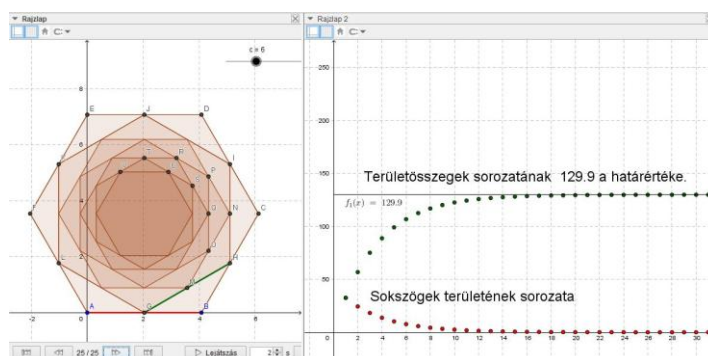
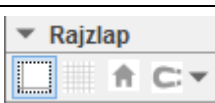









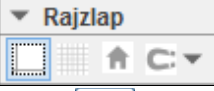



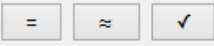


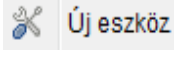



Érettségi Emelt szint 2013.okt. 7.






7. Az $ABCDEF$ szabályos hatszögben a rövidebb átló hossza $5\sqrt{2}$.

- Számítsa ki a hatszög területének pontos értékét!
- Az $ABCDEF$ hatszög oldalfelező pontjai által meghatározott szabályos hatszög területét jelölje t_1 , a t_1 területű hatszög oldalfelező pontjai által meghatározott szabályos hatszög területét t_2 , és így tovább, képezve ezzel a $\{t_n\}$ sorozatot. Számítsa ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} (t_1 + t_2 + \dots + t_n)$ határértéket! (Pontos értékekkel számoljon!)

#	Eszköz	Megadás	Megjegyzés
1		Tengelyek és rács elrejtése	<i>később visszahozzuk és felhasználjuk az x tengelyt és rácsozását</i>
2		két tetszőleges pont a rajzlapon	
3		n egész 3-tól 10-ig	<i>n=6 értéket állítsunk be rajta</i>
4		Sokszög(A, B, n)	<i>létrejön a szabályos hatszög poligon1 névvel a csúcsok és szakaszok mellé. Algebrai ablakban poligon1 mellett a számérték az adott sokszög területe.</i>
5		Szakasz(A, C), Szakasz(C, E), Szakasz(E,A)	
6		Középpont(A, D)=G	<i>A létrejött ábrán látható, hogy a hatszög területe az $5\sqrt{2}$ oldalú szabályos háromszög területének a kétszerese.</i>
7	Nézet →CAS-komputeralgebra Ctrl+Shift+K	$5*\sqrt{2}*5*\sqrt{2}*\sqrt{3}/2=$ $=6*(a*a*\sqrt{3})/2$	<i>Begépeljük az összefüggést a háromszög és a hatszög területére vonatkozóan. Ha a-val jelölt alakzatunk még nincsen az algebrai ablakban.</i>

8		Ellenőrizzük, helyesen gépetük-e be az összefüggést.	$5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 6 \cdot (a \cdot a \cdot \sqrt{3}) / 2$ $\rightarrow \sqrt{3} \cdot 25 = \frac{3}{2} \sqrt{3} a^2$				
9		Megoldjuk a-ra az egyenletet.	$5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 6 \cdot (a \cdot a \cdot \sqrt{3}) / 2$ Megold: $\left\{ a = -5 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}, a = 5 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \right\}$				
10		Tengelyek mutatása					
11		Az A pontnak az origóba vonszolása.					
12	B pont újradefiniálása	$B = (5\sqrt{6} / 3, 0)$	<i>Ne új pontot hozzunk létre, hanem a B pontra kétszer kattintva az algebrai ablakban definiáljuk újra a már létező pontunkat.</i>				
13	CAS-komputeralgebra 	$6 \cdot (a \cdot a \cdot \sqrt{3}) / 2$	<table border="1" data-bbox="986 801 1394 1037"> <thead> <tr> <th>Régi kifejezés</th> <th>Új kifejezés</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a</td> <td>$5\sqrt{6}/3$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Válasz az a) kérdésre:</p> $6 \cdot (a \cdot a \cdot \sqrt{3}) / 2$ Helyettesít, a= $5\sqrt{6}/3$: $\sqrt{3} \cdot 25$	Régi kifejezés	Új kifejezés	a	$5\sqrt{6}/3$
Régi kifejezés	Új kifejezés						
a	$5\sqrt{6}/3$						
14	 	Vessük össze a poligon1 értékével, ami a létrejött szabályos hatszög területe alapértelmezetten.	$6 \cdot (a \cdot a \cdot \sqrt{3}) / 2$ Helyettesít, a= $5\sqrt{6}/3$: 43.3				
		A feladat b) része					
15		H=Középpont(A, B) I=Középpont(B,C)	<i>HI az ABC háromszög középvonala, hossza $\frac{5\sqrt{2}}{2}$</i>				
16		Sokszög(H, I, n)	<i>poligon2=32,48 algebrai ablakban</i>				
17	Menü Eszközök 	Kimenő alakzatok: H, I, poligon2 Bemenő alakzat: A,B, n Név és ikon: Ssoksz	<i>Ezután ikonra az adott ikonra kattintva vagy a parancssorba gépelve is létrehozhatjuk a következő, a sokszög szakaszfelező pontjai által meghatározott sokszöget.</i>				
18		Ssoksz(H, I, n)	<i>Figyeljünk a körüljárásra! Létrejön N, O és poligon3</i>				
19		Ssoksz(N,O, n)	<i>Figyeljünk a körüljárásra! Létrejön P, Q és poligon4</i>				
20		Ssoksz(P,Q, n)	<i>Figyeljünk a körüljárásra! Létrejön R,S és poligon5</i>				
21	Menü → Táblázatkezelő vagy Ctrl+Shift+S	A1=1,A2=2, A3=3, A4=5 B1=poligon2, B2=poligon3, B3=poligon4, B4=poligon5, C2=B2/B1, C3=B3/B2, C4=B4/B3	<i>Észrevétel: C2=C3=C4=0,75</i>				

22	Parancssor: <input type="text"/>	$(q/f)^2=d$	Keressük ki a következő szakaszokat: $q=\text{Szakasz}(H,I)$ $f=\text{Szakasz}(A,B)$ A kifejezés 0,75 értéket ad. Hasonló síkidomok területaránya, a hasonlóság arányának négyzete
23	Menü→Nézet→ Rajzlap 2 	n_1 egész értékű	kattintsunk bele a Rajzlap2-be csúszkát hozunk létre egy sorozat első 30 elemének egymást követő tagjainak szemléltetésére
24	Parancssor: <input type="text"/>	Sorozat($(i, \text{poligon2 } d^{(i-1)}, i, 1, n_1)$)	A Rajzlap2 beállításai: x tengelye -1-től 30-ig y tengelye -5-től 35-ig a mértani sorozat, mint speciális függvény első n_1 elemének megadása. A sorozat határértéke 0, mivel kvóciense 1-nél kisebb.
25	Parancssor: <input type="text"/>	Sorozat($(i, \text{poligon2}(d^i - 1)/(d - 1), i, 1, n_1)$)	A mértani sor konvergens, mivel pozitív kvóciense 1-nél kisebb. Részletösszege sorozat határértékét kell még meghatározni.
26		y tengely vonszolása	Rajzlap2-n az y tengely -5-től 135-ig legyen látható
27	Parancssor: <input type="text"/>	$\text{poligon2}(d^x - 1)/(d - 1)=f_1(x)$	Sorozat határértékét nem tud kezelni a program, de függvény határértékét igen, ezért illesszük rá a pontsorozatra azt a valós számok halmazán értelmezett exponenciális függvényt, aminek pozitív egészekre való leszűkítéseként kaptuk meg a mértani sorozatunkat
28	Parancssor: <input type="text"/>	Határérték(f_1, ∞)= e	$e=129,9$
29	Parancssor: <input type="text"/>	$y=e$	Figyeljük meg, hogy simul-e a pontsorozatunk a létrejött x tengellyel párhuzamos egyeneshez.
30	CAS- komputeralgebra 	$25*\text{sqrt}(3)*3/4/(1-3/4)$	$75\sqrt{3} \approx 129,9$
30	Videó URL-je	https://youtu.be/i0ZBHDkrIzA	