COLLEGE Des **SŒURS DU ROSAIRE**
Cornet El Hamra

Novembre **2017**

Contrôle de : **Mathématiques.**

Classe : S.G

Durée : **1** période

(Sur 10 points)

I - (5 pts)
(Dans la suite n est un entier naturel)
On considère les deux suites :

(u_n) *définie par :* $u_0 = 0$ *et pour tout* n, $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 4}$

(v_n) *définie par :* $v_n = \dfrac{u_n + 1}{u_n + 2}$ *pour tout* n .

1) Montrer que (v_n) *est une suite géométrique de raison* $\dfrac{2}{3}$.

2) Calculer u_n *en fonction de* n*, et trouver la limite de* (u_n) .

3) a- Montrer que (u_n) *est minorée par - 1.*
b - Montrer que (u_n) *est décroissante.*
c - En déduire que (u_n) *est convergente et retrouver la limite de* (u_n) .

II - (5 pts)

1) On considère la fonction f *définie par* $f(x) = \dfrac{1}{(1+ax)}$

où a *est une constante non nulle.*

a - Montrer que la dérivée $n^{ième}$ *de* f *est donnée par* $f^{(n)}(x) = \dfrac{(-1)^n n!\, a^n}{(1+ax)^{n+1}}$.

b - En déduire que la dérivée $n^{ième}$ *de la fonction* g *définie* $g(x) = \dfrac{3x}{(1-x)}$

est donnée par $g^{(n)}(x) = \dfrac{3(n!)}{(1-x)^{n+1}}$.

2) On considère la suite (U_n) *définie, pour tout entier naturel* $n > 2$*, par* $U_n = g^{(n)}(-2)$.
a- Montrer que (U_n) *est croissante.*

b- Montrer que, pour tout entier naturel $n > 5$, $U_{n+1} > 2.U_n$.

c- En déduire que pour tout entier naturel $n > 5$, $U_n > \dfrac{5}{81} 2^{n-2}$.

d- La suite (U_n) *est-elle convergente ou divergente ? Justifier.*