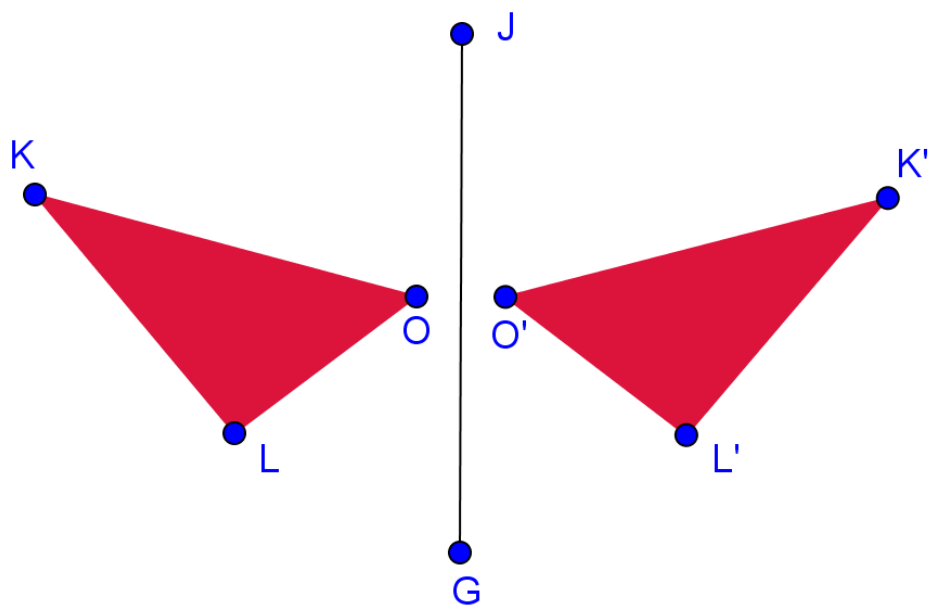


# MATEMATICĂ ȘI ȘTIINȚE

clasele VI-VIII



## Simetria axială

Manualul Profesorului  
Indicații metodologice  
de utilizare  
Partea I



<b>I. Lista figurilor .....</b>	<b>3</b>
<b>II. Informații generale despre pachetul educațional "Simetria axială" .....</b>	<b>5</b>
<b>III. Modulul 1: Simetria axială. Lecții de inițiere .....</b>	<b>7</b>
III.1. Aplicația 1. Joc de desenare.....	7
III.2. Aplicația 2. Figuri geometrice simetrice față de o dreaptă .....	9
III.3. Aplicația 3. Test de autoevaluare .....	18
<b>IV. Modulul 2: Aplicații interdisciplinare. Reflexia în oglinzile plane .....</b>	<b>29</b>
IV.1. Aplicația 4. Formarea imaginilor în oglinzile plane.....	29
IV.2. Aplicația 5. Caleidoscop virtual .....	38
IV.3. Aplicația 6. Figuri cu mai multe axe de simetrie.....	41
<b>V. Modulul 3. Teme de sinteză. Axe de simetrie .....</b>	<b>47</b>
V.1. Aplicația 7. Axele de simetrie ale unei figuri geometrice .....	48
V.2. Aplicația 8. Test de autoevaluare. Teme de sinteză .....	61
V.3. Aplicația 9. Joc: Caleidoscopul cu întrebări.....	73
<b>VI. Realizator .....</b>	<b>79</b>
<b>VII. Referințe .....</b>	<b>80</b>

## I. LISTA FIGURILOR

---

Figura 1. Lansarea jocului de desenare .....	8
Figura 2. Joc de desenare. Desen realizat de elevi .....	9
Figura 3. Lansarea aplicației ” Figuri geometrice simetrice față de o dreaptă” .....	10
Figura 4. Moment introductiv interactiv .....	10
Figura 5. Generator de puncte simetrice față de o dreaptă.....	11
Figura 6. Generator de figuri simetrice față de o dreaptă.....	12
Figura 7. Definierea simetricului unui punct față de o dreaptă .....	12
Figura 8. Definierea simetriei. Moment interactiv .....	13
Figura 9. Problematizare. Congruența unor segmente .....	13
Figura 10. Indicații pentru rezolvarea problemei .....	14
Figura 11. Simetricul unui segment față de o dreaptă.....	14
Figura 12. Afișarea unei rezolvări a problemei.....	15
Figura 13. Simetricul unei figuri geometrice.....	15
Figura 14. Simetricul unui triunghi față de o dreaptă .....	16
Figura 15. Rezolvarea problemei.....	16
Figura 16. Simetricul unui triunghi. Finalizare .....	17
Figura 17. Joc. Construiește brăduțul! .....	17
Figura 18. Joc. Împodobește brăduțul .....	18
Figura 19. Finalizarea jocului .....	18
Figura 20. Moment introductiv de reactualizare a cunoștințelor .....	19
Figura 21. Problema 1. Enunț.....	20
Figura 22. Problema 1. Rezolvare .....	20
Figura 23. Problema 2. Notăție .....	21
Figura 24. Problema 2. Rezolvare .....	21
Figura 25. Problema 3. Enunț și reprezentare .....	22
Figura 26. Problema 3. Indicație de rezolvare.....	22
Figura 27. Problema 4. Enunț.....	23
Figura 28. Problema 4. Răspuns .....	23
Figura 29. Problema 5. Enunț.....	24
Figura 30. Problema 5. Răspuns .....	24
Figura 31. Problema 6. Enunț.....	25
Figura 32. Problema 6. Indicație de rezolvare.....	25
Figura 33. Problema 6. Răspunsuri .....	26
Figura 34. Problema 7. Enunț.....	26
Figura 35. Problema 7. Indicație de rezolvare.....	27
Figura 36. Joc de formare de cuvinte .....	27
Figura 37. Rezolvarea jocului.....	28
Figura 38. Imagini într-o oglindă plană.....	30
Figura 39. Imaginea în oglindă și simetria axială.....	31
Figura 40. Modelul razei de lumină reflectate .....	31
Figura 41. Formarea imaginii .....	32
Figura 42. Două raze reflectate .....	32
Figura 43. Poziționarea imaginii. Problematizare .....	33
Figura 44. Poziționarea imaginii. Indicații de rezolvare .....	33
Figura 45. Imagini în două oglinzi perpendiculare .....	34
Figura 46. Modelul imaginilor multiple .....	34
Figura 47. Formarea imaginilor multiple .....	35
Figura 48. Localizarea imaginii secundare .....	35
Figura 49. Imagini multiple. Problema 1.....	36
Figura 50. Problema 1. Răspuns .....	36
Figura 51. Imagini multiple. Problema 2.....	37
Figura 52. Problema 2. Răspuns .....	37
Figura 53. Caleidoscop virtual. Problema 3 .....	38
Figura 54. Problema 3. Răspuns .....	38
Figura 55. Caleidoscop virtual. Introducere .....	39
Figura 56. Caleidoscop virtual. Problematizare .....	40

Figura 57. Caleidoscop virtual. Interactivitate .....	40
Figura 58. Imagine obținută prin reflexii succesive în două oglinzi plane .....	41
Figura 59. Generator de figuri cu axe de simetrie .....	42
Figura 60. Modificarea numărului de axe de simetrie .....	42
Figura 61. Utilizarea casetei pentru introducerea răspunsului .....	43
Figura 62. Feedback-ul aplicației la introducerea răspunsului corect .....	43
Figura 63. Definirea axei de simetrie. Exemplificare interactivă.....	48
Figura 64. Axele de simetrie ale unui cerc. Problematizare .....	49
Figura 65. Axele de simetrie ale cercului. Indicație de rezolvare a problemei .....	49
Figura 66. Axa de simetrie a triunghiului isoscel .....	50
Figura 67. Axa de simetrie a triunghiului isoscel. Indicație de rezolvare .....	50
Figura 68. Axele de simetrie ale rombului .....	51
Figura 69. Axele de simetrie ale rombului. Reducerea la o problemă anterior rezolvată.....	51
Figura 70. Axele de simetrie ale triunghiului echilateral.....	52
Figura 71. Axele de simetrie ale triunghiului echilateral. Rezolvare.....	52
Figura 72. Axa de simetrie a unui trapez isoscel .....	53
Figura 73. Axa de simetrie a unui trapez isoscel. Reprezentare.....	53
Figura 74. Axa de simetrie a unui trapez isoscel. Demonstrație .....	54
Figura 75. Axele de simetrie ale dreptunghiului .....	54
Figura 76. Axele de simetrie ale dreptunghiului. Reprezentare .....	55
Figura 77. Axele de simetrie ale dreptunghiului. Indicație .....	55
Figura 78. A doua axă de simetrie a dreptunghiului .....	56
Figura 79. Axele de simetrie ale pătratului .....	56
Figura 80. Axele de simetrie ale pătratului. Soluție.....	57
Figura 81. Axele de simetrie ale pătratului. Reprezentare.....	57
Figura 82. Axele de simetrie ale unui poligon regulat. Indicație.....	58
Figura 83. Axele de simetrie ale unui poligon regulat (1) .....	58
Figura 84. Axele de simetrie ale unui poligon regulat (2) .....	59
Figura 85. Axele de simetrie ale unui poligon. Problemă .....	59
Figura 86. Axele de simetrie ale unui poligon. Răspuns .....	60
Figura 87. Figuri cu mai multe axe de simetrie. Animație .....	60
Figura 88. Instrucțiuni la lansarea testului .....	62
Figura 89. Problema 1. Simetricul unui punct față de axe de coordonate .....	63
Figura 90. Problema 1. Simetricul față de axa Ox.....	63
Figura 91. Problema 1. Simetricul față de axa Oy .....	64
Figura 92. Problema 1. Simetricul față de axa Oy a simetricului față de Ox.....	64
Figura 93. Problema 2. Lungimea unui segment .....	65
Figura 94. Problema 2. Simetricul unui segment față de axa Ox .....	65
Figura 95. Problema 2. Simetricul unui segment față de axa Oy .....	66
Figura 96. Problema 2. Simetricul simetricului unui segment .....	66
Figura 97. Problema 3. Aria unui triunghi .....	67
Figura 98. Problema 3. Aria triunghiului. Indicație și răspuns .....	67
Figura 99. Problema 3. Simetricul unui triunghi față de axa Ox .....	68
Figura 100. Problema 3. Simetricul unui triunghi față de axa Oy .....	68
Figura 101. Problema 3. Simetricul simetricului unui triunghi.....	69
Figura 102. Problema 4. Coliniaritate.....	69
Figura 103. Problema 4. Indicație de rezolvare .....	70
Figura 104. Problema 5. Paralelogram sau dreptunghi? .....	70
Figura 105. Problema 5. Indicație de rezolvare .....	71
Figura 106. Problema 6. Aria suprafeței comune.....	71
Figura 107. Problema 6. Indicație de rezolvare (1) .....	72
Figura 108. Problema 6. Indicație de rezolvare (2) .....	72
Figura 109. Problema 6. Răspuns .....	73
Figura 110. Interfața jocului "Caleidoscopul cu întrebări" .....	74
Figura 111. Introducerea răspunsului și primirea feedback-ului.....	74
Figura 112. Introducerea răspunsului în formă zecimală .....	75

## II. INFORMAȚII GENERALE DESPRE PACHETUL EDUCAȚIONAL "SIMETRIA AXIALĂ"

---

Tema *Simetria față de o dreaptă* face parte din conținuturile de învățare propuse la disciplina *Matematică*, conform programei școlare pentru gimnaziu [1]. Aplicațiile interactive pe care le oferim prin pachetul educațional "**Simetria axială**" au rolul de a facilita introducerea unor noțiuni geometrice noi și de a oferi suport în formarea capacității elevilor de a formula și rezolva probleme. Pachetul conține jocuri educaționale adecvate obiectivelor lecțiilor, care să favorizeze crearea unui mediu de învățare atractiv și plăcut pentru elevi. Abordarea propusă este interdisciplinară, realizându-se conexiunea dintre proprietățile simetriei axiale și fenomenul reflexiei în oglinzile plane. Elevii sunt antrenați în rezolvarea unor probleme de matematică, dar și în rezolvarea unor probleme de optică geometrică, având prilejul de a-și valorifica cunoștințele de geometrie în situații practice, reale.

Activitățile de învățare propuse vizează formarea competențelor generale stabilite de programele de matematică și fizică pentru gimnaziu, cu accent pe formarea competențelor specifice derivate din acestea [1-2]. În proiectarea aplicațiilor au fost luate în considerație rezultatele cercetărilor în domeniul psihologiei cognitive, referitoare la învățarea eficientă prin utilizarea unor instrumente multimedia [3]. A fost evitată supraîncărcarea cu informații a panourilor aplicațiilor și au fost valorificate elementele de interactivitate puse la dispoziție de software-ul *GeoGebra*, utilizat pentru crearea aplicațiilor oferite prin pachetul educațional "**Simetria axială**".

### **Ce este GeoGebra?**

Software-ul *GeoGebra* are la bază un sistem de geometrie dinamică interconectat cu un sistem de calcul algebric, fiind creat special pentru a oferi un mediu interactiv de învățare a matematicii. În prezent, *GeoGebra* are milioane de utilizatori, în sute de țări [4].

### **Cum accesați și utilizați aplicațiile din pachetul "Simetria axială"?**

Cele nouă aplicații ale pachetului educațional "**Simetria axială**" au fost publicate sub forma unei cărți *GeoGebra*, accesibilă la acest [link](#). După selectarea aplicației dorite, aceasta poate fi descărcată pe calculatorul propriu, sau poate fi utilizată online. Pentru trecerea de la un moment la altul al lecției, elevul va acționa cursoarele incluse în panourile aplicației. Figurile realizate cu *GeoGebra* sunt dinamice, astfel că elementele grafice pot fi rearanjate de către utilizator, generându-se configurații noi, care să respecte condițiile impuse. Panourile aplicației conțin casete de validare, care permit afișarea sau ascunderea unor elemente grafice, precum și casete pentru introducerea unor date.

Testele de evaluare oferite în cadrul pachetului sunt generate dinamic. Astfel, la fiecare rulare problemele vor avea date diferite, iar reprezentările grafice vor corespunde datelor generate. Pentru fiecare problemă, elevul poate primi indicații de rezolvare sau răspunsurile corecte, pentru verificare. Elevii au posibilitatea de a rezolva de mai multe ori testele de autoevaluare, până la înțelegerea corectă a noțiunilor studiate.

Aplicațiile din pachetul "**Simetria axială**" au fost grupate în 3 module:

- Simetria axială. Lecții de inițiere
- Reflexia în oglinzile plane. Aplicații interdisciplinare

## *Simetria axială*

- Axe de simetrie. Lecții de sinteză.

### III. MODULUL 1: SIMETRIA AXIALĂ. LECȚII DE ÎNȚIERE

<b>Materia</b>	Matematică
<b>Modulul 1</b>	Simetria axială. Lecții de inițiere
<b>Clasa</b>	a VI-a, a VII-a
<b>Scurtă descriere a materialului</b>	Primul modul are ca obiectiv introducerea noțiunii de simetrie axială și demonstrarea unor proprietăți ale simetriei axiale. Modulul pune la dispoziție trei aplicații realizate cu <i>GeoGebra</i> .
<b>Cunoștințe științifice / teoretice necesare la începutul lecției</b>	Pentru parcurgerea lecțiilor elevul trebuie să cunoască: <ul style="list-style-type: none"> <li>- noțiunea de mediatoare a unui segment</li> <li>- cazurile de congruență ale triunghiurilor</li> <li>- condițiile de coliniaritate a trei puncte</li> <li>- utilizarea coordonatelor carteziane</li> <li>- calculul ariei unui triunghi</li> </ul>
<b>Cuvinte-cheie</b>	Simetrie axială, mediatoare, triunghiuri congruente, coordonate carteziane, arii
<b>Componentele modului</b>	Joc de desenare. Definirea simetricului unui punct față de o dreaptă și reprezentarea geometrică dinamică, corespunzătoare definiției. Învățare prin rezolvare de probleme: simetricul unui segment față de o dreaptă, simetricul unui triunghi față de o dreaptă. Joc de construcție a unui desen cu axă de simetrie, prin deplasarea și aranjarea unor poligoane. Test de autoevaluare cu itemi și reprezentări grafice generate dinamic. Joc cu formare de cuvinte
<b>Timp total</b>	100 min



#### III.1. Aplicația 1. Joc de desenare

<b>Obiectiv</b>	Captarea atenției elevului și familiarizarea cu tema studiată
<b>Durata în timp pentru utilizarea la clasă</b>	5 min

<b>Descrierea conținutului</b>	În descrierea de mai jos
<b>Reprezentare vizuală a lecției la care se referă aplicația (capturi de ecran)</b>	În descrierea de mai jos
<b>Instrucțiuni de utilizare</b>	În descrierea de mai jos
<b>Tipul de itemi de învățare</b>	Text, Imagini, Simulare, Activitate de desenare

### Descrierea aplicației ”Joc de desenare”

Această aplicație oferă elevilor posibilitatea de a realiza diferite desene care au o axă de simetrie. În panoul din stânga al aplicației sunt prezentate instrucțiunile, iar în panoul din dreapta este reprezentată axa de simetrie a desenului care va fi creat de elev (Figura 1).

Elevul va acționa butonul de desenare liberă , apoi va desena diferite forme în panoul din dreapta, în unul din semiplanele determinate de axa de simetrie. După acționarea butonului  se va obține simetricul liniei sau liniilor trasate, în raport cu axa de simetrie, în modul următor: mai întâi se dă *click* pe linia trasată, apoi pe axa de simetrie. Figura 2 prezintă un desen realizat de elevi în această aplicație.

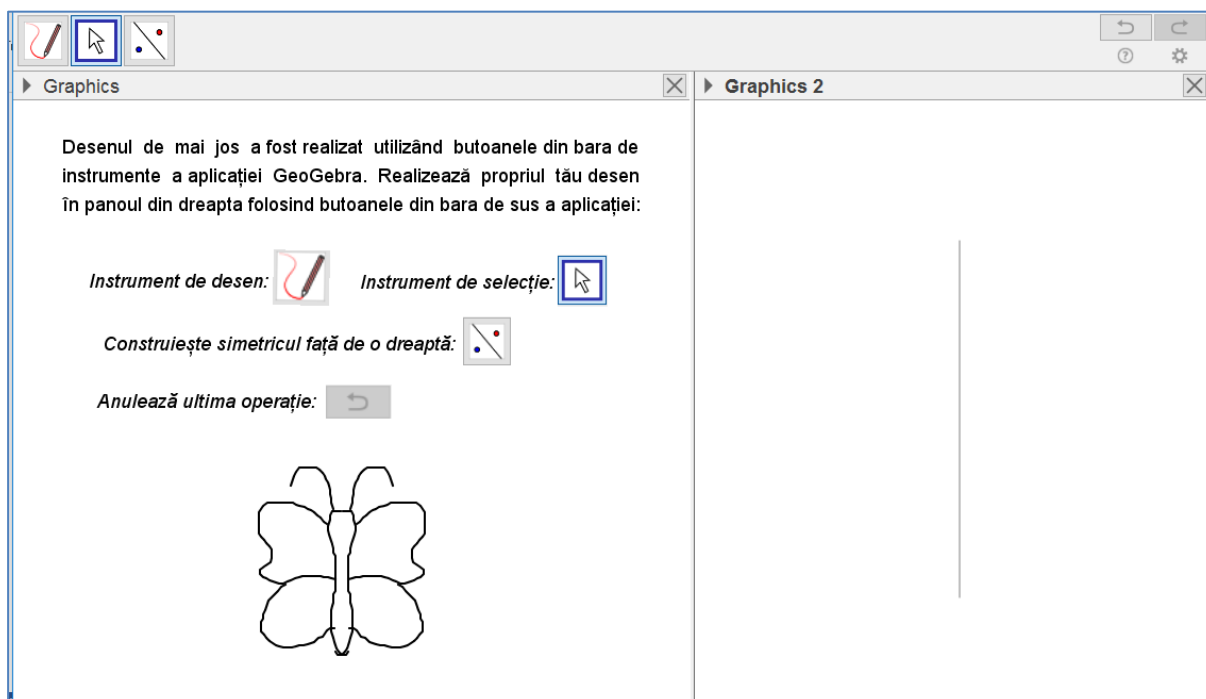


Figura 1. Lansarea jocului de desenare



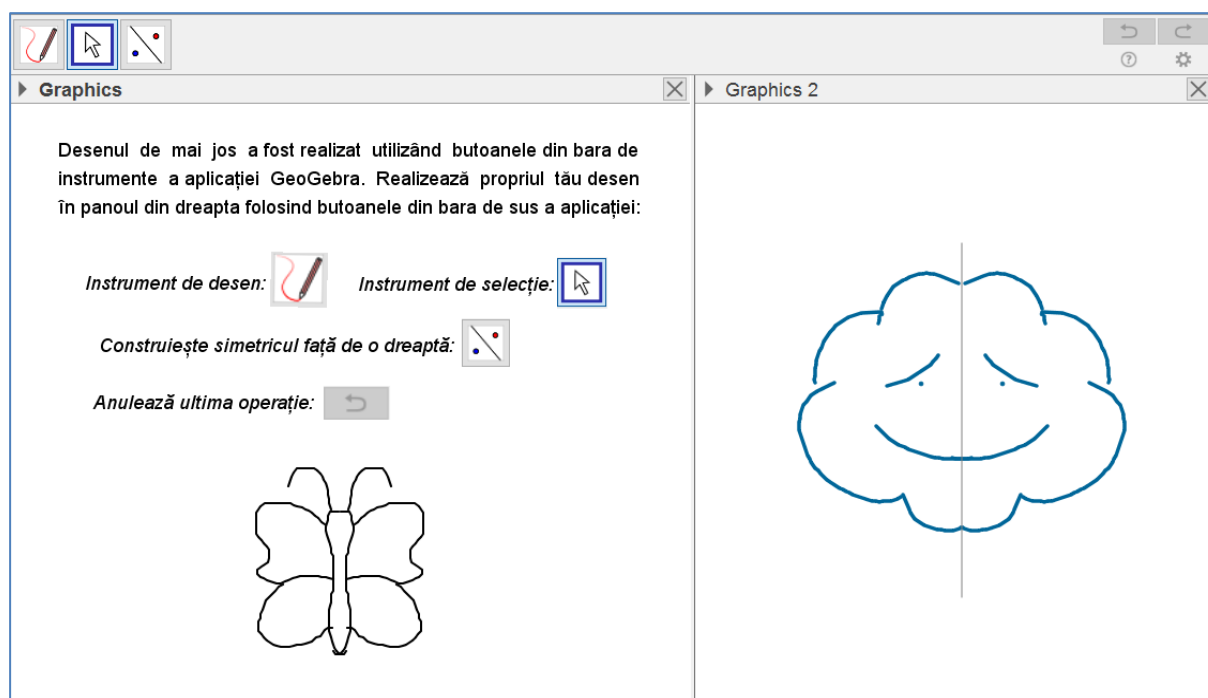


Figura 2. Joc de desenare. Desen realizat de elevi

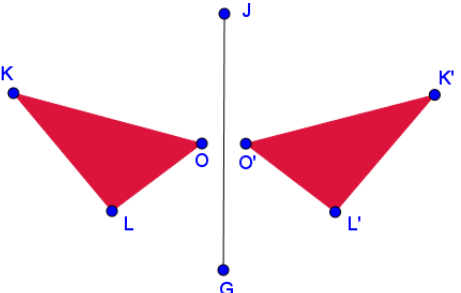
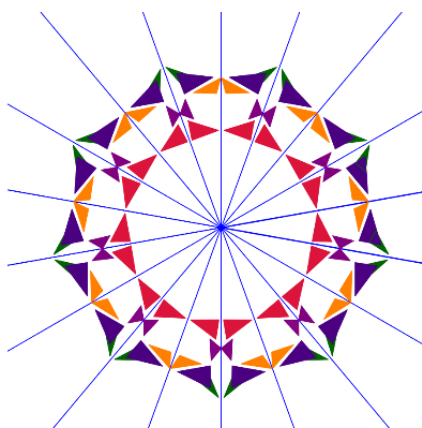
*Jocul de desenare* poate fi folosit la începutul modului, pentru captarea atenției elevilor și familiarizarea cu subiectul, sau pe parcursul lecției, dacă este nevoie de un mic moment de relaxare. Folosind aplicația, se pot organiza concursuri de desen între elevi. Elevii care nu concurează vor forma juriul competiției.

### III.2. Aplicația 2. Figuri geometrice simetrice față de o dreaptă

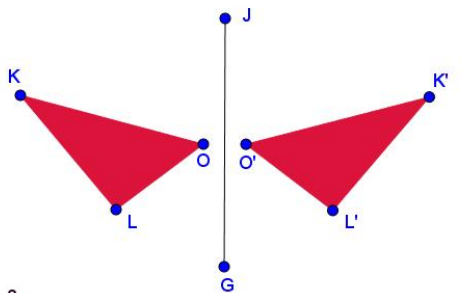
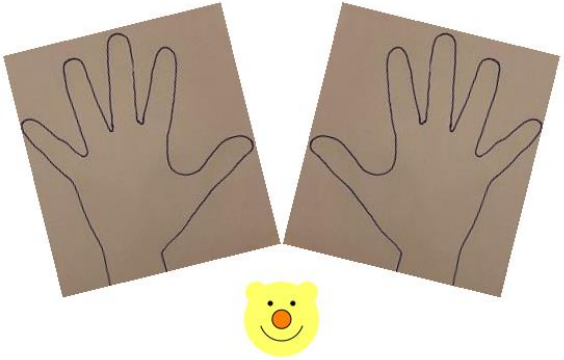
<b>Obiectiv</b>	Definirea simetricului unui punct față de o dreaptă și deducerea unor consecințe, prin problematizare
<b>Durata în timp pentru utilizarea la clasă</b>	45 min
<b>Descrierea conținutului</b>	În descrierea de mai jos
<b>Reprezentare vizuală a lecției la care se referă aplicația (capturi de ecran)</b>	În descrierea de mai jos
<b>Instrucțiuni de utilizare</b>	În descrierea de mai jos
<b>Tipul de itemi de învățare</b>	Text, Imagini, Simulare, Rezolvare de probleme

**Descrierea aplicației ” Figuri geometrice simetrice față de o dreaptă”**

Pentru a naviga în cadrul acestei aplicații, se deplasează cursorul din panoul din stânga (Figura 3). După anunțarea temei lecției, urmează un moment introductiv interactiv. Punctele reprezentate în panoul din stânga, notate cu  $K, O, L, J, G$  pot fi deplasate de elev, iar aplicația va re-poziționa de fiecare dată punctele  $K', O'$  și  $L'$ , astfel ca acestea să fie simetricele punctelor  $K, O$  și  $L$  față de dreapta  $JG$  (Figura 4). În timp ce elevii mută câte unul din cele 6 puncte, se observă și se discută modul în care sunt plasate perechile de puncte față de dreapta  $GJ$ . Elevii pot observa că dreapta  $GJ$  este mediatoarea segmentelor determinate de anumite perechi de puncte. Elevii sunt solicitați să dea exemple de simetrii întâlnite în natură.

<p><i>Bun venit în lumea fascinantă a simetriei! În următoarele lecții vom studia câteva aspecte importante referitoare la simetria față de o dreaptă și vom aplica proprietățile simetriei pentru a înțelege modul de formare a imaginilor în oglinzile plane. În final, vom explora teritoriul uimitor în care Matematica se întâlnește cu Arta.</i></p>  <p>1</p> <p><i>Pentru a avansa, deplasează spre dreapta cursorul.</i></p>	 <p>Poți obține o imagine asemănătoare celei de mai sus folosind două oglinzi și câteva triunghiuri mici de hârtie colorată.</p>
---	---

**Figura 3. Lansarea aplicației ” Figuri geometrice simetrice față de o dreaptă”**

<p>În figura de mai jos, punctele <math>L', O'</math> și <math>K'</math> sunt simetricele punctelor <math>L, O</math>, respectiv <math>K</math> față de dreapta <math>GJ</math>. Poți deplasa punctele <math>L, O, K, J</math> și <math>G</math> și vei observa cum se modifică poziția punctelor <math>L', O'</math> și <math>K'</math>.</p>  <p>2</p> <p><i>Pentru a avansa, deplasează spre dreapta cursorul.</i></p>	<p><i>Simetria este o proprietate frecvent întâlnită în natură. Ai putea da câteva exemple de simetrii din lumea reală?</i></p> 
---	--

**Figura 4. Moment introductiv interactiv**

În funcție de răspunsurile elevilor, momentul introductiv poate dura între 5 și 10 minute. În următorul moment al lecției, aplicația oferă reprezentarea a  $n$  puncte, generate aleatoriu, și a simetricile lor față de o dreaptă. Cu ajutorul cursorului albastru, elevul poate modifica numărul  $n$  de puncte reprezentate (Figura 5). La fiecare deplasare a cursorului, aplicația generează noi puncte, în poziții diferite. Întrebarea cheie a momentului este: "Ce înțelegem prin simetricul unui punct față de o dreaptă?"

Următorul moment al lecției permite afișarea liniilor poligonale închise determinate de punctele generate aleatoriu, obținându-se figuri geometrice simetrice (Figura 6). Întrebarea acestui moment este: "Ce înțelegem prin simetricul unei figuri geometrice față de o dreaptă?". Durata de utilizare în lecție a generatorului de figuri simetrice, cu discutarea reprezentărilor obținute, poate fi de aproximativ 5 minute.

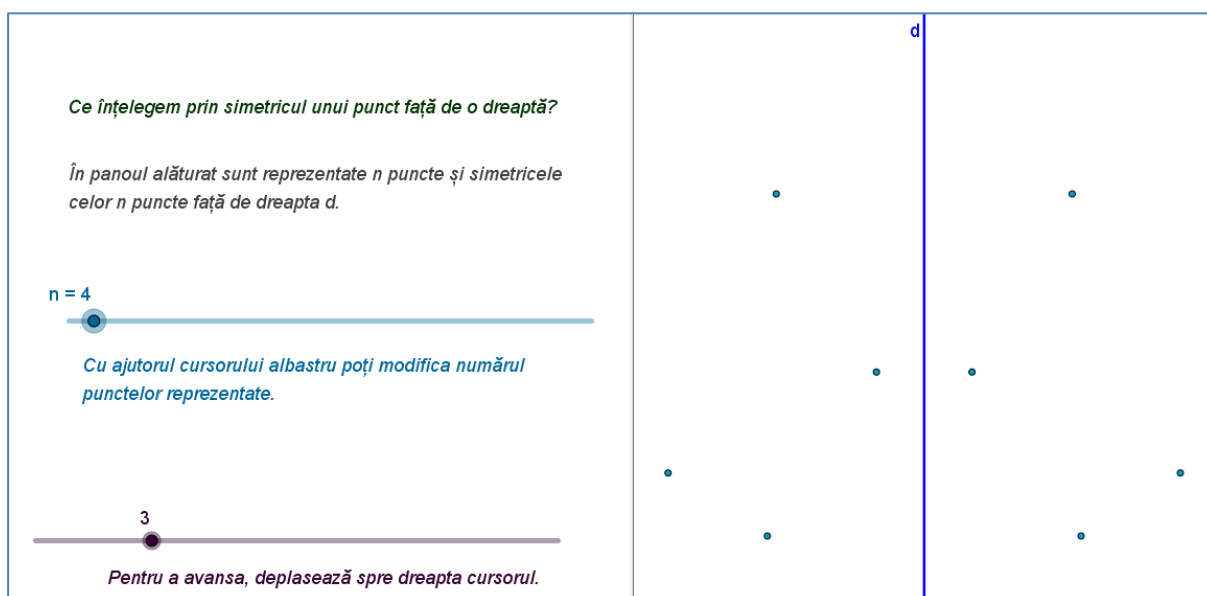


Figura 5. Generator de puncte simetrice față de o dreaptă

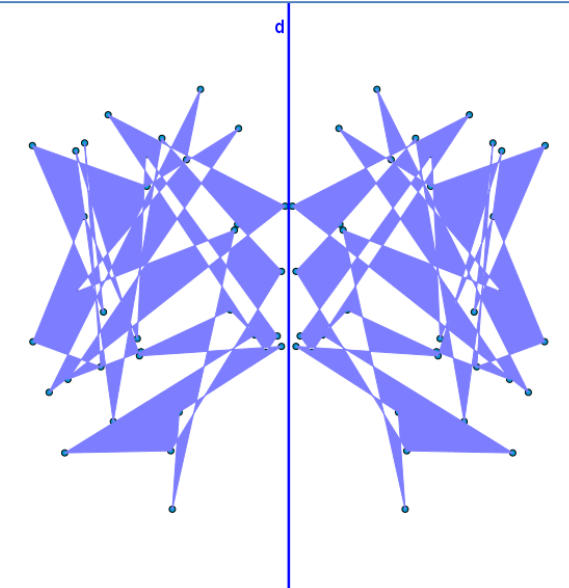
Ce înțelegem prin simetricul unei figuri geometrice față de o dreaptă?

Bifează caseta alăturată pentru a reprezenta o figură geometrică determinată de punctele generate aleatoriu, precum și simetrica acestei figuri geometrice față de dreapta  $d$ .

n = 34

Cu ajutorul cursorului albastru poți modifica numărul punctelor reprezentate.

4



**Figura 6. Generator de figuri simetrice față de o dreaptă**

În următorul moment al lecției, elevii vor nota definiția simetricului unui punct față de o dreaptă (Figura 7). Se reamintește definiția mediatoarei unui segment, pentru a formula mai concis definiția simetricului unui punct. Elevii pot deplasa cu ajutorul mouse-ului punctul  $A$ , și vor observa că simetricul său față de dreapta  $d$ , punctul  $A'$ , va fi re poziționat automat de aplicație (Figura 8).

Următoarele trei momente ale lecției propun rezolvarea a trei probleme (Figurile 9-16), importante pentru înțelegerea sintagmelor "simetricul unui segment față de o dreaptă" și "simetricul unui triunghi față de o dreaptă". Pentru fiecare problemă, aplicația poate afișa indicații de rezolvare sau soluții posibile, după bifarea casetelor corespunzătoare.

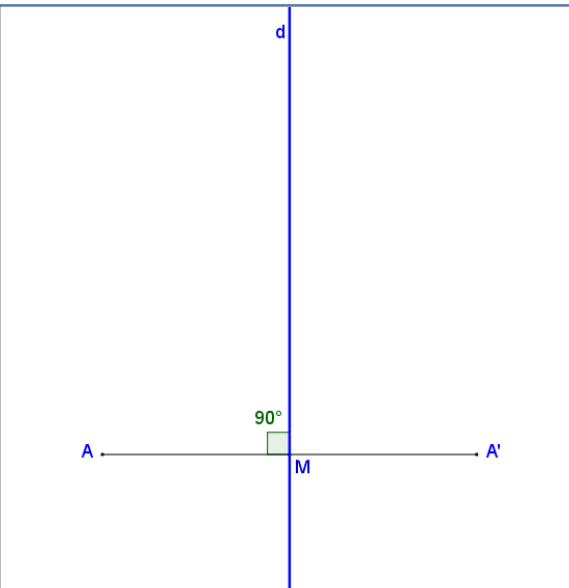
Ce înțelegem prin simetricul punctului  $A$  față de dreapta  $d$ ?

**Definiție:**

Punctul  $A'$  se numește simetricul punctului  $A$  față de dreapta  $d$  dacă dreapta  $d$  este mediatoarea segmentului  $(AA')$ .

Dacă notăm cu  $M$  punctul de intersecție dintre dreapta  $d$  și segmentul  $(AA')$ , acesta va fi mijlocul segmentului  $(AA')$ , iar dreapta  $d$  va fi perpendiculară pe  $(AA')$ , în punctul  $M$ .

5



**Figura 7. Definierea simetricului unui punct față de o dreaptă**

## Simetria axială


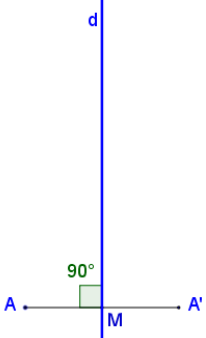
<p><i>Ce înțelegem prin simetricul punctului A față de dreapta d?</i></p> <p><b>Definiție:</b></p> <p><i>Punctul A' se numește simetricul punctului A față de dreapta d dacă dreapta d este mediatoarea segmentului (AA').</i></p> <p><i>Poți muta punctul A în desenul alăturat și vei observa cum se modifică poziția punctului A', simetricul lui A față de dreapta d.</i></p> 	
---	---

Figura 8. Definirea simetriei. Moment interactiv


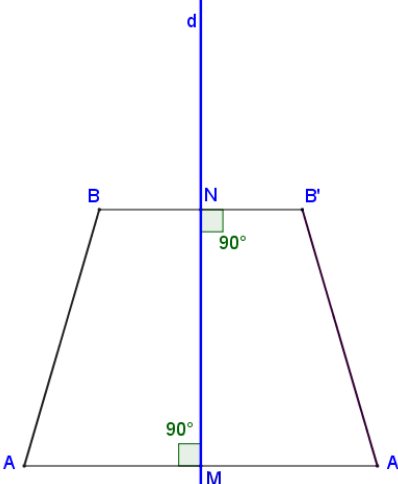
<p><b>Problema 1:</b></p> <p><i>Dacă punctul A' este simetricul punctului A față de dreapta d, iar punctul B' este simetricul punctului B față de dreapta d, demonstrează că segmentele (AB) și (A'B') sunt congruente.</i></p> <p><input type="checkbox"/> Indicație</p> 	
---	---

Figura 9. Problematizare. Congruența unor segmente

## Simetria axială

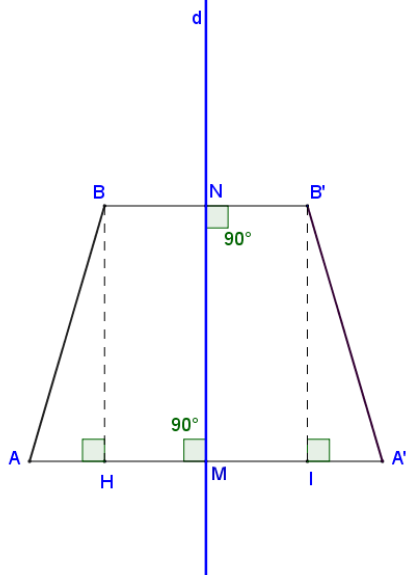
<p><b>Problema 1:</b></p> <p><i>Dacă punctul <math>A'</math> este simetricul punctului <math>A</math> față de dreapta <math>d</math>, iar punctul <math>B'</math> este simetricul punctului <math>B</math> față de dreapta <math>d</math>, demonstrează că segmentele <math>(AB)</math> și <math>(A'B')</math> sunt congruente.</i></p> <p><input checked="" type="checkbox"/> <b>Indicație</b></p> <p>Să construim înălțimile <math>BH</math> și <math>B'I</math> în trapezul <math>AA'B'B</math>.</p> <p>Demonstrează că triunghiurile dreptunghice <math>ABH</math> și <math>A'B'I</math> sunt congruente (cazul catetă - catetă).</p> <hr style="width: 100%; border: 0; border-top: 1px solid black; margin-top: 20px;"/> <div style="text-align: center;">7</div>	
---	--

Figura 10. Indicații pentru rezolvarea problemei

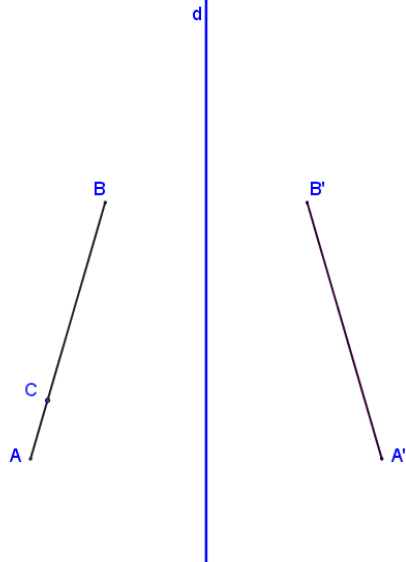

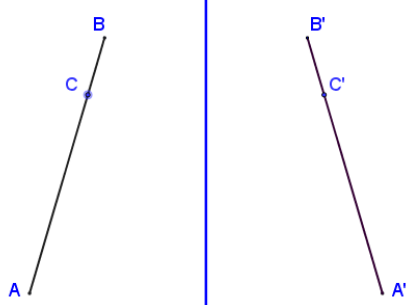

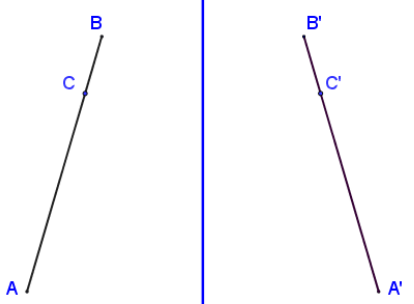
<p><b>Problema 2:</b></p> <p><i>Dacă punctul <math>C</math> este situat pe segmentul <math>(AB)</math>, punctul <math>A'</math> este simetricul punctului <math>A</math> față de dreapta <math>d</math>, punctul <math>B'</math> este simetricul punctului <math>B</math> față de dreapta <math>d</math>, iar punctul <math>C'</math> este simetricul punctului <math>C</math> față de dreapta <math>d</math>, demonstrează că punctul <math>C'</math> este situat pe segmentul <math>(A'B')</math>.</i></p> <p><input type="checkbox"/> <b>Soluție</b></p> <p><input type="checkbox"/> <b>Simetricul unui segment față de o dreaptă</b></p> <hr style="width: 100%; border: 0; border-top: 1px solid black; margin-top: 20px;"/> <div style="text-align: center;">8</div>	
--	---

Figura 11. Simetricul unui segment față de o dreaptă

## Simetria axială

<p><b>Problema 2:</b></p> <p>Dacă punctul C este situat pe segmentul (AB), punctul A' este simetricul punctului A față de dreapta d, punctul B' este simetricul punctului B față de dreapta d, iar punctul C' este simetricul punctului C față de dreapta d, demonstrează că punctul C' este situat pe segmentul (A'B').</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Soluție</p> <p>Dacă <math>C \in (AB)</math>, atunci <math>AB=AC+CB</math>. Conform problemei anterioare avem <math>AB=A'B'</math>, <math>AC=A'C'</math> și <math>BC=B'C'</math>. De aici rezultă că <math>A'B'=A'C'+C'B'</math> și prin urmare punctul <math>C' \in (A'B')</math>.</p> <p><input type="checkbox"/> Simetricul unui segment față de o dreaptă</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>	<div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;">d</div> 
---	--

**Figura 12. Afișarea unei rezolvări a problemei**

<p><b>Problema 2:</b></p> <p>Dacă punctul C este situat pe segmentul (AB), punctul A' este simetricul punctului A față de dreapta d, punctul B' este simetricul punctului B față de dreapta d, iar punctul C' este simetricul punctului C față de dreapta d, demonstrează că punctul C' este situat pe segmentul (A'B').</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Soluție</p> <p>Dacă <math>C \in (AB)</math>, atunci <math>AB=AC+CB</math>. Conform problemei anterioare avem <math>AB=A'B'</math>, <math>AC=A'C'</math> și <math>BC=B'C'</math>. De aici rezultă că <math>A'B'=A'C'+C'B'</math> și prin urmare punctul <math>C' \in (A'B')</math>.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Simetricul unui segment față de o dreaptă</p> <p><i>Deoarece simetricul față de d al oricărui punct de pe segmentul (AB) aparține segmentului (A'B') și orice punct de pe segmentul (A'B') este simetricul față de d al unui punct de pe (AB), spunem că simetricul segmentului (AB) față de dreapta d este segmentul (A'B').</i></p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>	<div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;">d</div> 
--	--

**Figura 13. Simetricul unei figuri geometrice**


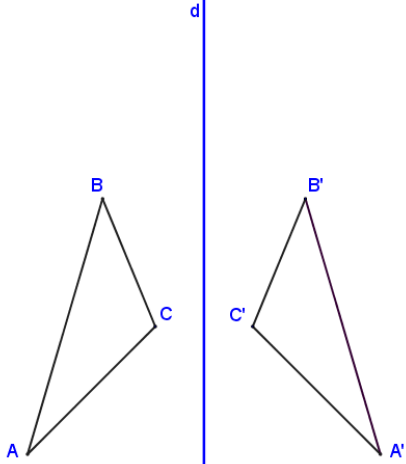
<p><b>Problema 3:</b></p> <p>Dacă punctul <math>A'</math> este simetricul punctului <math>A</math> față de dreapta <math>d</math>, punctul <math>B'</math> este simetricul punctului <math>B</math> față de dreapta <math>d</math>, iar punctul <math>C'</math> este simetricul punctului <math>C</math> față de dreapta <math>d</math>, demonstrează că triunghiurile <math>ABC</math> și <math>A'B'C'</math> sunt congruente.</p> <p><input type="checkbox"/> Soluție</p> <p><input type="checkbox"/> Simetricul unui triunghi față de o dreaptă</p> 	
--	--

Figura 14. Simetricul unui triunghi față de o dreaptă


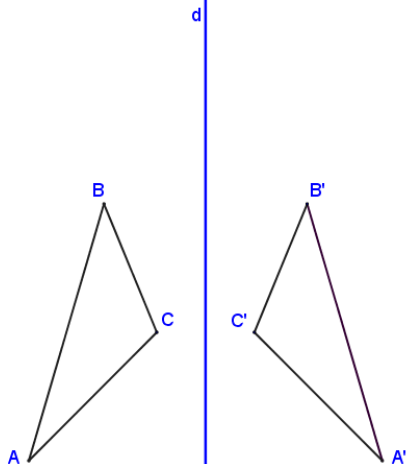
<p><b>Problema 3:</b></p> <p>Dacă punctul <math>A'</math> este simetricul punctului <math>A</math> față de dreapta <math>d</math>, punctul <math>B'</math> este simetricul punctului <math>B</math> față de dreapta <math>d</math>, iar punctul <math>C'</math> este simetricul punctului <math>C</math> față de dreapta <math>d</math>, demonstrează că triunghiurile <math>ABC</math> și <math>A'B'C'</math> sunt congruente.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Soluție</p> <p>Conform problemei 1, avem <math>(A'B') \equiv (AB)</math>, <math>(B'C') \equiv (BC)</math> și <math>(A'C') \equiv (AC)</math>. Atunci triunghiurile <math>A'B'C'</math> și <math>ABC</math> sunt congruente (cazul LLL).</p> <p><input type="checkbox"/> Simetricul unui triunghi față de o dreaptă</p> 	
--	---

Figura 15. Rezolvarea problemei



<p><b>Problema 3:</b></p> <p>Dacă punctul <math>A'</math> este simetricul punctului <math>A</math> față de dreapta <math>d</math>, punctul <math>B'</math> este simetricul punctului <math>B</math> față de dreapta <math>d</math>, iar punctul <math>C'</math> este simetricul punctului <math>C</math> față de dreapta <math>d</math>, demonstrează că triunghiurile <math>ABC</math> și <math>A'B'C'</math> sunt congruente.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Soluție</p> <p>Conform problemei 1, avem <math>(A'B') \equiv (AB)</math>, <math>(B'C') \equiv (BC)</math> și <math>(A'C') \equiv (AC)</math>. Atunci triunghiurile <math>A'B'C'</math> și <math>ABC</math> sunt congruente (cazul LLL).</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Simetricul unui triunghi față de o dreaptă</p> <p>Triunghiul <math>A'B'C'</math> este simetricul triunghiului <math>ABC</math> față de dreapta <math>d</math>.</p> <p style="text-align: right;">9</p>	
--	--

Figura 16. Simetricul unui triunghi. Finalizare

În finalul lecției introductive, aplicația simulează un joc de tip *puzzle* (Figura 17). Elevii pot roti sau translata poligoanele din stânga axei de simetrie  $d$ , folosind punctele de control  $P_i$  afișate. Poligoanele simetrice, din dreapta axei de simetrie, se vor repositiona simultan. După aranjarea poligoanelor astfel încât să formeze un brăduț, elevii îl pot împodobi, amplasând ornamentele din cutie (Figura 18). Ornamentele sunt perechi de obiecte simetrice față de dreapta  $d$  (Figura 19).

<p style="text-align: center;">Joc</p> <p>Construiește imaginea unui brăduț cu piesele din panoul alăturat. Împodobește brăduțul cu ornamentele din cutie.</p> <p>Poți roti și translata poligoanele manipulând punctele <math>\{P_k\}_{k=1,8}</math></p> <p><input type="checkbox"/> Deschide cutia cu ornamente</p> <p style="text-align: right;">10</p>	
--	--

Figura 17. Joc. Construiește brăduțul!

## Simetria axială

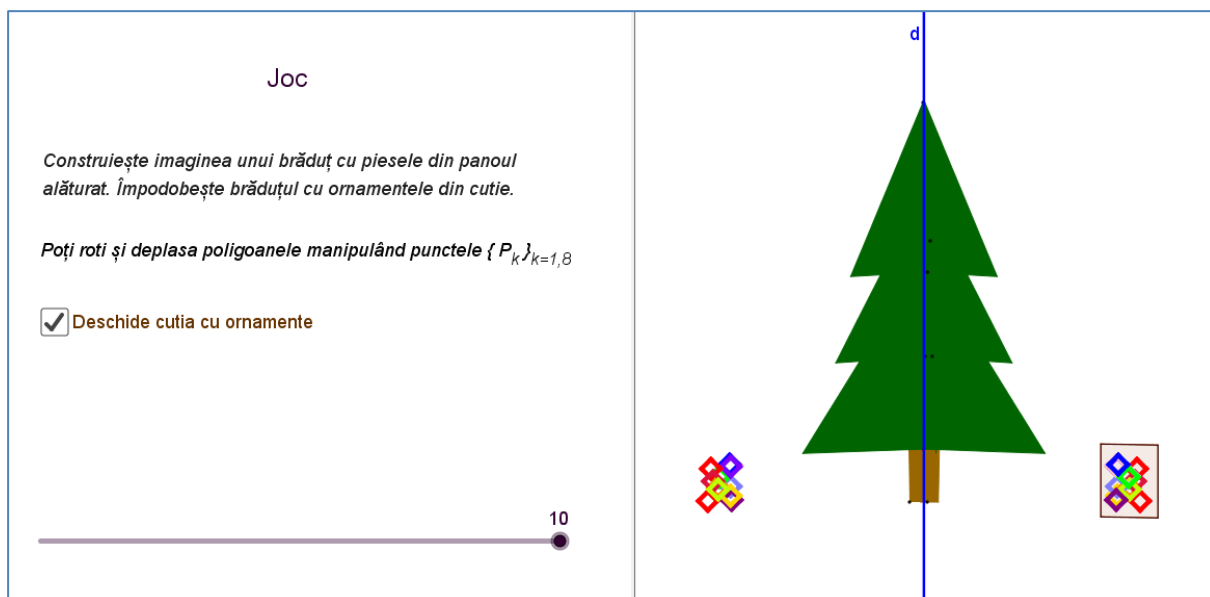


Figura 18. Joc. Împodobește brăduțul

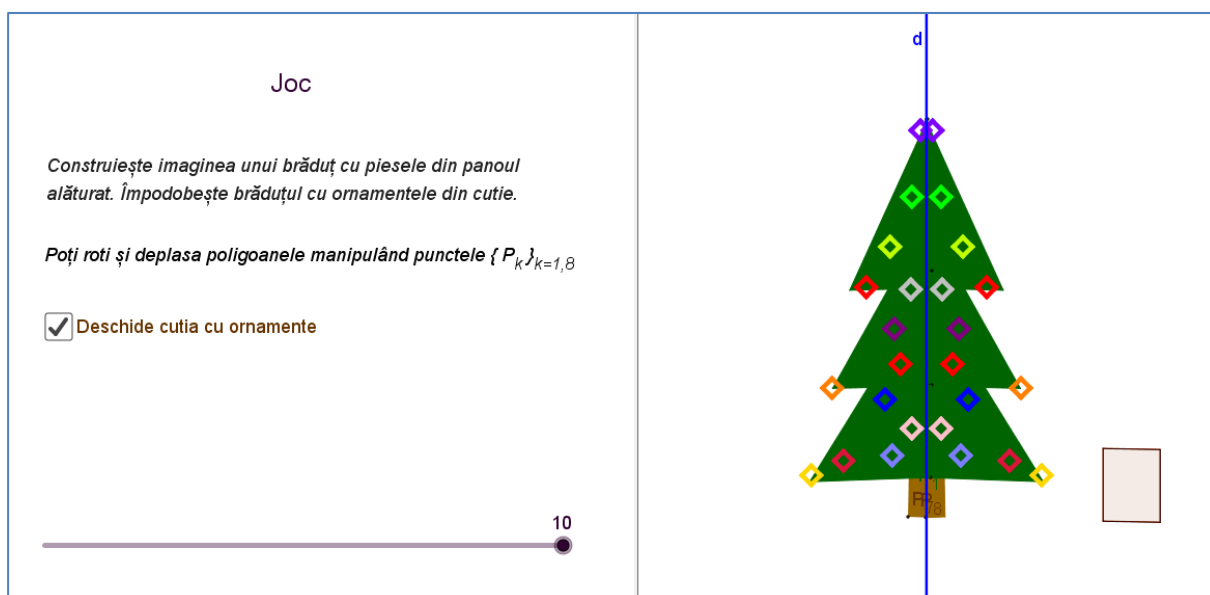


Figura 19. Finalizarea jocului

### III.3. Aplicația 3. Test de autoevaluare

<b>Obiectiv</b>	Utilizarea noțiunii de simetrie în rezolvarea problemelor. Corelarea noțiunii de simetrie cu alte noțiuni geometrice
<b>Durata în timp pentru utilizarea la clasă</b>	50 min

Descrierea conținutului	În descrierea de mai jos
Reprezentare vizuală a lecției la care se referă aplicației (capturi de ecran)	În descrierea de mai jos
Instrucțiuni de utilizare	În descrierea de mai jos
Tipul de itemi de învățare	Text, Imagini, Simulare, Rezolvare de probleme

### Descrierea aplicației "Test de autoevaluare"

Înainte de începerea testului, aplicația propune reamintirea semnificației coordonatelor carteziene, a abscisei și a ordonatei (Figura 20). Pentru parcurgerea testului se deplasează spre dreapta cursorul din panoul din stânga (Figura 21).

Testul conține șapte probleme, cu date și reprezentări diferite la fiecare rulare a testului. Astfel, testul va putea fi rezolvat de mai multe ori de elevii care întâmpină dificultăți în rezolvarea problemelor, până la efectuarea corectă a raționamentelor. Aplicația oferă indicații de rezolvare și răspunsurile corecte (Figurile 21-35). Problemele incluse în test se referă la determinarea coordonatelor simetricelor unor puncte față de o dreaptă dată și la calculul unor lungimi și arii.

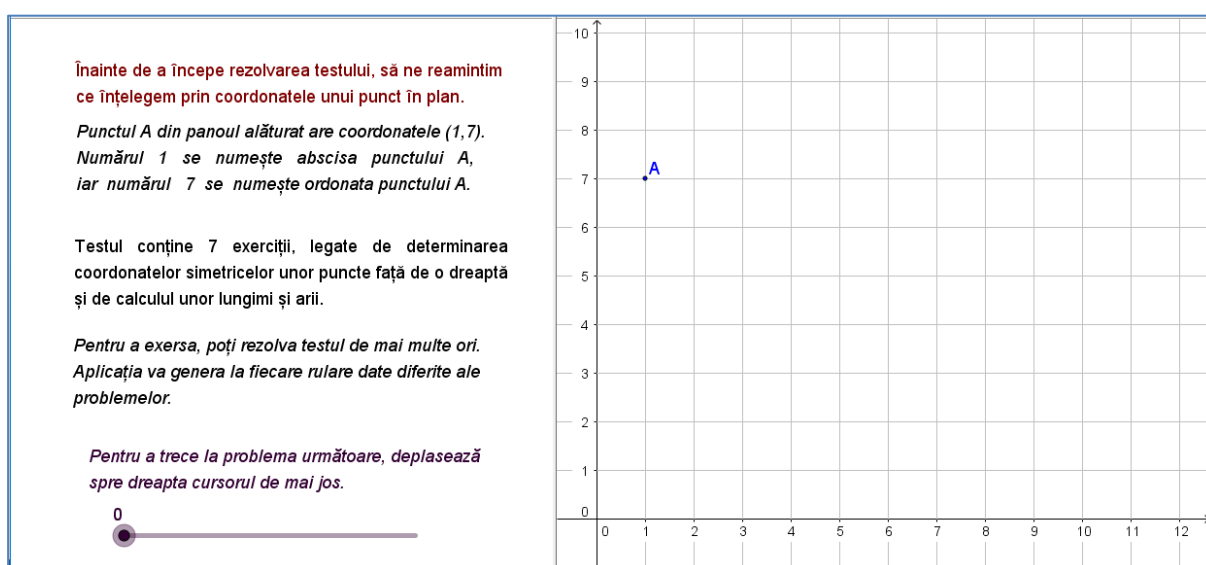


Figura 20. Moment introductiv de reactualizare a cunoștințelor

## Simetria axială

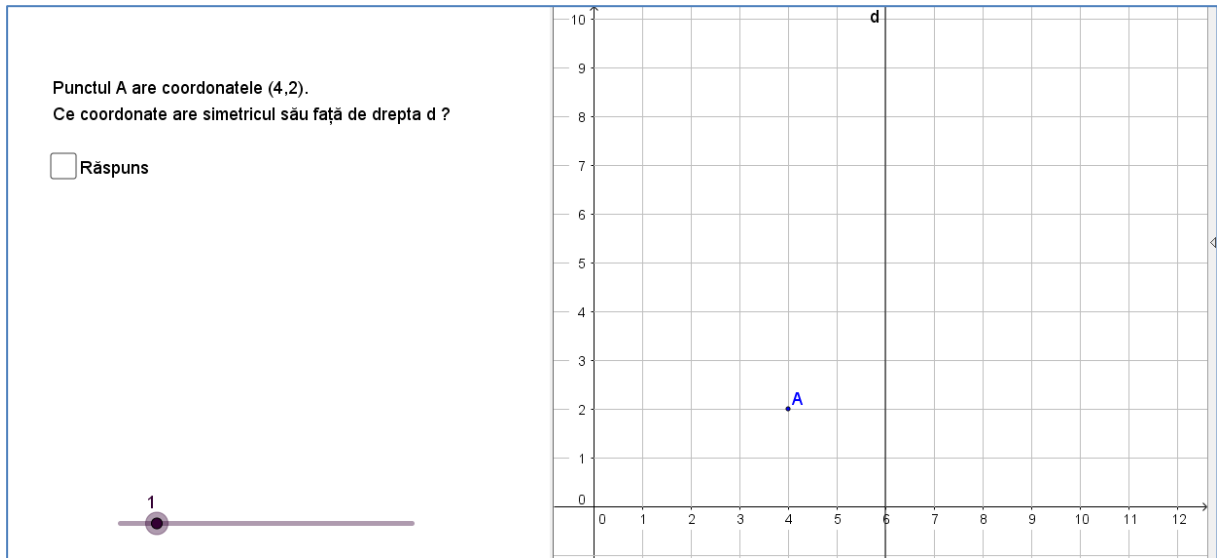


Figura 21. Problema 1. Enunț

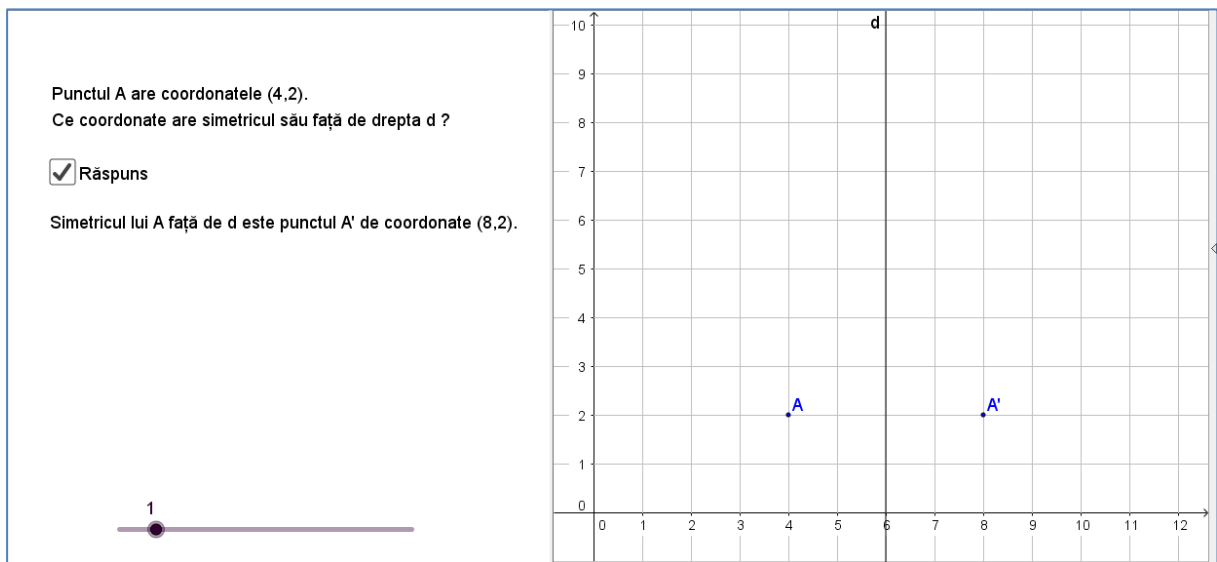


Figura 22. Problema 1. Rezolvare

## Simetria axială

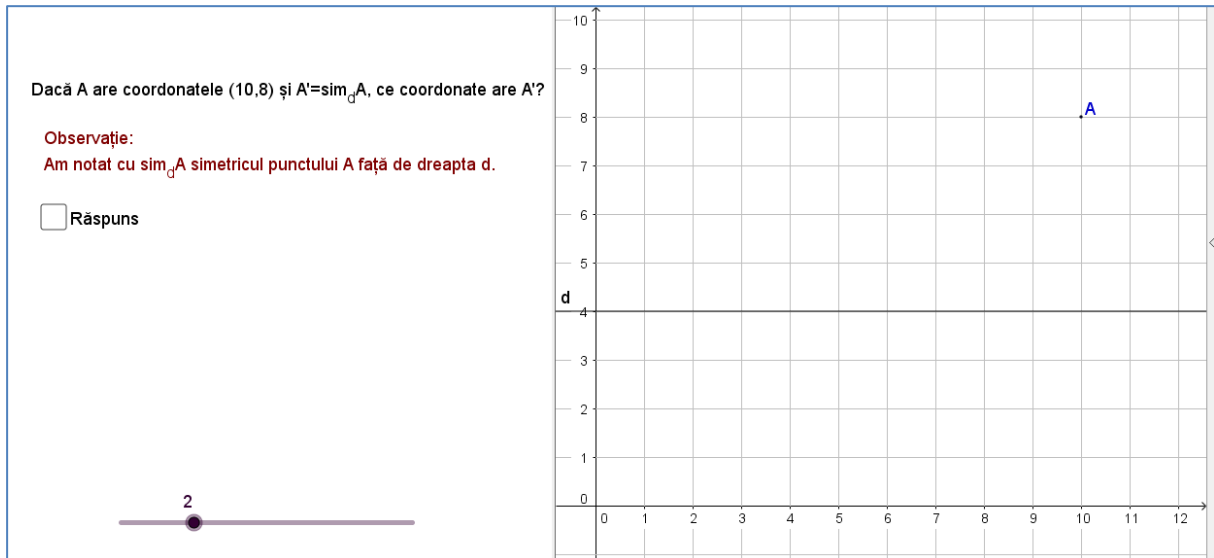


Figura 23. Problema 2. Notăție

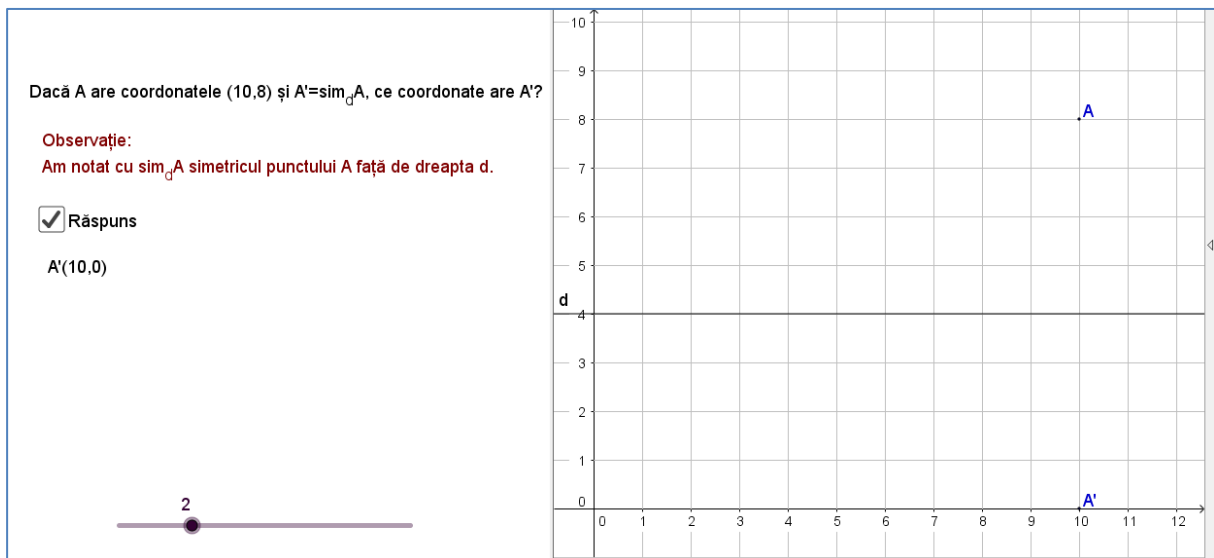


Figura 24. Problema 2. Rezolvare

## Simetria axială

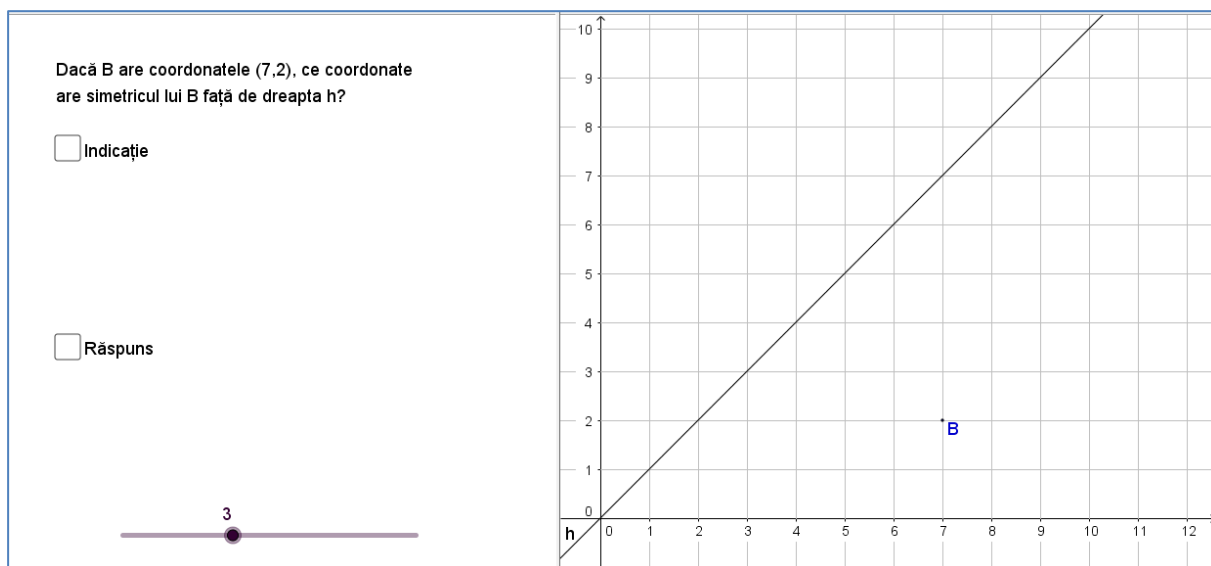


Figura 25. Problema 3. Enunț și reprezentare

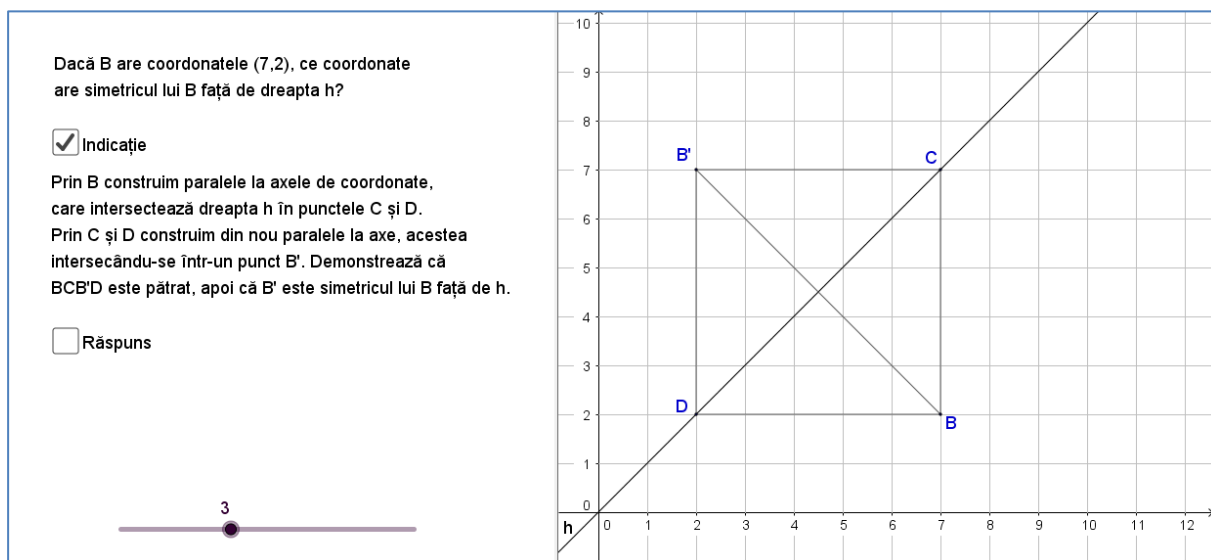


Figura 26. Problema 3. Indicație de rezolvare

## Simetria axială

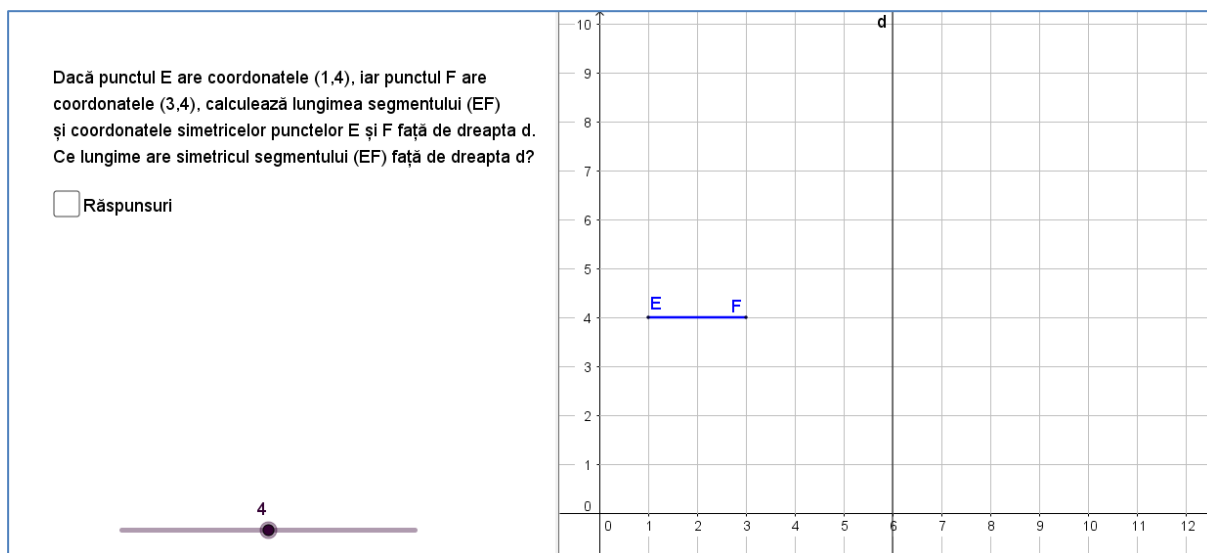


Figura 27. Problema 4. Enunț

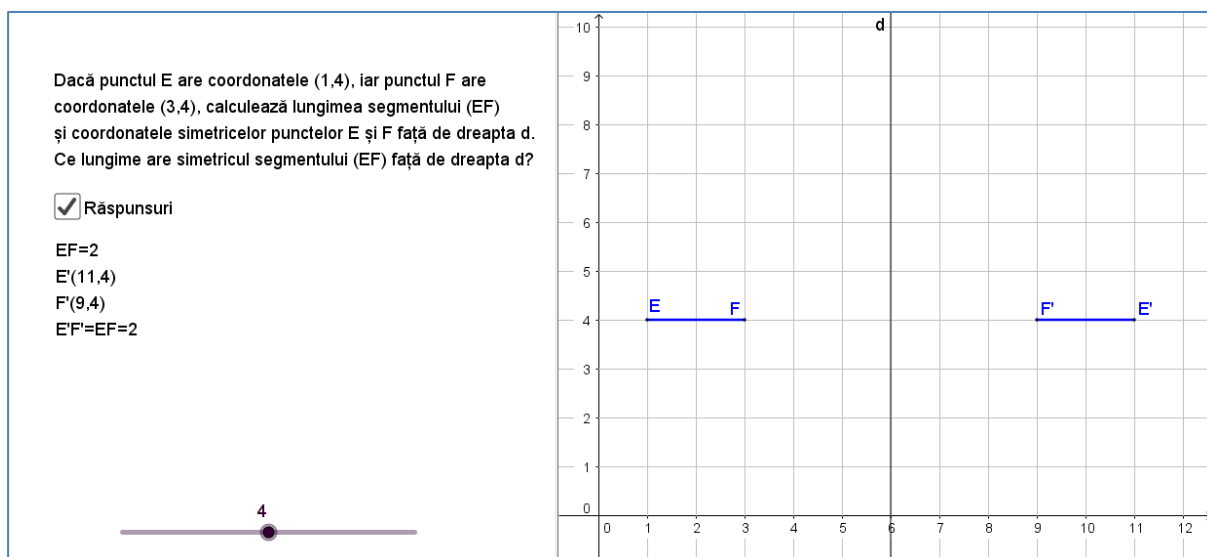


Figura 28. Problema 4. Răspuns

## Simetria axială

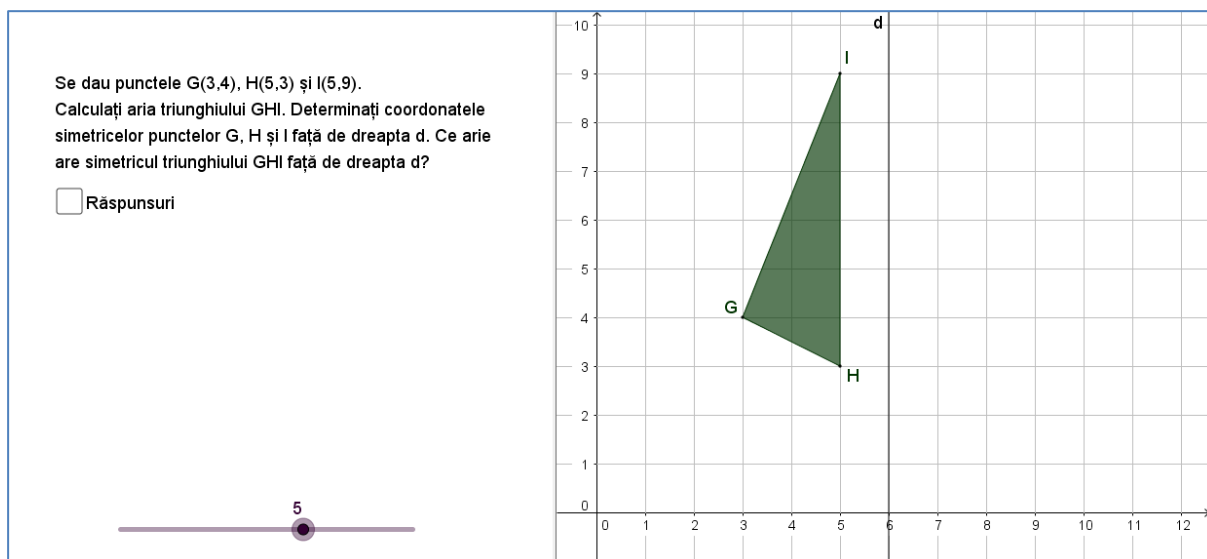


Figura 29. Problema 5. Enunț

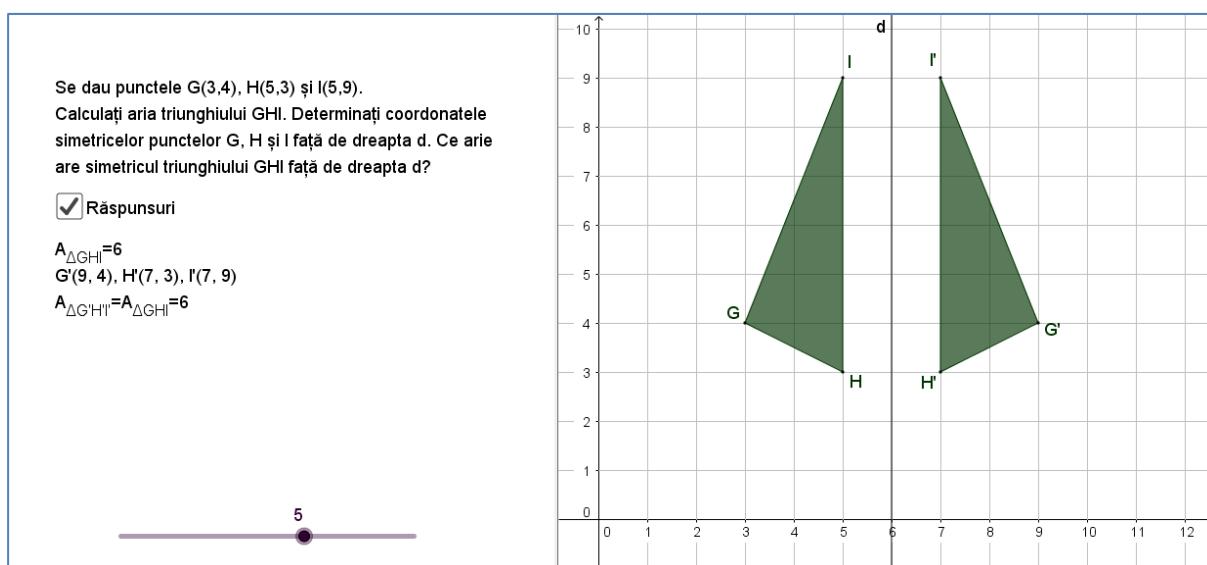


Figura 30. Problema 5. Răspuns



## Simetria axială

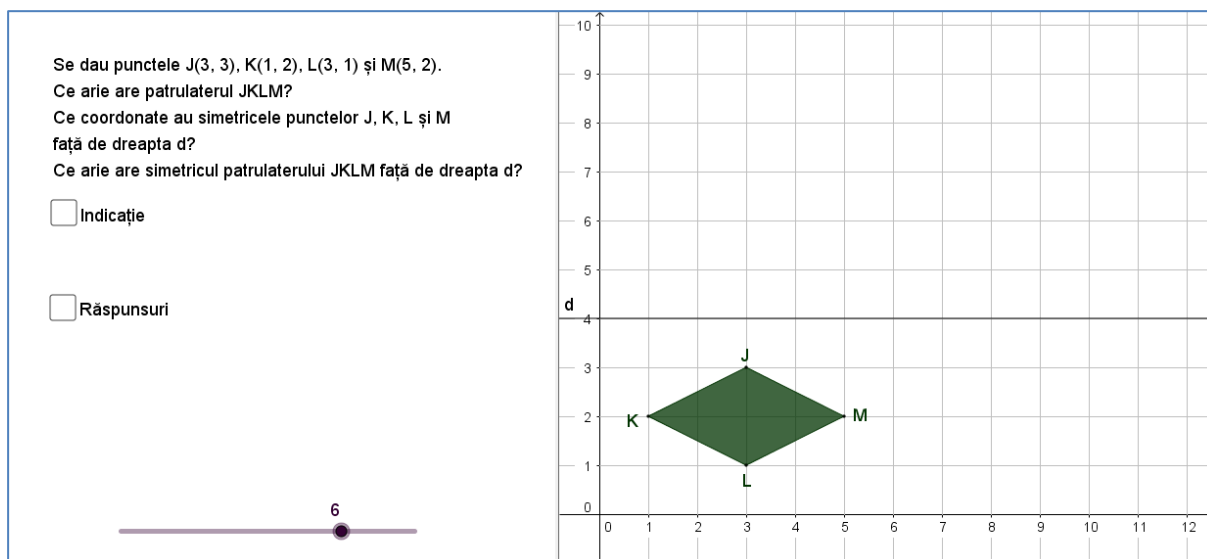


Figura 31. Problema 6. Enunț

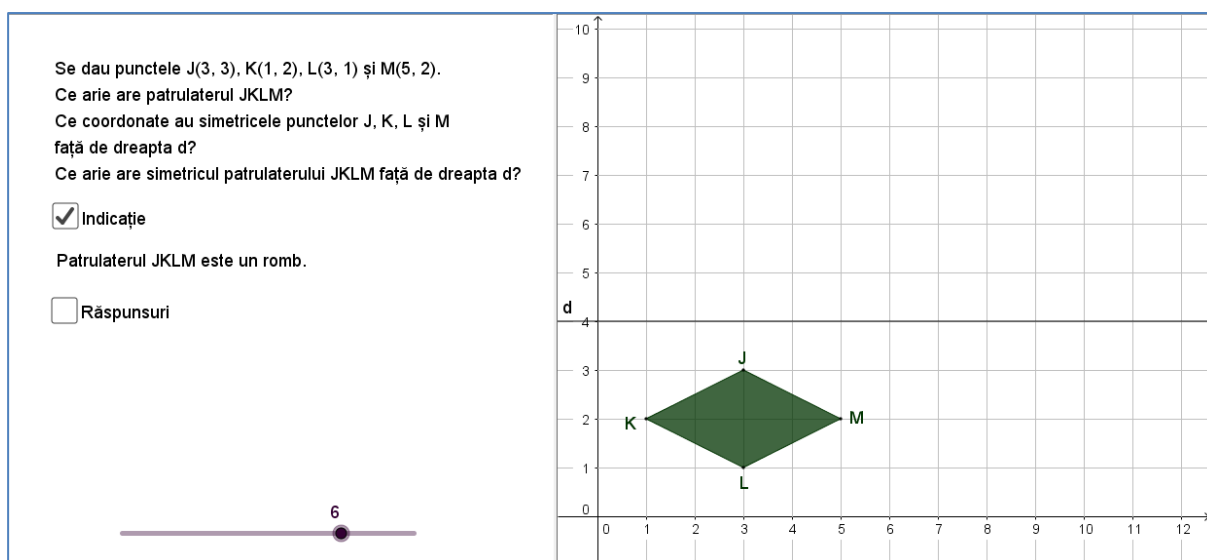
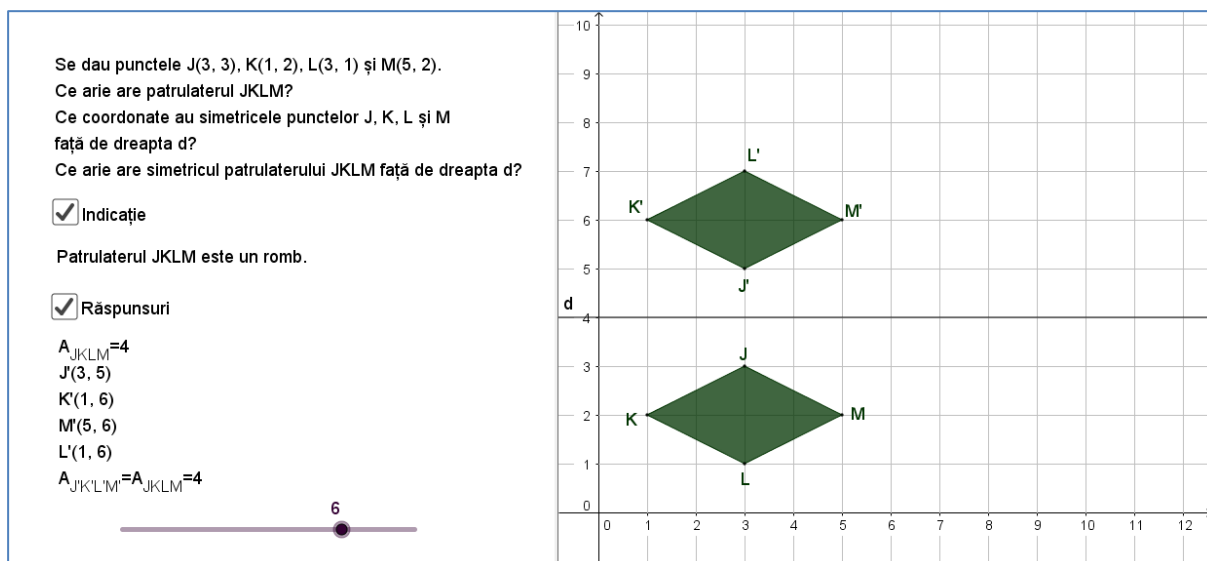
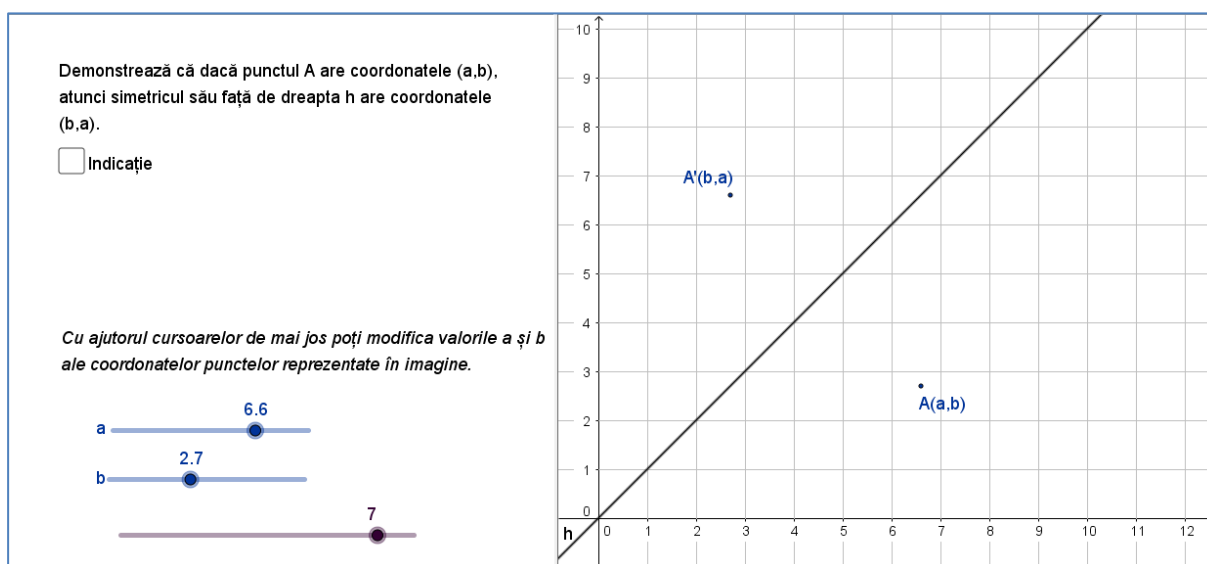


Figura 32. Problema 6. Indicație de rezolvare

## Simetria axială



**Figura 33. Problema 6. Răspunsuri**



**Figura 34. Problema 7. Enunț**

## Simetria axială

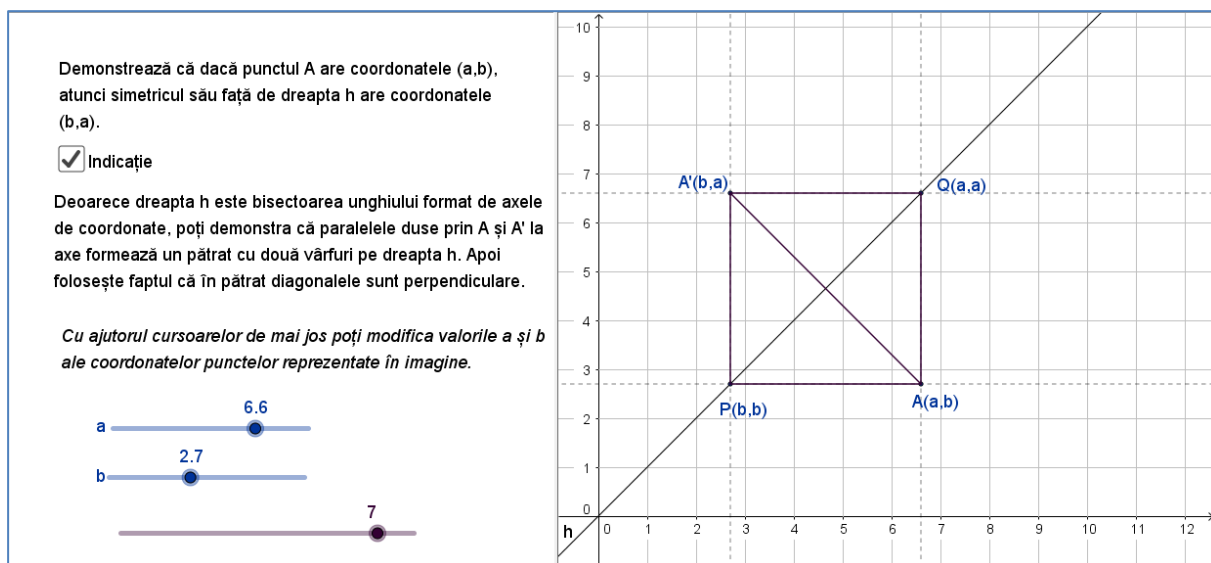


Figura 35. Problema 7. Indicație de rezolvare

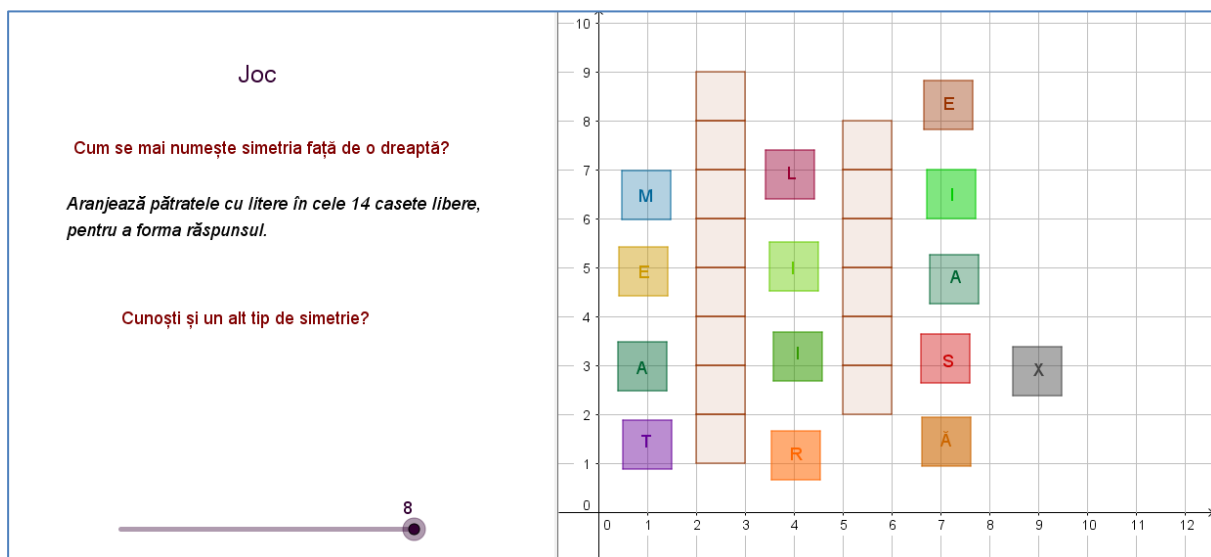


Figura 36. Joc de formare de cuvinte

După finalizarea testului aplicația lansează un joc cu formare de cuvinte. Se cer răspunsuri la următoarele două întrebări: *Cum se mai numește simetria față de o dreaptă? Ce alt tip de simetrie cunoști?* (Figurile 36-37)

## Simetria axială

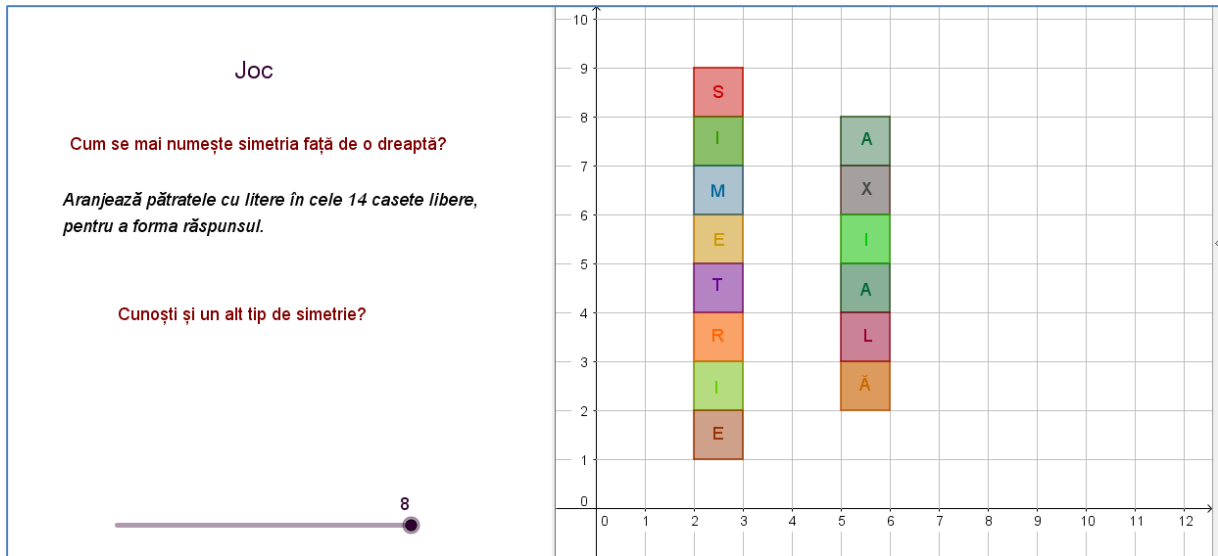


Figura 37. Rezolvarea jocului