

1ª REGRA DE SIMPSON



PARÁBOLA

1) SIMPLES

A 1ª regra de Simpson consiste em aproximar a integral $\int_a^b f(x)dx$ pela integral de um polinômio interpolador de segundo grau, que por sua vez, fornece uma melhor aproximação se comparada à Regra dos Trapézios.

Dados três pontos distintos (x_0, y_0) , (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , igualmente espaçados, com $x_0 = a$, $x_2 = b$ e x_1 sendo o ponto médio do intervalo $[a, b]$, tem-se que a integração do polinômio interpolador gera a 1ª regra de Simpson:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}[y_0 + 4y_1 + y_2]$$

onde $h = x_1 - x_0 = x_2 - x_1$, ou seja, $h = \frac{b-a}{2}$.

2) COMPOSTA

Subdividindo o intervalo $[a, b]$ em n subintervalos de mesma amplitude h , sendo n um número par, e aplicando a 1ª regra de Simpson em cada par destes subintervalos, tem-se:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}[y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n].$$

3) ERRO

O erro cometido é obtido pela integração do resíduo do polinômio interpolador, que também pode ser interpretado como a diferença entre a integral exata e a integral aproximada da função. O erro é dado por:

$$E = \frac{-(b-a)^5}{180n^4} f^{(4)}(\eta), \eta \in [a, b].$$