

Caculer une probabilité de base	/1	Note
Représenter une répétition d'expériences avec un arbre	/1	
Calculer des probabilités à l'aide d'un arbre	/3	
Etudier une loi de probabilité	/3	

### Exercice

Le bus que Piero doit emprunter pour se rendre au lycée doit passer par deux feux.

Chacun de ces deux feux fonctionne de la manière suivante :

Sur une minute :

- Il reste 36 secondes au vert;
- Il reste 3 secondes à l'orange;
- Il reste 21 secondes au rouge.

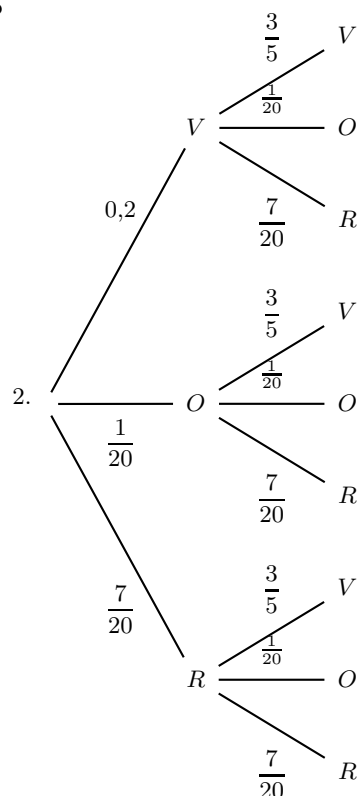
On suppose que ces feux fonctionnent de façon indépendante.

1. Le bus se présente à un feu. Quelle est la probabilité que celui-ci soit vert ?
2. Représenter la succession des deux feux à l'aide d'un arbre pondéré.
3. Quelle est la probabilité que le bus rencontre deux feux verts ?
4. Quelle est la probabilité que les deux feux rencontrés soient de la même couleur ?
5. On suppose que le bus s'arrête systématiquement lorsque le feu passe à l'orange. Quelle est la probabilité qu'il soit obligé de s'arrêter au moins une fois ?
6. A chaque feu rouge ou orange, lorsque le bus s'arrête, cela lui fait perdre 20 secondes.  
On note  $X$  la variable aléatoire donnant le temps perdu à ces deux feux.
  - (a) Donner la loi de la variable aléatoire  $X$ .
  - (b) En moyenne, combien de temps Piero perd-il à cause des feux ?

Corrigé évaluation probabilité

Remarque : Beaucoup de points perdus à cause de rédactions, de notations, d'expressions imprécises et incorrectes.

1. La probabilité que le feu soit vert est  $\frac{36}{60} = \frac{3}{5}$



3. Il y a une seule issue dans l'événement *Les deux feux sont vert.* D'après l'arbre on a  $P(\text{Les deux feux sont verts}) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$ .

4. Il y a trois issues dans l'événement *les deux feux rencontrés sont de la même couleur* qui sont (V, V), (O, O) et (R, R). D'après l'arbre on a :

$$P(\text{les deux feux rencontrés sont de la même couleur}) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{20} \times \frac{1}{20} + \frac{7}{20} \times \frac{7}{20} = \frac{97}{200} = 0,485$$

5. L'événement contraire de *Le bus est obligé de s'arrêter au moins une fois* est *Le bus ne s'arrête jamais.*

D'après la question 3. on a :  $P(\text{Le bus obligé de s'arrêter au moins une fois}) = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$ .

6. (a) •  $X$  peut prendre les valeurs 0, 20 et 40.  
• -  $P(X = 0) = \frac{9}{25}$  (question 3)  
-  $P(X = 20) = P(\text{Le bus s'arrête exactement une fois}) = \frac{12}{25}$  (voir les chemins de l'arbre où il y a exactement un orange ou un rouge).  
-  $P(X = 40) = P(\text{Le bus s'arrête exactement deux fois}) = \frac{12}{25}$  (les issues dans l'événement *Le bus s'arrête exactement deux fois* sont (O, O), (O, R), (R, O) et (R, R))

Finalement la loi de  $X$  est donnée par le tableau :

Valeurs $a_i$ de $X$	0	20	40
$P(X = a_i)$	$\frac{9}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{4}{25}$

- (b) On calcule l'espérance de  $X$  :  $E(X) = 0 \times \frac{9}{25} + 20 \times \frac{12}{25} + 40 \times \frac{4}{25} = 16$ .  
En moyenne Piero perd 16 seconde au passage de ces deux feux.