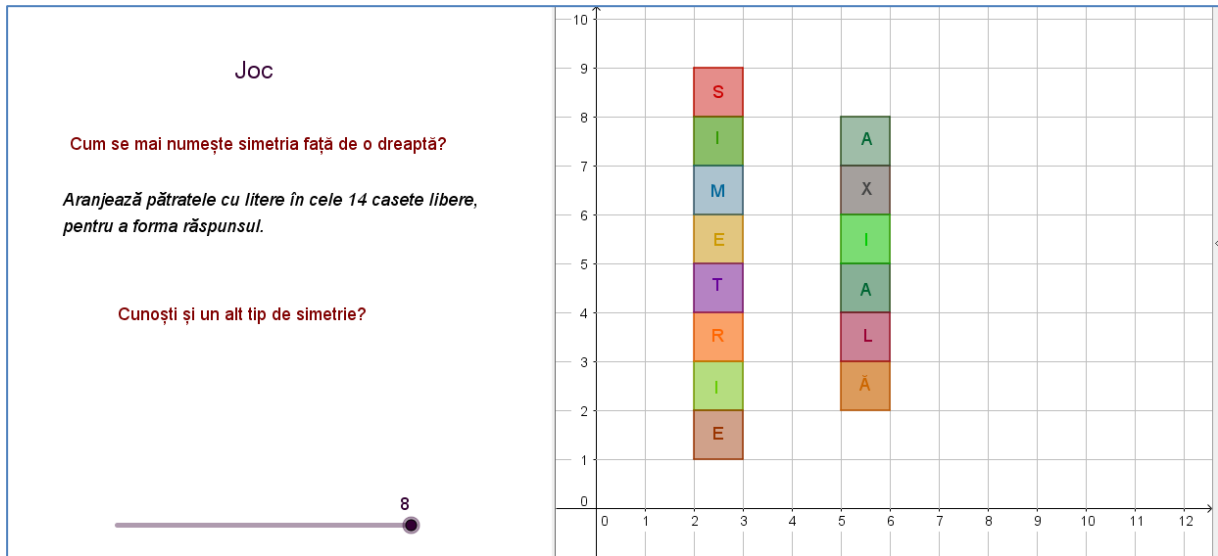


Figura 37. Rezolvarea jocului