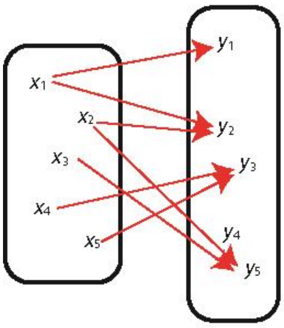
**Fact Sheet** **Reelle Funktionen**

Eine Zuordnung, die jeder reellen Zahl $x \in A \; mit \; A \subseteq \mathbb{R}$ genau eine Zahl $y \in \mathbb{R}$ zuordnet, bezeichnet man (als reelle) Funktion **f: x ⟼ y** mit **y = f(x )** und **f: A** → ℝ.

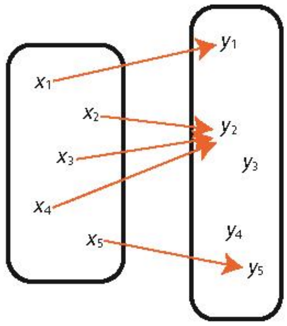
- x…… unabhängig-veränderliche Größe (Argument oder Stelle)
- y ……. abhängig-veränderliche Größe (Funktionswert oder Wert)
- f ……. Name der Funktion
- f(x) ……. Wert der Funktion f an der Stelle x
- f: x ⟼ y ….. Zuordnungsvorschrift „ f x wird zugeordnet y “

Hat eine Funktion f: **A** → **B**. zusätzlich die Eigenschaft, dass auch **jedem Wert y** ∈ $\boldsymbol{B}$ **genau ein x** ∈ $\boldsymbol{A}$ zugeordnet ist, so nennt man die Funktion umkehrbar oder **bijektiv.**

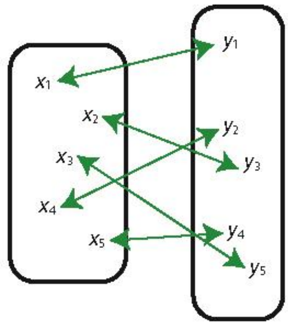
Kurz: Eine Zuordnung, die in „beide Richtungen“ einen Funktion ist, heißt bijektive Funktion.



nicht eindeutige Zuordnung



eindeutige Zuordnung = Funktion



eineindeutige Funktion (umkehrbar)

**Definition-und Wertemenge:**

Definitionsmenge $\mathbf{D_f}$ : Menge der Zahlen, die die <u>unabhängig-veränderliche Größe x</u> annehmen kann bzw. soll.

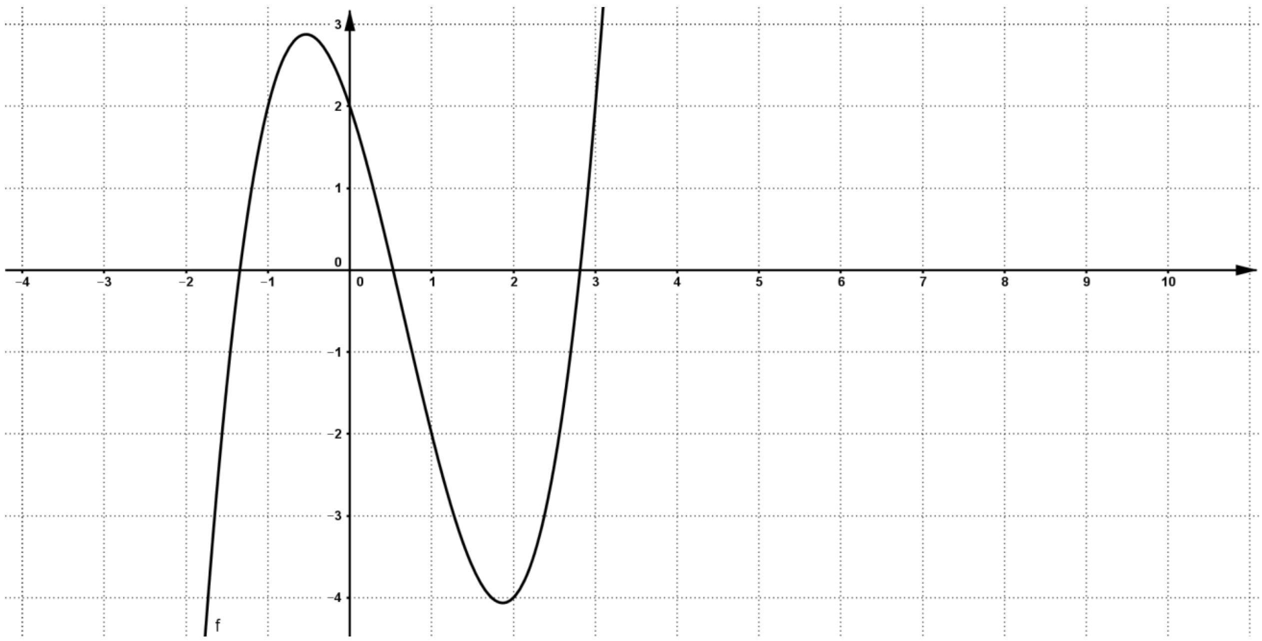
Wertemenge $\mathbf{W_f}$ : Menge aller Werte, welche die <u>abhängig-veränderliche Größe y = f(x)</u> annimmt.

$$W_f = \{f(x) \in \mathbb{R} \mid x \in A\}$$

Der **größte Wert** der Wertemenge heißt **<u>Maximum</u>**, der **kleinste Wert** heißt **<u>Minimum</u>** der Funktion.

Die Stelle $x \in D_f$ mit $f(x) = 0$ heißt **Nullstelle von f.**

Graph einer Funktion f: $\mathbf{G_f} = \{ (x \mid f(x)) \mid x \in A \}$ , wobei $(x \mid f(x))$ ein Zahlenpaar darstellt.



**Beispiele für Funktionen:**

- **Lineare Funktionen**

Eine reelle Funktion **f:** $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ mit der Funktionsgleichung $\mathbf{f(x) = y = k \cdot x + d}$ mit $k,d \in \mathbb{R}$ heißt **lineare Funktion**

$d = 0$ …..homogene lineare Funktion mit $y = k\cdot x$

$d \neq 0$ …… inhomogene lineare Funktion mit $y = k\cdot x + d$

$k = 0$ …….. konstante Funktion mit $y = d$

- **Potenzfunktionen**

Eine reelle Funktion **f** mit der Funktionsgleichung $\mathbf{f(x) = y = c\cdot x^r}$ mit $c,r \in \mathbb{R}$ heißt **Potenzfunktion.**

Potenzfunktionen **f:** $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}\ \boldsymbol{bzw.}\, \mathbb{R}$ mit Exponenten $n \in \mathbb{N}^*$ $f(x) = x^n$ (n gerade) ; $f(x) = x^n$ (n ungerade)

Potenzfunktionen **f:** $\mathbb{R} \setminus \{\mathbf{0}\} \longrightarrow \mathbb{R}\ \boldsymbol{bzw.}\, \mathbb{R}$ mit Exponenten $n \in \mathbb{Z}^-$ $f(x) = x^{-n}$ (n gerade) ; $f(x) = x^{-n}$ (n ungerade)

Potenzfunktionen **f:** $\mathbb{R}\ \boldsymbol{bzw}\ \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}\ \boldsymbol{bzw.}\, \mathbb{R}$ mit Exponenten $\frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$

- **Wurzelfunktionen**

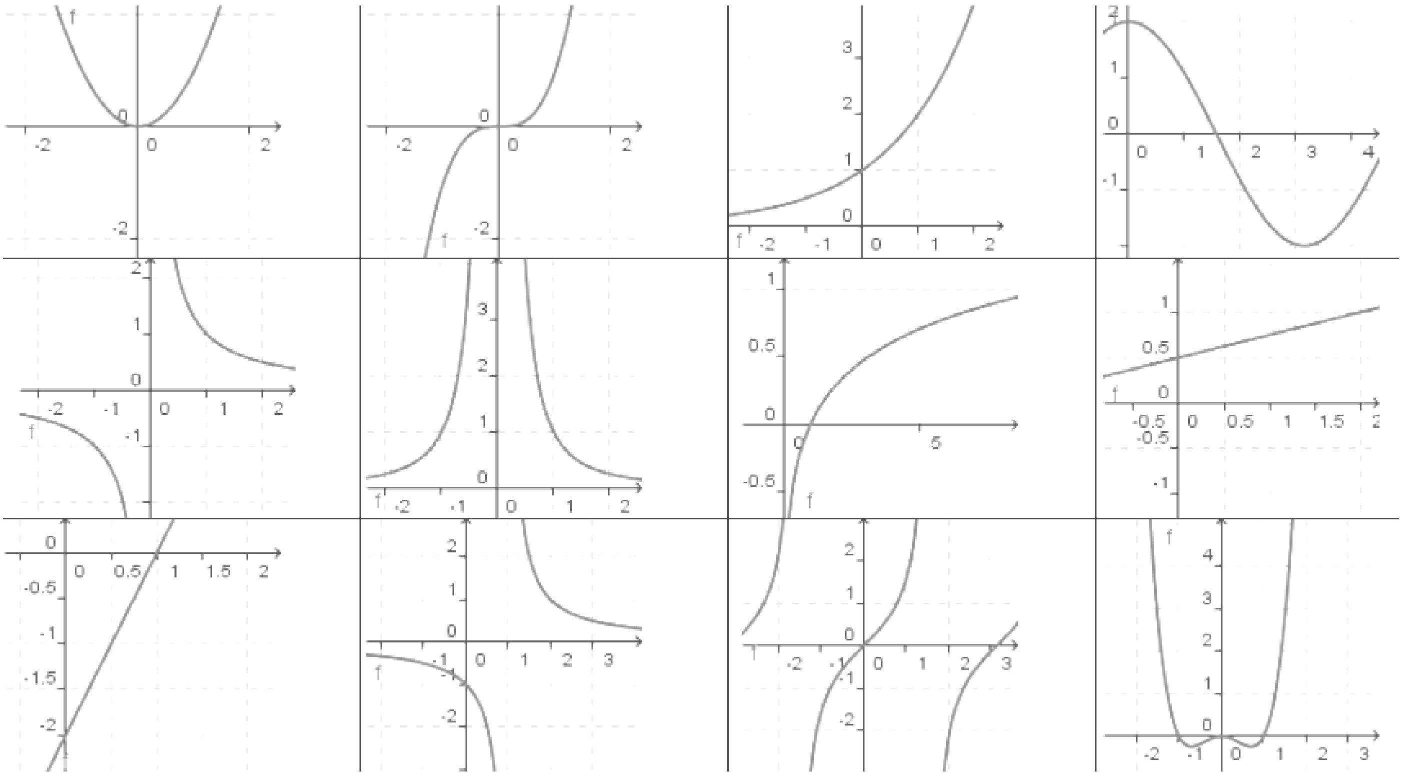
Eine reelle Funktion **f:** $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ mit der Funktionsgleichung $\mathbf{f(x) = y =} \sqrt[n]{\boldsymbol{x}}$ bzw. $\mathbf{f(x) = y =} \boldsymbol{x}^{\frac{1}{n}}$ mit $n \in \mathbb{N}^*$ heißt **Wurzelfunktion.**

- **Polynomfunktion**

Eine reelle Funktion **f :** $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ mit der Funktionsgleichung $\mathbf{f(x) = y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots\ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0}$ mit $n \in \mathbb{N}^*$ ; $a_n, \ldots, a_0 \in \mathbb{R}$ ; $a_n \neq 0$ heißt **Polynomfunktion vom Grad n** oder **Polynomfunktion n-ten Grades.**

z.B. $f(x)= a_2x^2 + a_1x + a_0$ ………….Polynomfunktion 2ten Grades (Funktionsgraph = Parabel)

**Übung:** Um welche Funktionstypen handelt es sich hier? Versuche so viele wie möglich zu benennen!



Quelle: www.mathemio.de