

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

# Las razones trigonométricas

Departamento de matemáticas.

IES Ángel Corella. (Colmenar Viejo)

20 de febrero de 2017



✓ Activar el modo de presentación

## índice de contenidos I

- 1 Definiciones de las razones trigonométricas:
  - Seno de un ángulo  $\alpha$
  - Coseno de un ángulo  $\alpha$
  - Tangente de un ángulo  $\alpha$ 
    - Relación entre seno, coseno y tangente de  $\alpha$
    - La ecuación fundamental.
  - Otras razones trigonométricas.
    - Expresiones equivalentes de la ecuación fundamental.
  - Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .
- 2 Ángulos complementarios
- 3 Una nueva medida angular: El radian
  - Conversiones entre grados y radianes.
- 4 Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ 
  - $30^\circ$  y  $60^\circ$

## índice de contenidos II

- $45^\circ$

### 5 Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

- La circunferencia goniométrica
- Razones trigonométricas del primer cuadrante.
- Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.
- Razones trigonométricas del segundo cuadrante.
  - Ángulos suplementarios
- Ángulos del tercer cuadrante
- Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$
- Ángulos del cuarto cuadrante
  - Ángulos negativos.

### 6 Ángulos sobre los ejes.

- $\alpha = 0^\circ$

## índice de contenidos III

- $\alpha = 90^\circ$
- $\alpha = 180^\circ$
- $\alpha = 270^\circ$

### 7 Ángulos mayores de $360^\circ$

### 8 Las funciones arco

- La función arc sen( $x$ )
- La función arc cos( $x$ )
- La función arctan( $x$ )
- Elección de la solución correcta.
  - Ejercicio de ejemplo



Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

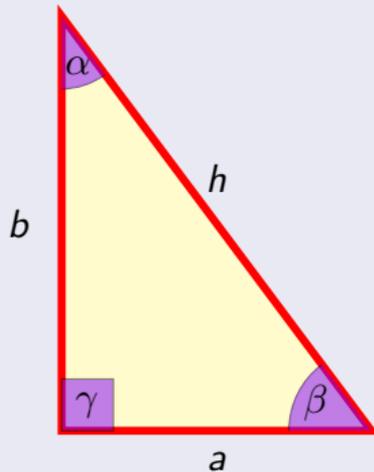
Tangente de un ángulo  $\alpha$

Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## Seno de un ángulo $\alpha$

### Definición de $\text{sen}(\alpha)$



$$\bullet \text{sen}(\alpha) = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{a}{h}$$



Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

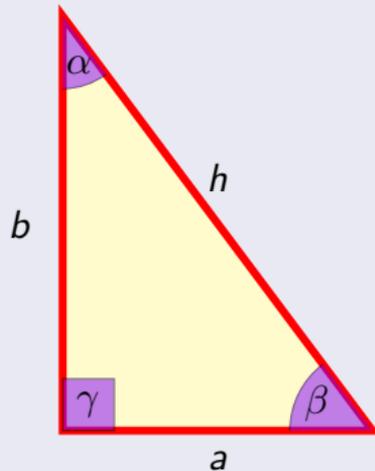
Tangente de un ángulo  $\alpha$

Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## Coseno de un ángulo $\alpha$

### Definición de $\cos(\alpha)$



$$\bullet \cos(\alpha) = \frac{\text{Cateto contiguo}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{b}{h}$$





Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

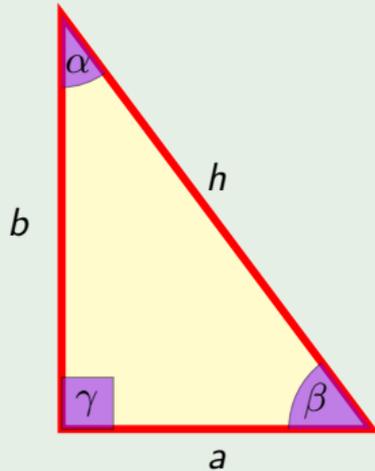
**Tangente de un ángulo  $\alpha$**

Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## La tangente como cociente de seno y coseno de $\alpha$

Relación entre las tres razones trigonométricas.



Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

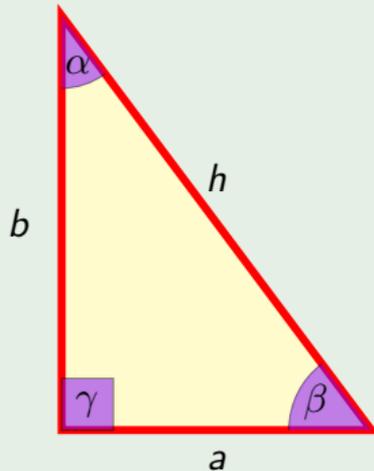
Tangente de un ángulo  $\alpha$

Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## La tangente como cociente de seno y coseno de $\alpha$

Relación entre las tres razones trigonométricas.



$$\bullet \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)} = \frac{\frac{a}{h}}{\frac{b}{h}} = \frac{a}{b} = \tan(\alpha)$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

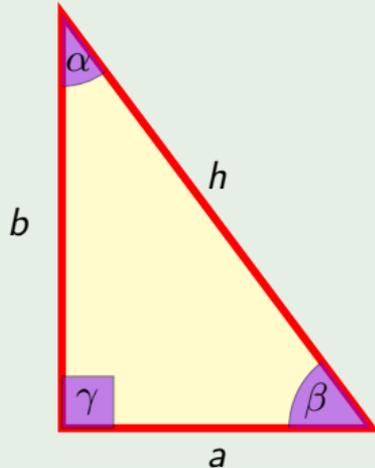
**Tangente de un ángulo  $\alpha$**

Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## La ecuación fundamental de la trigonometría.

Aplicando el teorema de pitágoras en el triángulo obtenemos:



Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

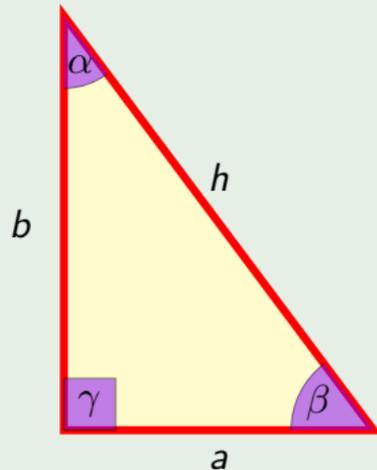
Tangente de un ángulo  $\alpha$

Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## La ecuación fundamental de la trigonometría.

Aplicando el teorema de pitágoras en el triángulo obtenemos:



$$\bullet a^2 + b^2 = h^2 \Rightarrow \frac{a^2}{h^2} + \frac{b^2}{h^2} = \frac{h^2}{h^2} \Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

Tangente de un ángulo  $\alpha$

**Otras razones trigonométricas.**

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## Otras razones trigonométricas.

Definimos las siguientes razones trigonométricas:

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

Tangente de un ángulo  $\alpha$

Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## Otras razones trigonométricas.

Definimos las siguientes razones trigonométricas:

Secante de un ángulo  $\alpha$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

Tangente de un ángulo  $\alpha$

**Otras razones trigonométricas.**

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## Otras razones trigonométricas.

Definimos las siguientes razones trigonométricas:

Secante de un ángulo  $\alpha$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

Cosecante de un ángulo  $\alpha$

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha}$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

Tangente de un ángulo  $\alpha$

**Otras razones trigonométricas.**

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## Otras razones trigonométricas.

Definimos las siguientes razones trigonométricas:

Secante de un ángulo  $\alpha$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

Cosecante de un ángulo  $\alpha$

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha}$$

Cotangente de un ángulo  $\alpha$

$$\operatorname{cotan} \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

Tangente de un ángulo  $\alpha$

Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## Expresiones equivalentes de la ecuación fundamental de la trigonometría.

### Identidades equivalentes

A partir de las definiciones anteriores podemos obtener las siguientes identidades:

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Senó de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

Tangente de un ángulo  $\alpha$

Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## Expresiones equivalentes de la ecuación fundamental de la trigonometría.

### Identidades equivalentes

A partir de las definiciones anteriores podemos obtener las siguientes identidades:

dividiendo entre  $\text{sen}^2 \alpha$

$$\frac{\cancel{\text{sen}^2 \alpha}^1}{\text{sen}^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\text{sen}^2 \alpha} = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \cotan^2 \alpha = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha} = \text{cosec}^2 \alpha$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

Tangente de un ángulo  $\alpha$

Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## Expresiones equivalentes de la ecuación fundamental de la trigonometría.

### Identidades equivalentes

A partir de las definiciones anteriores podemos obtener las siguientes identidades:

dividiendo entre  $\cos^2 \alpha$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cancel{\cos^2 \alpha}}{\cancel{\cos^2 \alpha}}^1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \sec^2 \alpha$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

Tangente de un ángulo  $\alpha$

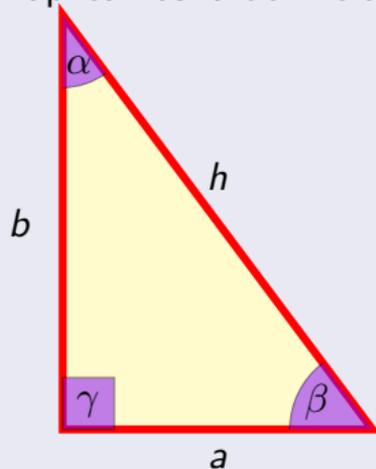
Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## Las razones trigonométricas del ángulo $\beta$ .

seno de  $\beta$

Si aplicamos la definición de las razones trigonométricas para el ángulo  $\beta$  obtenemos:



Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

Tangente de un ángulo  $\alpha$

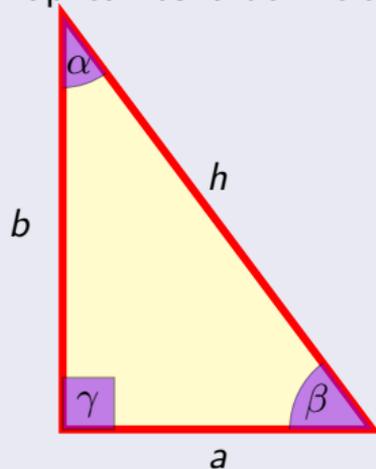
Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## Las razones trigonométricas del ángulo $\beta$ .

seno de  $\beta$

Si aplicamos la definición de las razones trigonométricas para el ángulo  $\beta$  obtenemos:



$$\bullet \operatorname{sen} \beta = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{b}{h} = \cos \alpha$$



Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

Tangente de un ángulo  $\alpha$

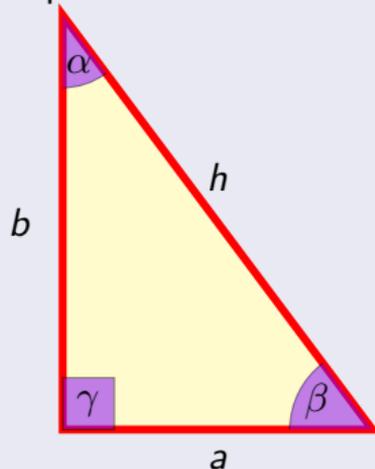
Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## Las razones trigonométricas del ángulo $\beta$ .

coseno de  $\beta$

Si aplicamos la definición de las razones trigonométricas para el ángulo  $\beta$  obtenemos:



$$\bullet \cos \beta = \frac{\text{Cateto contiguo}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{a}{h} = \text{sen } \alpha$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

Seno de un ángulo  $\alpha$

Coseno de un ángulo  $\alpha$

Tangente de un ángulo  $\alpha$

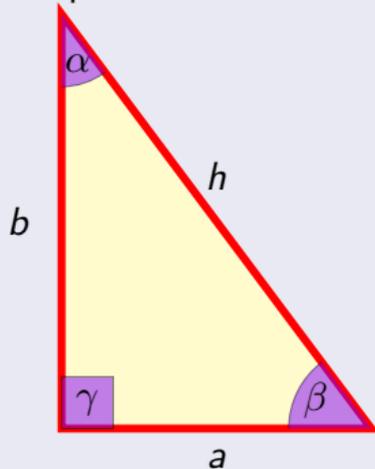
Otras razones trigonométricas.

Las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ .

## Las razones trigonométricas del ángulo $\beta$ .

tangente de  $\beta$

Si aplicamos la definición de las razones trigonométricas para el ángulo  $\beta$  obtenemos:



$$\bullet \tan \beta = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto contiguo}} = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan \alpha} = \cotan \alpha$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

## Razones trigonométricas de ángulos complementarios

Si dos ángulos son complementarios cumplen:

$$\text{Si } \alpha + \beta = 90^\circ$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

## Razones trigonométricas de ángulos complementarios

Si dos ángulos son complementarios cumplen:

Si  $\alpha + \beta = 90^\circ$

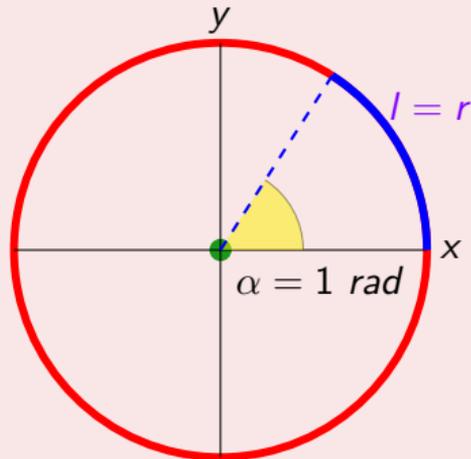
- $\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{cos} \beta$
- $\operatorname{cos} \alpha = \operatorname{sen} \beta$
- $\operatorname{tan} \alpha = \operatorname{cotan} \beta$



## Definición de radian

Un radian es aquel ángulo cuyo radio es igual a su arco

En la figura se muestra un ángulo de un radian:



Equivalencia entre grados y radianes:

- La longitud de un arco de  $180^\circ$  es:  
$$L = \alpha \cdot r = \pi \cdot r \Rightarrow \pi \text{ rad} = 180^\circ$$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
**Una nueva medida angular: El radian**  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

Conversiones entre grados y radianes.

## Conversiones entre grados y radianes.

Si  $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ , podemos establecer las siguientes relaciones:

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
**Una nueva medida angular: El radian**  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

Conversiones entre grados y radianes.

## Conversiones entre grados y radianes.

Si  $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ , podemos establecer las siguientes relaciones:

$$\bullet \alpha_{rad} = \frac{\alpha^\circ \cdot \pi}{180^\circ}$$

$$\bullet \alpha^\circ = \frac{\alpha_{rad} \cdot 180^\circ}{\pi}$$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

Conversiones entre grados y radianes.

## Equivalencias entre grados y radianes para algunos ángulos.

La siguiente tabla muestra dicha equivalencia

$\alpha(\text{grados})$	$\alpha(\text{radianes})$
1	$\frac{\pi}{180}$
15	$\frac{\pi}{12}$
30	$\frac{\pi}{6}$
45	$\frac{\pi}{4}$
$\approx 57,30$	1

$\alpha(\text{grados})$	$\alpha(\text{radianes})$
60	$\frac{\pi}{3}$
90	$\frac{\pi}{2}$
180	$\pi$
270	$\frac{3\pi}{2}$
360	$2\pi$

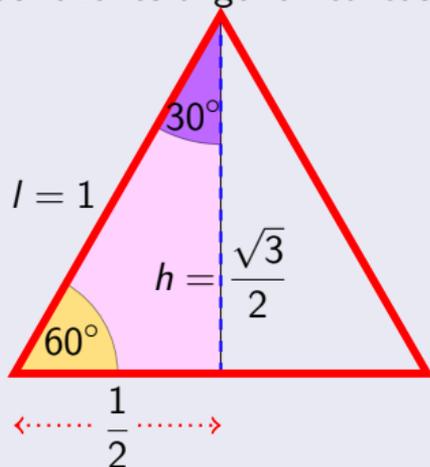
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

$30^\circ$  y  $60^\circ$   
 $45^\circ$

## Razones trigonométricas de $30^\circ$ y $60^\circ$

Dichas razones las podemos deducir a partir de un triángulo equilátero de lado 1:

Aplicando el teorema de pitágoras, deducimos su altura y aplicamos las definiciones de las razones trigonométricas:



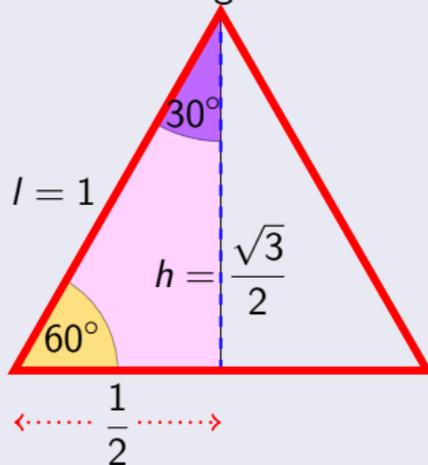
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

$30^\circ$  y  $60^\circ$   
 $45^\circ$

## Razones trigonométricas de $30^\circ$ y $60^\circ$

Dichas razones las podemos deducir a partir de un triángulo equilátero de lado 1:

Aplicando el teorema de pitágoras, deducimos su altura y aplicamos las definiciones de las razones trigonométricas:

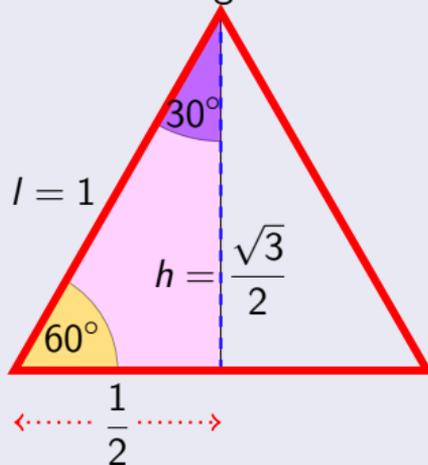


- $\bullet \text{ sen}(30^\circ) = \text{cos}(60^\circ) = \frac{1}{2}$

## Razones trigonométricas de $30^\circ$ y $60^\circ$

Dichas razones las podemos deducir a partir de un triángulo equilátero de lado 1:

Aplicando el teorema de pitágoras, deducimos su altura y aplicamos las definiciones de las razones trigonométricas:

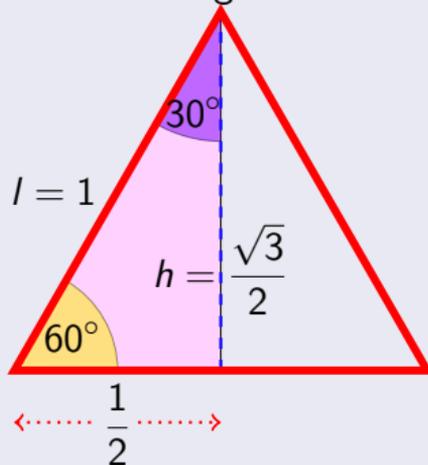


- $\text{sen}(30^\circ) = \text{cos}(60^\circ) = \frac{1}{2}$
- $\text{cos}(30^\circ) = \text{sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

## Razones trigonométricas de $30^\circ$ y $60^\circ$

Dichas razones las podemos deducir a partir de un triángulo equilátero de lado 1:

Aplicando el teorema de pitágoras, deducimos su altura y aplicamos las definiciones de las razones trigonométricas:

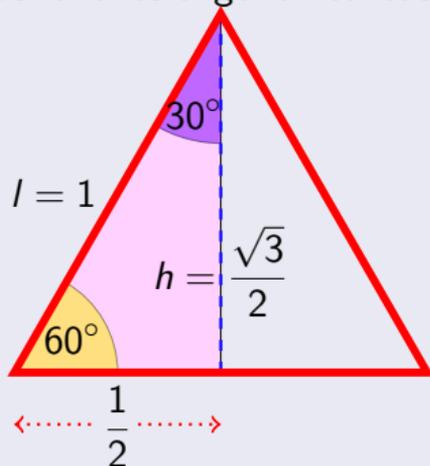


- $\text{sen}(30^\circ) = \text{cos}(60^\circ) = \frac{1}{2}$
- $\text{cos}(30^\circ) = \text{sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\text{tan}(30^\circ) = \frac{\text{sen}(30^\circ)}{\text{cos}(30^\circ)} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

## Razones trigonométricas de $30^\circ$ y $60^\circ$

Dichas razones las podemos deducir a partir de un triángulo equilátero de lado 1:

Aplicando el teorema de pitágoras, deducimos su altura y aplicamos las definiciones de las razones trigonométricas:

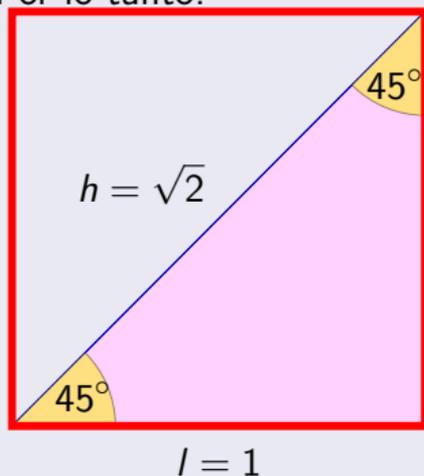


- $\text{sen}(30^\circ) = \text{cos}(60^\circ) = \frac{1}{2}$
- $\text{cos}(30^\circ) = \text{sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\text{tan}(30^\circ) = \frac{\text{sen}(30^\circ)}{\text{cos}(30^\circ)} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
- $\text{tan}(60^\circ) = \text{cotan}(30^\circ) = \sqrt{3}$

## Razones trigonométricas de $45^\circ$

Estas se pueden hallar a partir de un triángulo rectángulo isósceles de lado 1:

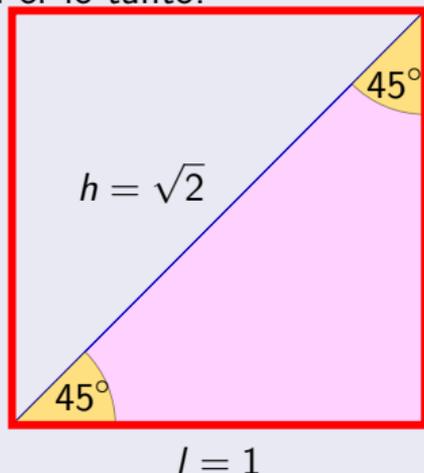
Aplicando el teorema de Pitágoras, su hipotenusa (diagonal del cuadrado) mide  $\sqrt{2}$ .  
Por lo tanto:



## Razones trigonométricas de $45^\circ$

Estas se pueden hallar a partir de un triángulo rectángulo isósceles de lado 1:

Aplicando el teorema de Pitágoras, su hipotenusa (diagonal del cuadrado) mide  $\sqrt{2}$ .  
Por lo tanto:

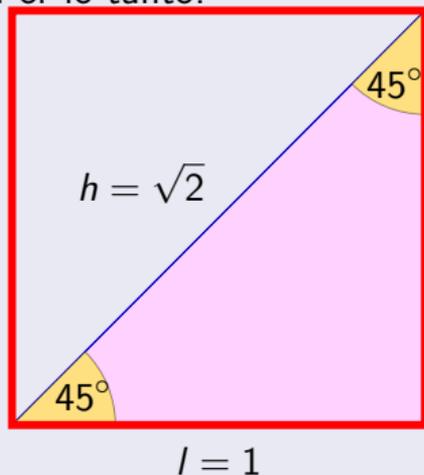


$$\bullet \text{ sen}(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

## Razones trigonométricas de $45^\circ$

Estas se pueden hallar a partir de un triángulo rectángulo isósceles de lado 1:

Aplicando el teorema de Pitágoras, su hipotenusa (diagonal del cuadrado) mide  $\sqrt{2}$ .  
Por lo tanto:



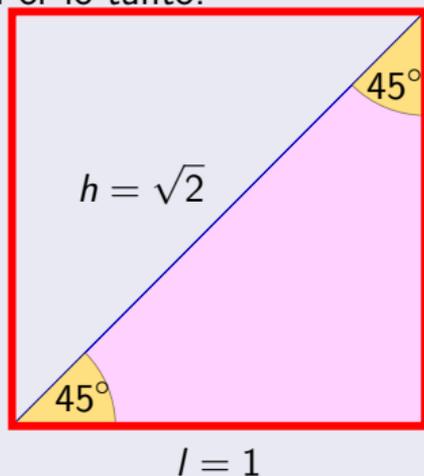
- $\text{sen}(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

- $\text{cos}(45^\circ) = \text{sen}(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

## Razones trigonométricas de $45^\circ$

Estas se pueden hallar a partir de un triángulo rectángulo isósceles de lado 1:

Aplicando el teorema de Pitágoras, su hipotenusa (diagonal del cuadrado) mide  $\sqrt{2}$ .  
Por lo tanto:



- $\text{sen}(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\text{cos}(45^\circ) = \text{sen}(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\text{tan}(45^\circ) = \frac{\text{sen}(45^\circ)}{\text{cos}(45^\circ)} = 1$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

Ángulos del tercer cuadrante

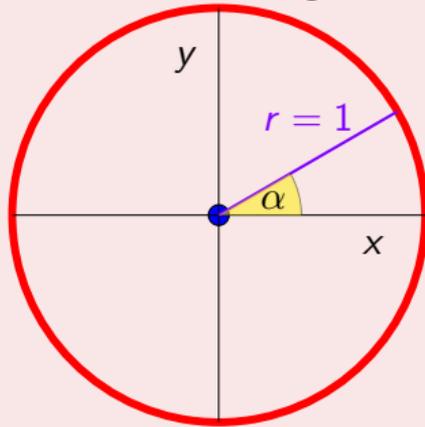
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## La circunferencia goniométrica

### Definición

La circunferencia goniométrica es aquella centrada en el origen cuyo radio es 1.



Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

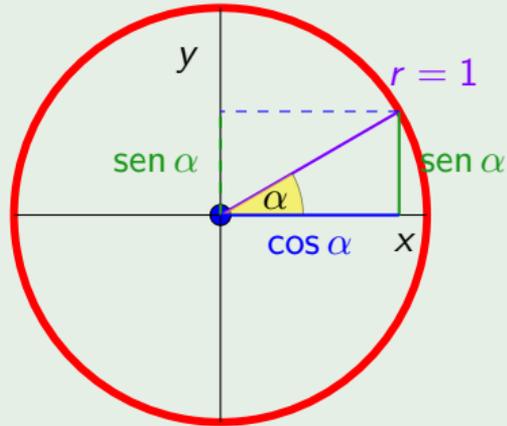
Ángulos del tercer cuadrante

Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## Razones trigonométricas del primer cuadrante.

A partir de la circunferencia goniométrica obtenemos:

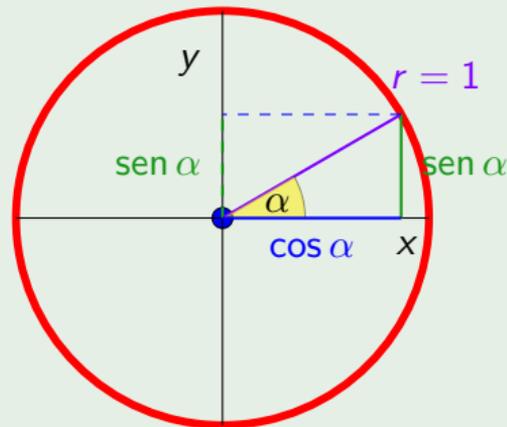


Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Razones trigonométricas del primer cuadrante.

A partir de la circunferencia goniométrica obtenemos:



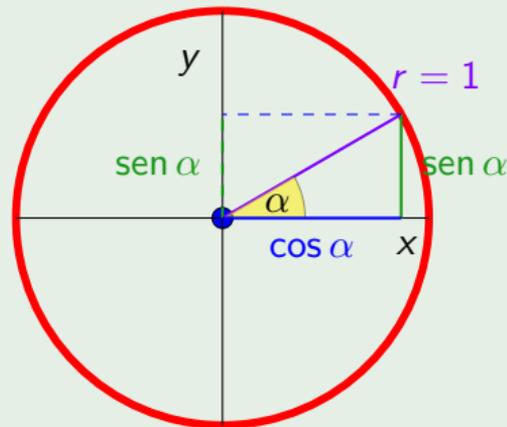
- El seno de un ángulo coincide con la proyección del radio sobre el eje  $y$  en dicha circunferencia.

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Razones trigonométricas del primer cuadrante.

A partir de la circunferencia goniométrica obtenemos:



- El seno de un ángulo coincide con la proyección del radio sobre el eje  $y$  en dicha circunferencia.
- El coseno de un ángulo coincide con la proyección del radio sobre el eje  $x$  en dicha circunferencia.

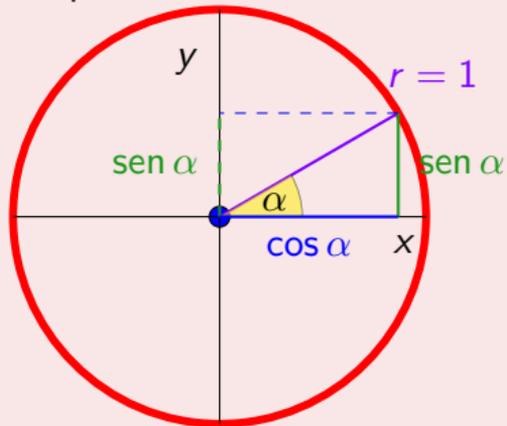
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
**Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera**  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
**Razones trigonométricas del primer cuadrante.**  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Razones trigonométricas del primer cuadrante.

### Signos de las razones trigonométricas:

En el primer cuadrante,  $0 < \alpha < 90^\circ$ , el signo de las razones trigonométricas es:



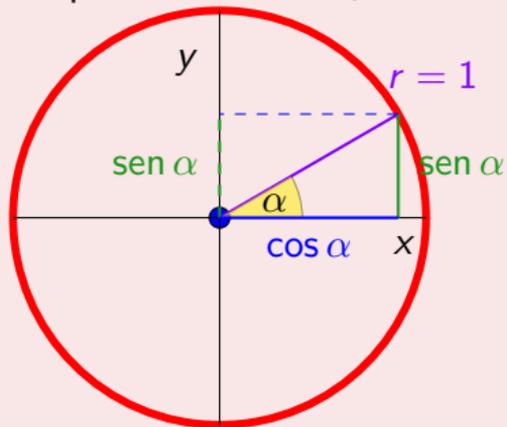
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Razones trigonométricas del primer cuadrante.

### Signos de las razones trigonométricas:

En el primer cuadrante,  $0 < \alpha < 90^\circ$ , el signo de las razones trigonométricas es:



•  $\text{sen } \alpha > 0$

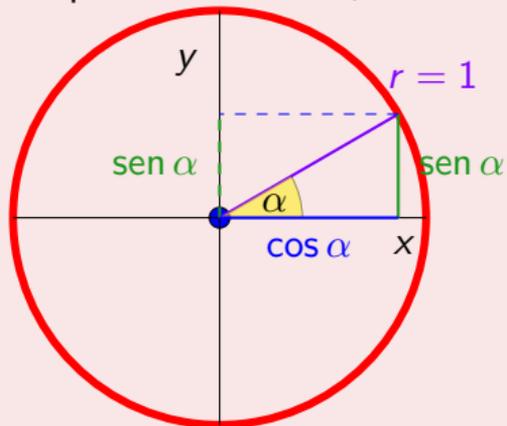
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Razones trigonométricas del primer cuadrante.

### Signos de las razones trigonométricas:

En el primer cuadrante,  $0 < \alpha < 90^\circ$ , el signo de las razones trigonométricas es:



- $\sin \alpha > 0$
- $\cos \alpha > 0$

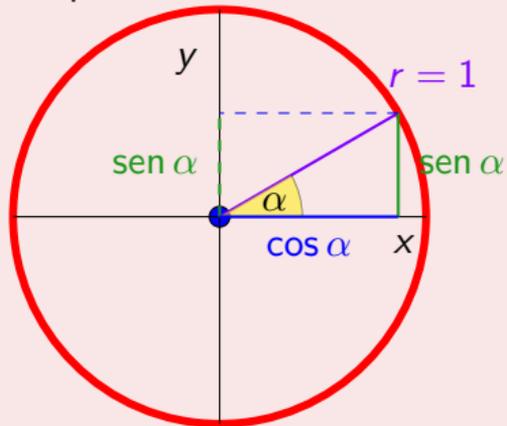
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Razones trigonométricas del primer cuadrante.

### Signos de las razones trigonométricas:

En el primer cuadrante,  $0 < \alpha < 90^\circ$ , el signo de las razones trigonométricas es:



- $\text{sen } \alpha > 0$
- $\text{cos } \alpha > 0$
- $\text{tan } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} > 0$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

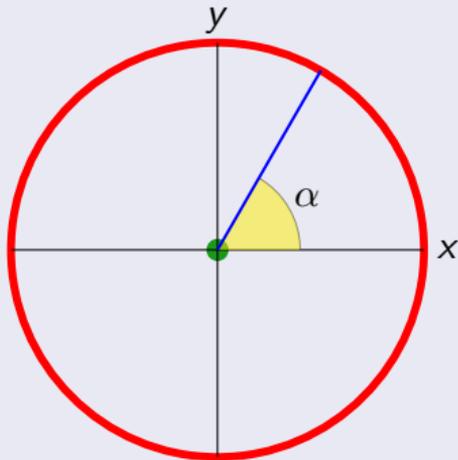
Ángulos del tercer cuadrante

Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## Obtención de $\tan \alpha$ en la circunferencia goniométrica.

¿ Cómo obtenemos  $\tan \alpha$  en dicha circunferencia?

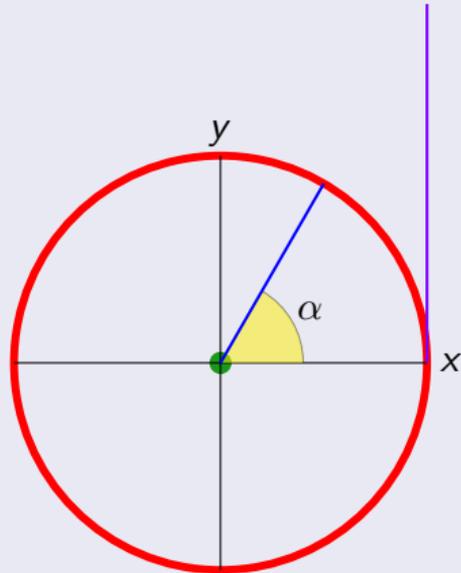


Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Obtención de $\tan \alpha$ en la circunferencia goniométrica.

¿ Cómo obtenemos  $\tan \alpha$  en dicha circunferencia?



- Creamos una recta vertical en  $x = 1$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

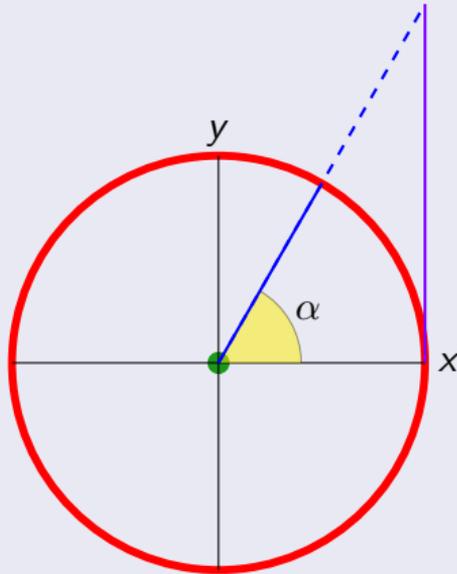
Ángulos del tercer cuadrante

Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## Obtención de $\tan \alpha$ en la circunferencia goniométrica.

¿ Cómo obtenemos  $\tan \alpha$  en dicha circunferencia?



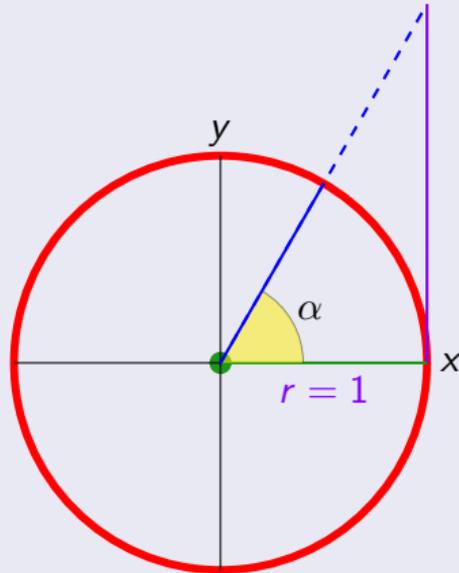
- Creamos una recta vertical en  $x = 1$
- Prolongamos el segmento radio hasta dicha recta.

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Obtención de $\tan \alpha$ en la circunferencia goniométrica.

¿ Cómo obtenemos  $\tan \alpha$  en dicha circunferencia?



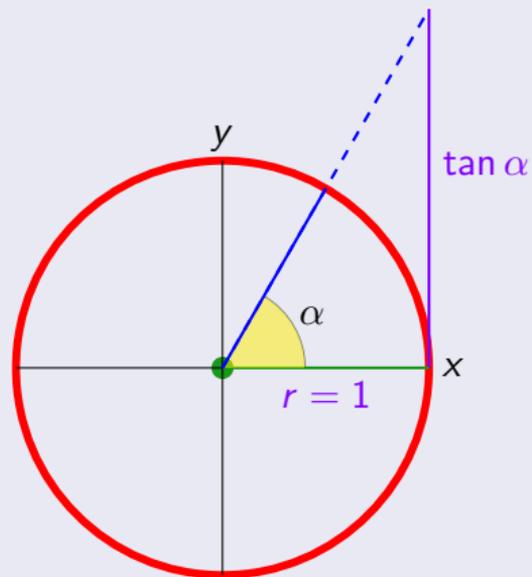
- Creamos una recta vertical en  $x = 1$
- Prolongamos el segmento radio hasta dicha recta.
- Hemos obtenido un triángulo rectángulo cuyo cateto contiguo es 1.

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Obtención de $\tan \alpha$ en la circunferencia goniométrica.

¿ Cómo obtenemos  $\tan \alpha$  en dicha circunferencia?



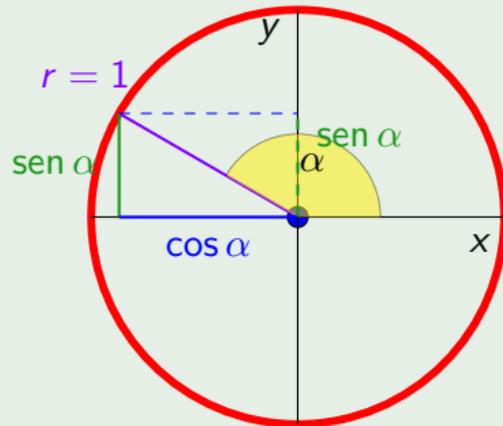
- Creamos una recta vertical en  $x = 1$
- Prolongamos el segmento radio hasta dicha recta.
- Hemos obtenido un triángulo rectángulo cuyo cateto contiguo es 1.
- El cateto vertical es la  $\tan \alpha$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Segundo cuadrante. $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

A partir de la circunferencia goniométrica podemos definir las razones trigonométricas:

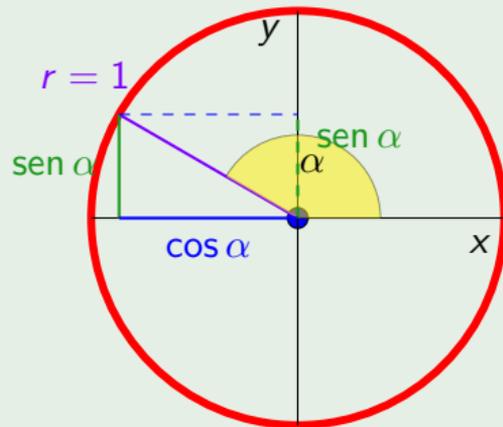


Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Segundo cuadrante. $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

A partir de la circunferencia goniométrica podemos definir las razones trigonométricas:



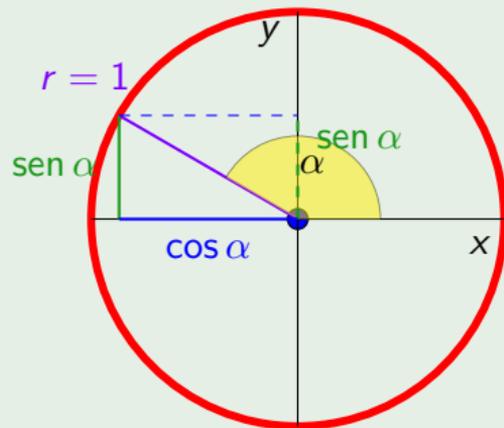
•  $\text{sen } \alpha > 0$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Segundo cuadrante. $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

A partir de la circunferencia goniométrica podemos definir las razones trigonométricas:



●  $\text{sen } \alpha > 0$

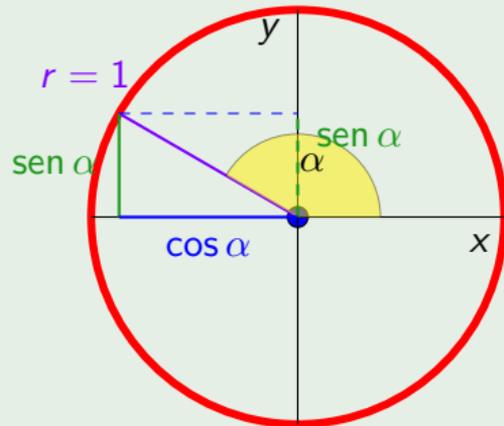
●  $\text{cos } \alpha < 0$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Segundo cuadrante. $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

A partir de la circunferencia goniométrica podemos definir las razones trigonométricas:



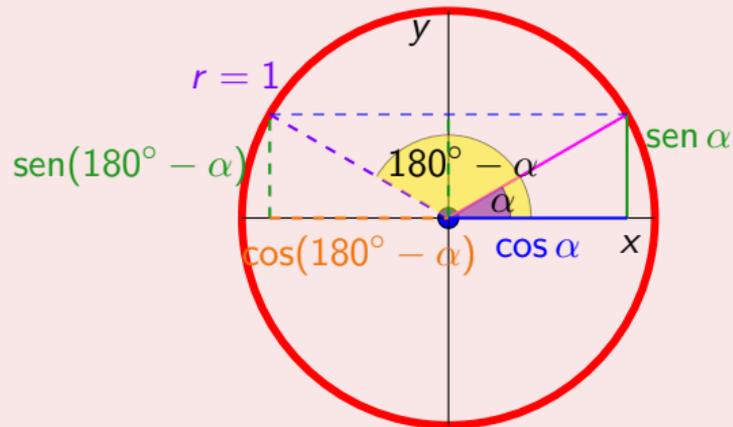
- $\sin \alpha > 0$
- $\cos \alpha < 0$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} < 0$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Razones trigonométricas de ángulos suplementarios.

A partir de la figura observamos:

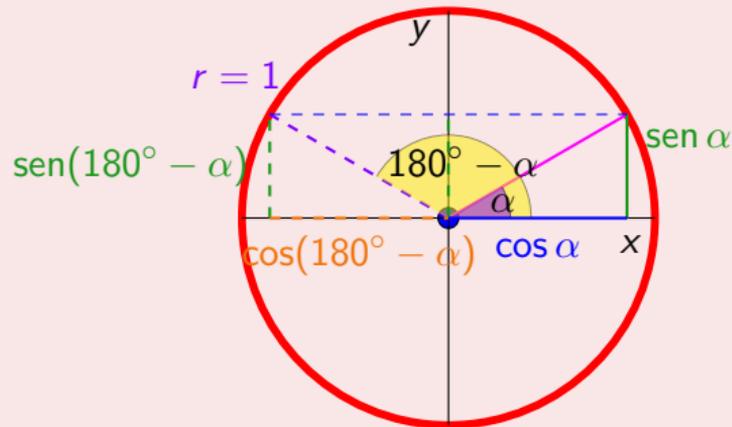


Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Razones trigonométricas de ángulos suplementarios.

A partir de la figura observamos:



•  $\text{sen } \alpha = \text{sen}(180^\circ - \alpha)$





Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

**Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera**

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

**Razones trigonométricas del segundo cuadrante.**

Ángulos del tercer cuadrante

Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## Algunos ejemplos

$60^\circ + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow$  son suplementarios.

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

Ángulos del tercer cuadrante

Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## Algunos ejemplos

$60^\circ + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow$  son suplementarios.

$$\bullet \quad \text{sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{sen}(120^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

Ángulos del tercer cuadrante

Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## Algunos ejemplos

$60^\circ + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow$  son suplementarios.

•  $\text{sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{sen}(120^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

•  $\text{cos}(60^\circ) = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{cos}(120^\circ) = -\frac{1}{2}$



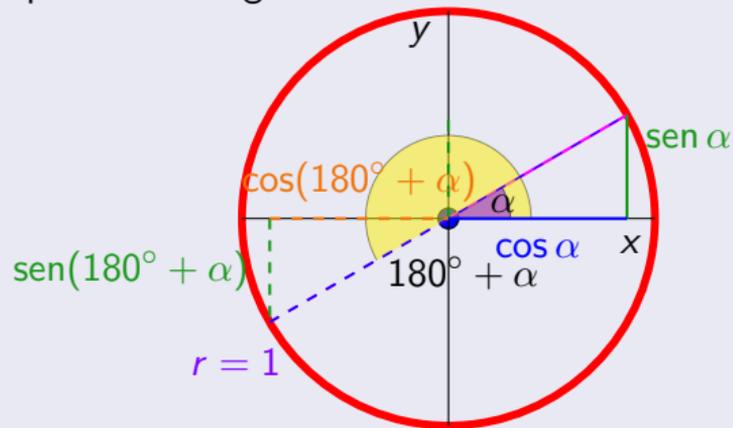
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
**Ángulos del tercer cuadrante**  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

Tercer cuadrante.  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ .

Signos en el tercer cuadrante:

A partir de la figura deducimos:



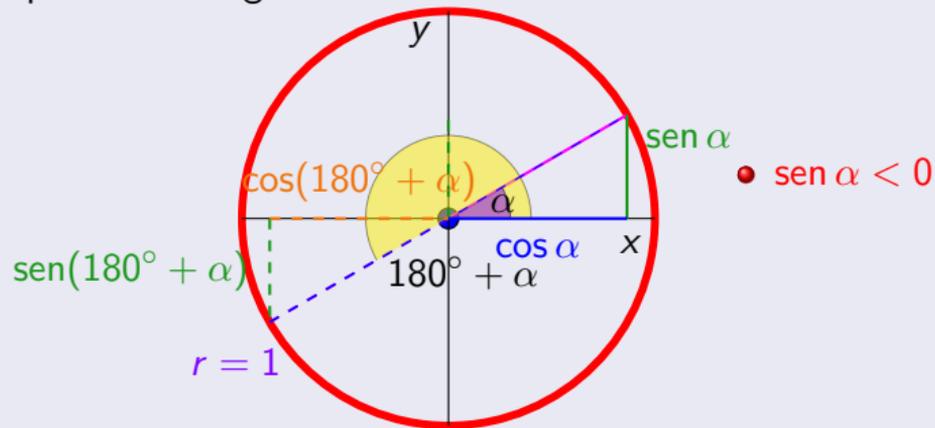
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
**Ángulos del tercer cuadrante**  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

Tercer cuadrante.  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ .

Signos en el tercer cuadrante:

A partir de la figura deducimos:



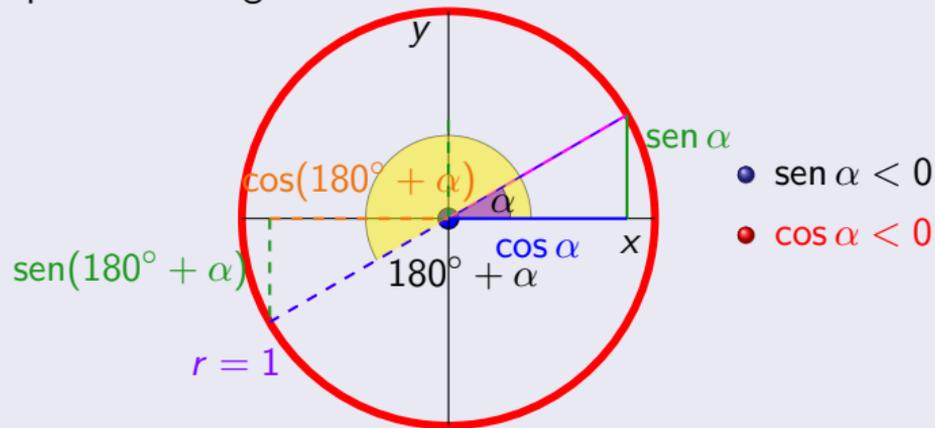
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
**Ángulos del tercer cuadrante**  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Tercer cuadrante. $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ .

Signos en el tercer cuadrante:

A partir de la figura deducimos:



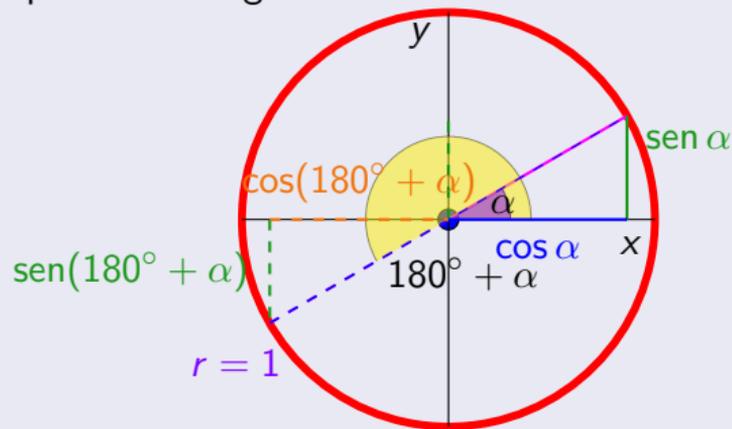
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
**Ángulos del tercer cuadrante**  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Tercer cuadrante. $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ .

Signos en el tercer cuadrante:

A partir de la figura deducimos:



- $\sin \alpha < 0$
- $\cos \alpha < 0$
- Si  $\sin \alpha < 0$  y  $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \tan \alpha > 0$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

Ángulos del tercer cuadrante

Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## Razones trigonométricas si $\beta = \alpha + 180^\circ$

Relación las razones trigonométricas del primer y tercer cuadrante.

$$\text{Si } \beta = 180^\circ + \alpha \Rightarrow$$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

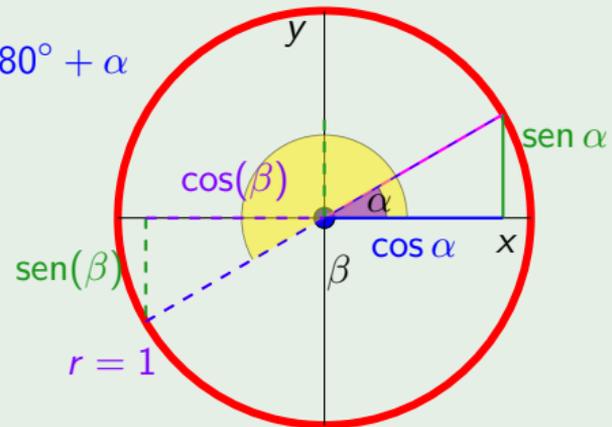
## Razones trigonométricas si $\beta = \alpha + 180^\circ$

Relación las razones trigonométricas del primer y tercer cuadrante.

$$\text{Si } \beta = 180^\circ + \alpha \Rightarrow$$

- $\sin \beta = -\sin \alpha$
- $\cos \beta = -\cos \alpha$
- $\tan \beta = \tan \alpha$

$$\beta = 180^\circ + \alpha$$



Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

**Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera**

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

Ángulos del tercer cuadrante

**Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$**

Ángulos del cuarto cuadrante

## Algunos ejemplos

$$60^\circ + 180^\circ = 240^\circ \Rightarrow$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

Ángulos del tercer cuadrante

Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## Algunos ejemplos

$$60^\circ + 180^\circ = 240^\circ \Rightarrow$$

$$\bullet \operatorname{sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \operatorname{sen}(240^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

**Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera**

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

Ángulos del tercer cuadrante

**Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$**

Ángulos del cuarto cuadrante

## Algunos ejemplos

$$60^\circ + 180^\circ = 240^\circ \Rightarrow$$

$$\bullet \text{ sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{sen}(240^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\bullet \text{ cos}(60^\circ) = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{cos}(240^\circ) = -\frac{1}{2}$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

Ángulos del tercer cuadrante

Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## Algunos ejemplos

$$60^\circ + 180^\circ = 240^\circ \Rightarrow$$

$$\bullet \sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin(240^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\bullet \cos(60^\circ) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(240^\circ) = -\frac{1}{2}$$

$$\bullet \tan(60^\circ) = \sqrt{3} \Rightarrow \tan(240^\circ) = \sqrt{3}$$

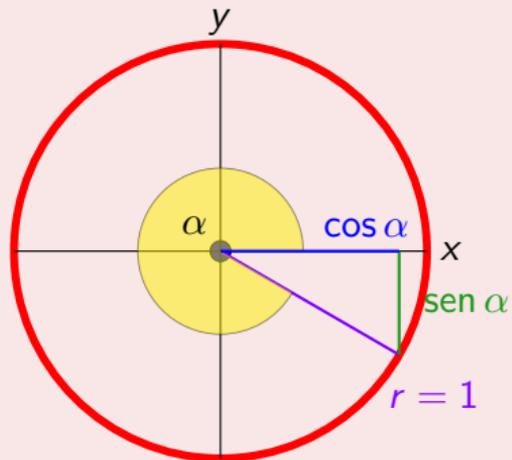
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

Cuarto cuadrante.  $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ .

Signos en el cuarto cuadrante:

A partir de la figura deducimos:



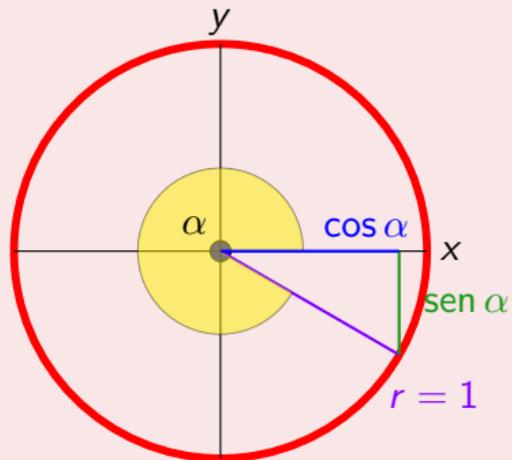
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

Cuarto cuadrante.  $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ .

Signos en el cuarto cuadrante:

A partir de la figura deducimos:



•  $\text{sen } \alpha < 0$

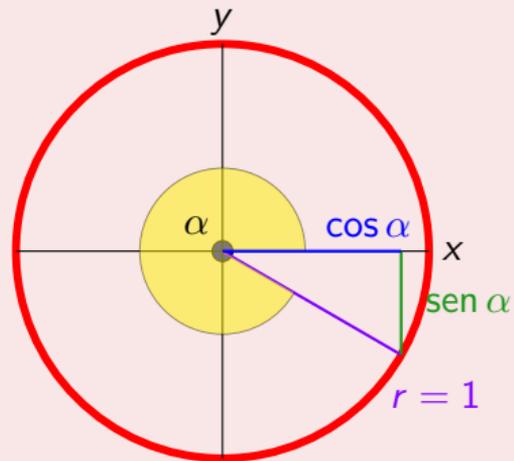
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

Cuarto cuadrante.  $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ .

Signos en el cuarto cuadrante:

A partir de la figura deducimos:



- $\sin \alpha < 0$
- $\cos \alpha > 0$

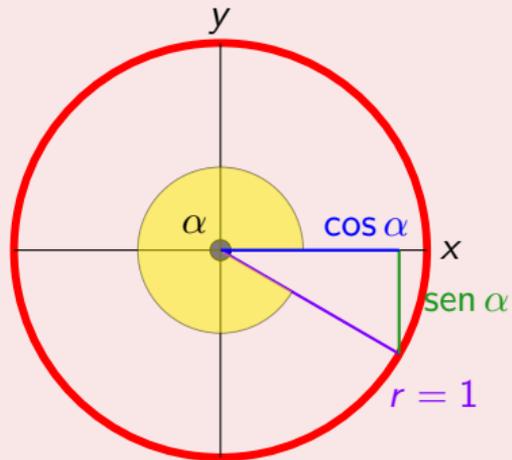
Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Cuarto cuadrante. $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ .

### Signos en el cuarto cuadrante:

A partir de la figura deducimos:



- $\sin \alpha < 0$
- $\cos \alpha > 0$
- Si  $\sin \alpha < 0$  y  $\cos \alpha > 0 \Rightarrow \tan \alpha < 0$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

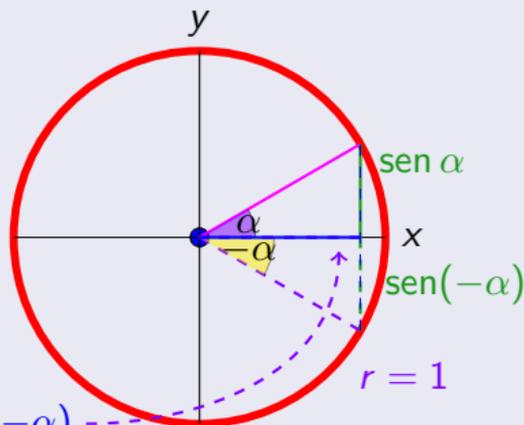
La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Definición de un ángulo negativo

¿Puede un ángulo ser negativo?

Se define un ángulo  $-\alpha$  como un ángulo  $\alpha$  girado en sentido negativo.  
(Sentido dextrógiro)

Las razones trigonométricas de un ángulo negativo se pueden relacionar con las de un ángulo positivo observando la siguiente figura:



$$\cos(\alpha) \equiv \cos(-\alpha)$$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

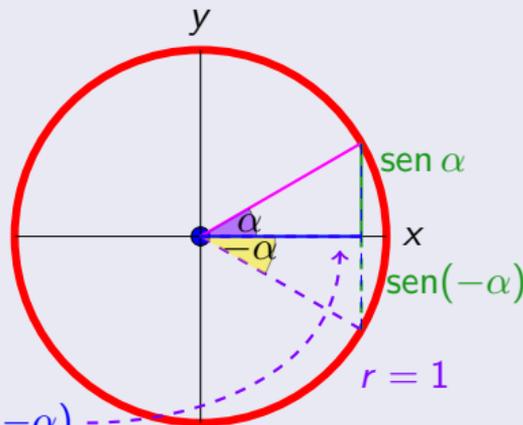
La circunferencia goniométrica  
Razones trigonométricas del primer cuadrante.  
Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.  
Razones trigonométricas del segundo cuadrante.  
Ángulos del tercer cuadrante  
Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$   
Ángulos del cuarto cuadrante

## Definición de un ángulo negativo

¿Puede un ángulo ser negativo?

Se define un ángulo  $-\alpha$  como un ángulo  $\alpha$  girado en sentido negativo.  
(Sentido dextrógiro)

Las razones trigonométricas de un ángulo negativo se pueden relacionar con las de un ángulo positivo observando la siguiente figura:



$$\cos(\alpha) \equiv \cos(-\alpha)$$

- $\operatorname{sen} \alpha = -\operatorname{sen}(-\alpha)$
- $\operatorname{cos} \alpha = \operatorname{cos}(-\alpha)$
- $\operatorname{tan} \alpha = -\operatorname{tan}(-\alpha)$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

**Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera**

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

Ángulos del tercer cuadrante

Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## Algunos ejemplos

Razones trigonométricas de  $60^\circ$  y  $-60^\circ$ .

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

Ángulos del tercer cuadrante

Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## Algunos ejemplos

Razones trigonométricas de  $60^\circ$  y  $-60^\circ$ .

$$\bullet \quad \text{sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{sen}(-60^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

Ángulos del tercer cuadrante

Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## Algunos ejemplos

Razones trigonométricas de  $60^\circ$  y  $-60^\circ$ .

$$\bullet \text{ sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{sen}(-60^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\bullet \text{ cos}(60^\circ) = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{cos}(-60^\circ) = \frac{1}{2}$$

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La circunferencia goniométrica

Razones trigonométricas del primer cuadrante.

Obtención de  $\tan \alpha$  en la circunferencia goniométrica.

Razones trigonométricas del segundo cuadrante.

Ángulos del tercer cuadrante

Razones trigonométricas para  $\alpha + 180^\circ$

Ángulos del cuarto cuadrante

## Algunos ejemplos

### Razones trigonométricas de $60^\circ$ y $-60^\circ$ .

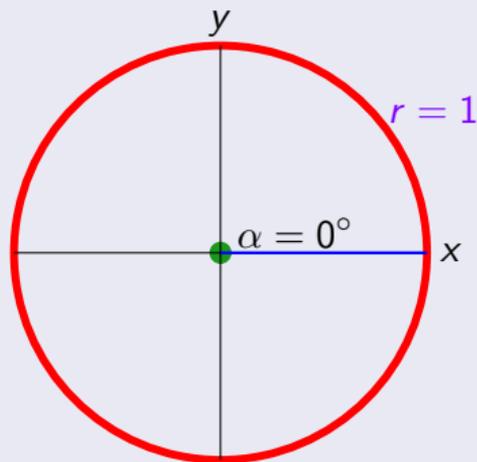
- $\text{sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{sen}(-60^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\text{cos}(60^\circ) = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{cos}(-60^\circ) = \frac{1}{2}$
- $\text{tan}(60^\circ) = \sqrt{3} \Rightarrow \text{tan}(-60^\circ) = -\sqrt{3}$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
**Ángulos sobre los ejes.**  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

$\alpha = 0^\circ$   
 $\alpha = 90^\circ$   
 $\alpha = 180^\circ$   
 $\alpha = 270^\circ$

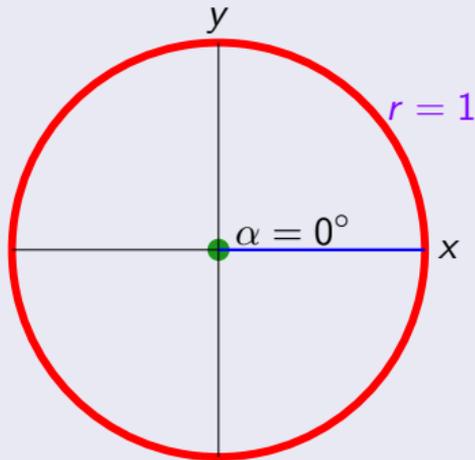
## Razones trigonométricas si $\alpha = 0^\circ$

A partir de la figura podemos obtener las razones trigonométricas si  $\alpha = 0^\circ$ :



## Razones trigonométricas si $\alpha = 0^\circ$

A partir de la figura podemos obtener las razones trigonométricas si  $\alpha = 0^\circ$ :



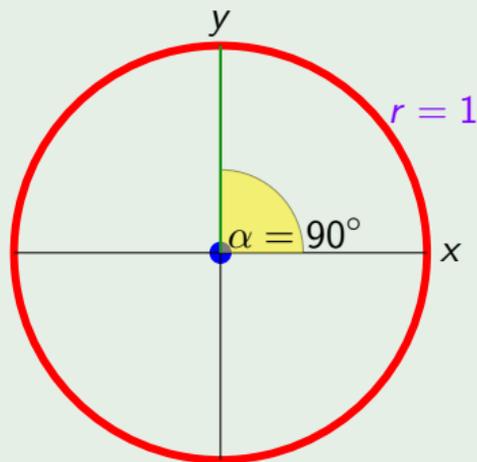
- $\text{sen } \alpha = 0$
- $\text{cos } \alpha = 1$
- $\text{tan } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{0}{1} = 0$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
**Ángulos sobre los ejes.**  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

$\alpha = 0^\circ$   
 $\alpha = 90^\circ$   
 $\alpha = 180^\circ$   
 $\alpha = 270^\circ$

## Razones trigonométricas si $\alpha = 90^\circ$

A partir de la figura podemos obtener las razones trigonométricas si  $\alpha = 90^\circ$ :

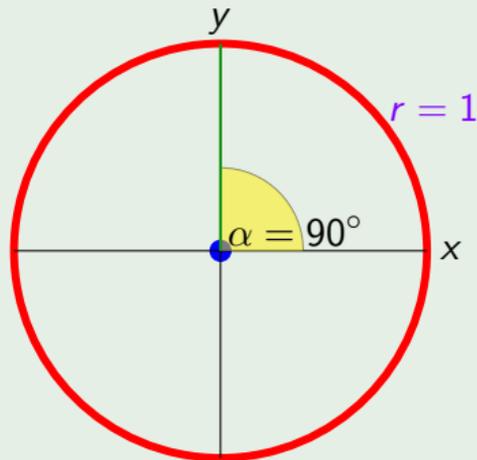


Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

$$\begin{aligned}\alpha &= 0^\circ \\ \alpha &= 90^\circ \\ \alpha &= 180^\circ \\ \alpha &= 270^\circ\end{aligned}$$

## Razones trigonométricas si $\alpha = 90^\circ$

A partir de la figura podemos obtener las razones trigonométricas si  $\alpha = 90^\circ$ :



- $\text{sen } \alpha = 1$

- $\text{cos } \alpha = 0$

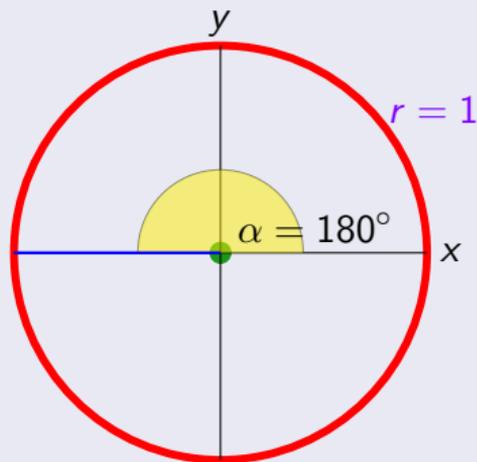
- $\text{tan } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{1}{0}$  **Importante**

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
**Ángulos sobre los ejes.**  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

$\alpha = 0^\circ$   
 $\alpha = 90^\circ$   
 $\alpha = 180^\circ$   
 $\alpha = 270^\circ$

## Razones trigonométricas si $\alpha = 180^\circ$

A partir de la figura podemos obtener las razones trigonométricas si  $\alpha = 180^\circ$ :

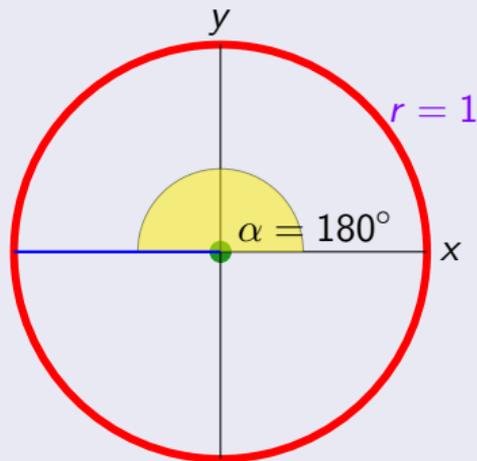


Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
**Ángulos sobre los ejes.**  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

$\alpha = 0^\circ$   
 $\alpha = 90^\circ$   
 $\alpha = 180^\circ$   
 $\alpha = 270^\circ$

## Razones trigonométricas si $\alpha = 180^\circ$

A partir de la figura podemos obtener las razones trigonométricas si  $\alpha = 180^\circ$ :



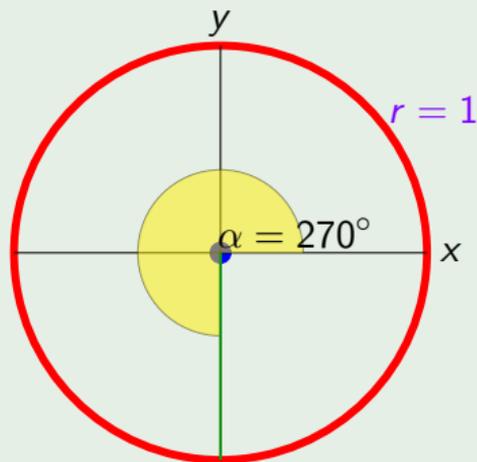
- $\text{sen } \alpha = 0$
- $\text{cos } \alpha = -1$
- $\text{tan } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{0}{-1} = 0$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
**Ángulos sobre los ejes.**  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

$\alpha = 0^\circ$   
 $\alpha = 90^\circ$   
 $\alpha = 180^\circ$   
 $\alpha = 270^\circ$

## Razones trigonométricas si $\alpha = 270^\circ$

A partir de la figura podemos obtener las razones trigonométricas si  $\alpha = 270^\circ$ :

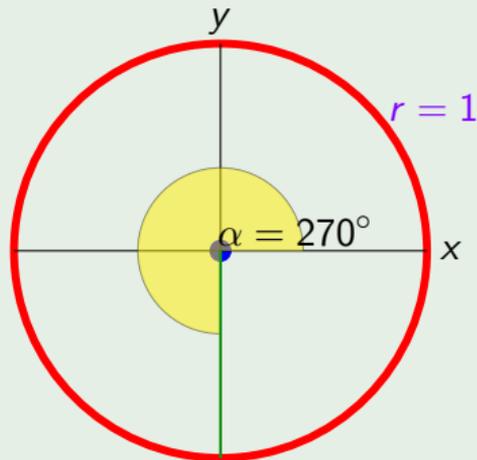


Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

$$\begin{aligned}\alpha &= 0^\circ \\ \alpha &= 90^\circ \\ \alpha &= 180^\circ \\ \alpha &= 270^\circ\end{aligned}$$

## Razones trigonométricas si $\alpha = 270^\circ$

A partir de la figura podemos obtener las razones trigonométricas si  $\alpha = 270^\circ$ :



- $\text{sen } \alpha = -1$

- $\text{cos } \alpha = 0$

- $\text{tan } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{-1}{0}$  **Importante**

## ¿Puede un ángulo ser mayor que $360^\circ$ ?

Un ángulo puede ser mayor de  $360^\circ$  si incluimos el concepto de *vuelta*.

Así, si un ángulo  $\alpha$  es mayor que  $360^\circ$ , sus razones trigonométricas coincidirán con las de un ángulo  $\alpha'$  que será equivalente a  $\alpha$  una vez que hayamos *eliminado* el número de vueltas completas:

$$\sin \alpha = \sin \alpha'; \cos \alpha = \cos \alpha'; \tan \alpha = \tan \alpha'$$

- Si el ángulo  $\alpha$  está expresado en grados:
  - $\alpha'$  será el resto de dividir  $\alpha$  entre  $360^\circ$
- Si el ángulo  $\alpha$  está expresado en radianes:
  - $\alpha'$  será el resto de dividir  $\alpha$  entre  $2\pi$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## Las funciones arco

¿Podemos resolver  
ecuaciones del tipo?

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{1}{2} \quad (1)$$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## Las funciones arco

¿Podemos resolver ecuaciones del tipo?

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{1}{2} \quad (1)$$

### definición de las funciones arco

Para resolver dichas ecuaciones se definen las funciones arco:

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## Las funciones arco

¿Podemos resolver ecuaciones del tipo?

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{1}{2} \quad (1)$$

### definición de las funciones arco

Para resolver dichas ecuaciones se definen las funciones arco:

- $\text{sen}(\alpha) = n \Rightarrow \alpha = \text{arc sen}(n)$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## Las funciones arco

¿Podemos resolver ecuaciones del tipo?

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{1}{2} \quad (1)$$

### definición de las funciones arco

Para resolver dichas ecuaciones se definen las funciones arco:

- $\text{sen}(\alpha) = n \Rightarrow \alpha = \text{arc sen}(n)$
- $\text{cos}(\alpha) = n \Rightarrow \alpha = \text{arc cos}(n)$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## Las funciones arco

¿Podemos resolver ecuaciones del tipo?

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{1}{2} \quad (1)$$

### definición de las funciones arco

Para resolver dichas ecuaciones se definen las funciones arco:

- $\text{sen}(\alpha) = n \Rightarrow \alpha = \text{arc sen}(n)$
- $\text{cos}(\alpha) = n \Rightarrow \alpha = \text{arc cos}(n)$
- $\text{tan}(\alpha) = n \Rightarrow \alpha = \text{arctan}(n)$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$

La función  $\text{arc cos}(x)$

La función  $\text{arctan}(x)$

Elección de la solución correcta.

## La función $\text{arc sen}(x)$

Resolución de la ecuación anterior : (1)

Resolvemos la siguiente ecuación

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \text{arc sen} \left( \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{6}$$

¿La solución es correcta?

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## La función $\text{arc sen}(x)$

Resolución de la ecuación anterior : (1)

Resolvemos la siguiente ecuación

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \text{arc sen} \left( \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{6}$$

¿La solución es correcta?

### Número de soluciones de las ecuaciones tipo arco

- La ecuación  $\alpha = \text{arc sen} \left( \frac{1}{2} \right)$  tiene dos soluciones en  $[0, 2\pi]$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## La función $\text{arc sen}(x)$

Resolución de la ecuación anterior : (1)

Resolvemos la siguiente ecuación

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \text{arc sen} \left( \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{6}$$

¿La solución es correcta?

### Número de soluciones de las ecuaciones tipo arco

- La ecuación  $\alpha = \text{arc sen} \left( \frac{1}{2} \right)$  tiene dos soluciones en  $[0, 2\pi]$
- Sus soluciones son: 
$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = \frac{\pi}{6} \\ \alpha_2 = \frac{5\pi}{6} \end{array} \right.$$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## La función $\text{arc sen}(x)$

Resolución de la ecuación anterior : (1)

Resolvemos la siguiente ecuación

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \text{arc sen} \left( \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{6}$$

¿La solución es correcta?

### Número de soluciones de las ecuaciones tipo arco

- La ecuación  $\alpha = \text{arc sen} \left( \frac{1}{2} \right)$  tiene dos soluciones en  $[0, 2\pi]$
- Sus soluciones son: 
$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{\pi}{6} \\ \alpha_2 = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$
- La ecuación  $\alpha = \text{arc sen}(n)$  tiene dos soluciones suplementarias si  $0 \leq n \leq 1$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## La función $\text{arc sen}(x)$ (II)

Resolución de la ecuación anterior : (1)

Soluciones según el signo de  $n$  en  $[0, 2\pi]$

La ecuación  $\alpha = \text{arc sen}(n)$  tiene dos soluciones suplementarias. En radianes serán:

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## La función $\text{arc sen}(x)$ (II)

Resolución de la ecuación anterior : (1)

Soluciones según el signo de  $n$  en  $[0, 2\pi]$

La ecuación  $\alpha = \text{arc sen}(n)$  tiene dos soluciones suplementarias. En radianes serán:

- Si  $n \in (0, 1) \Rightarrow \alpha_1 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  (Cuadrantes  $1.^\circ$  y  $2.^\circ$ )

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\arcsen(x)$   
La función  $\arccos(x)$   
La función  $\arctan(x)$   
Elección de la solución correcta.

## La función $\arcsen(x)$ (II)

Resolución de la ecuación anterior : (1)

Soluciones según el signo de  $n$  en  $[0, 2\pi]$

La ecuación  $\alpha = \arcsen(n)$  tiene dos soluciones suplementarias. En radianes serán:

- Si  $n \in (0, 1) \Rightarrow \alpha_1 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  (Cuadrantes 1.º y 2.º)
- Si  $n \in (-1, 0) \Rightarrow \alpha_1 \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$  (Cuadrantes 3.º y 4.º)

## La función $\arcsen(x)$ (II)

Resolución de la ecuación anterior : (1)

### Soluciones según el signo de $n$ en $[0, 2\pi]$

La ecuación  $\alpha = \arcsen(n)$  tiene dos soluciones suplementarias. En radianes serán:

- Si  $n \in (0, 1) \Rightarrow \alpha_1 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  (Cuadrantes 1.º y 2.º)
- Si  $n \in (-1, 0) \Rightarrow \alpha_1 \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$  (Cuadrantes 3.º y 4.º)
- Si  $n = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0 \\ \alpha_2 = \pi \end{cases}$ ; Si  $n = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$ ; Si  $n = -1 \Rightarrow \alpha = -\frac{\pi}{2}$ ;

Definiciones de las razones trigonométricas:

Ángulos complementarios

Una nueva medida angular: El radian

Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Ángulos sobre los ejes.

Ángulos mayores de  $360^\circ$

Las funciones arco

La función  $\arcsen(x)$

La función  $\arccos(x)$

La función  $\arctan(x)$

Elección de la solución correcta.

## La función $\arccos(x)$

Resolución de  $\alpha = \arccos(n)$

Soluciones según el signo de  $n$  en  $[0, 2\pi]$

La ecuación  $\alpha = \arccos(n)$  tiene dos soluciones que suman  $2\pi$ . En radianes serán:

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## La función $\text{arc cos}(x)$

Resolución de  $\alpha = \text{arc cos}(n)$

Soluciones según el signo de  $n$  en  $[0, 2\pi]$

La ecuación  $\alpha = \text{arc cos}(n)$  tiene dos soluciones que suman  $2\pi$ . En radianes serán:

- Si  $n \in (0, 1) \Rightarrow \alpha_1 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$  (Cuadrantes  $1.^\circ$  y  $4.^\circ$ )

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\arcsen(x)$   
La función  $\arccos(x)$   
La función  $\arctan(x)$   
Elección de la solución correcta.

## La función $\arccos(x)$

Resolución de  $\alpha = \arccos(n)$

### Soluciones según el signo de $n$ en $[0, 2\pi]$

La ecuación  $\alpha = \arccos(n)$  tiene dos soluciones que suman  $2\pi$ . En radianes serán:

- Si  $n \in (0, 1) \Rightarrow \alpha_1 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$  (Cuadrantes 1.º y 4.º)
- Si  $n \in (-1, 0) \Rightarrow \alpha_1 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$  (Cuadrantes 2.º y 3.º)

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## La función $\text{arc cos}(x)$

Resolución de  $\alpha = \text{arc cos}(n)$

### Soluciones según el signo de $n$ en $[0, 2\pi]$

La ecuación  $\alpha = \text{arc cos}(n)$  tiene dos soluciones que suman  $2\pi$ . En radianes serán:

- Si  $n \in (0, 1) \Rightarrow \alpha_1 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$  (Cuadrantes 1.º y 4.º)
- Si  $n \in (-1, 0) \Rightarrow \alpha_1 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$  (Cuadrantes 2.º y 3.º)
- Si  $n = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \frac{\pi}{2} \\ \alpha_2 = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$ ; Si  $n = 1 \Rightarrow \alpha = 0$ ; Si  $n = -1 \Rightarrow \alpha = \pi$ ;

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\arcsen(x)$   
La función  $\arccos(x)$   
**La función  $\arctan(x)$**   
Elección de la solución correcta.

## La función $\arctan(x)$

Resolución de  $\alpha = \arctan(n)$

Soluciones según el signo de  $n$  en  $[0, 2\pi]$

La ecuación  $\alpha = \arccos(n)$  tiene dos soluciones que difieren  $\pi$ . En radianes serán:

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\arcsen(x)$   
La función  $\arccos(x)$   
**La función  $\arctan(x)$**   
Elección de la solución correcta.

## La función $\arctan(x)$

Resolución de  $\alpha = \arctan(n)$

### Soluciones según el signo de $n$ en $[0, 2\pi]$

La ecuación  $\alpha = \arccos(n)$  tiene dos soluciones que difieren  $\pi$ . En radianes serán:

- Si  $n > 0 \Rightarrow \alpha_1 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$  (Cuadrantes  $1.^\circ$  y  $3.^\circ$ )

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\arcsen(x)$   
La función  $\arccos(x)$   
**La función  $\arctan(x)$**   
Elección de la solución correcta.

## La función $\arctan(x)$

Resolución de  $\alpha = \arctan(n)$

### Soluciones según el signo de $n$ en $[0, 2\pi]$

La ecuación  $\alpha = \arccos(n)$  tiene dos soluciones que difieren  $\pi$ . En radianes serán:

- Si  $n > 0 \Rightarrow \alpha_1 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$  (Cuadrantes  $1.^\circ$  y  $3.^\circ$ )
- Si  $n < 0 \Rightarrow \alpha_1 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$  (Cuadrantes  $2.^\circ$  y  $4.^\circ$ )

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\arcsen(x)$   
La función  $\arccos(x)$   
**La función  $\arctan(x)$**   
Elección de la solución correcta.

## La función $\arctan(x)$

Resolución de  $\alpha = \arctan(n)$

### Soluciones según el signo de $n$ en $[0, 2\pi]$

La ecuación  $\alpha = \arccos(n)$  tiene dos soluciones que difieren  $\pi$ . En radianes serán:

- Si  $n > 0 \Rightarrow \alpha_1 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$  (Cuadrantes  $1.^\circ$  y  $3.^\circ$ )
- Si  $n < 0 \Rightarrow \alpha_1 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ;  $\alpha_2 \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$  (Cuadrantes  $2.^\circ$  y  $4.^\circ$ )
- Si  $n = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0 \\ \alpha_2 = \pi \end{cases}$  ;

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arc sen}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arc sen}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\cos \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arc sen}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\cos \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$
  - $\cos \alpha < 0 \Rightarrow 2.^\circ \text{ cuadrante}$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arc sen}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\cos \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$
  - $\cos \alpha < 0 \Rightarrow 2.^\circ \text{ cuadrante}$
- $n < 0 \Rightarrow$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arc sen}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\cos \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$
  - $\cos \alpha < 0 \Rightarrow 2.^\circ \text{ cuadrante}$
- $n < 0 \Rightarrow$ 
  - $\cos \alpha > 0 \Rightarrow 4.^\circ \text{ cuadrante}$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arc sen}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\cos \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$
  - $\cos \alpha < 0 \Rightarrow 2.^\circ \text{ cuadrante}$
- $n < 0 \Rightarrow$ 
  - $\cos \alpha > 0 \Rightarrow 4.^\circ \text{ cuadrante}$
  - $\cos \alpha < 0 \Rightarrow 3.\text{er cuadrante}$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arc cos}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arc cos}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arc cos}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$
  - $\text{sen } \alpha < 0 \Rightarrow 4.^\circ \text{ cuadrante}$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arc cos}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$
  - $\text{sen } \alpha < 0 \Rightarrow 4.^\circ \text{ cuadrante}$
- $n < 0 \Rightarrow$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arc cos}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$
  - $\text{sen } \alpha < 0 \Rightarrow 4.^\circ \text{ cuadrante}$
- $n < 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 2.^\circ \text{ cuadrante}$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arc cos}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$
  - $\text{sen } \alpha < 0 \Rightarrow 4.\text{o cuadrante}$
- $n < 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 2.\text{o cuadrante}$
  - $\text{sen } \alpha < 0 \Rightarrow 3.\text{er cuadrante}$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \arctan(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \arctan(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arctan}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$
  - $\text{sen } \alpha < 0 \Rightarrow 3.\text{er cuadrante}$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \arctan(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$
  - $\text{sen } \alpha < 0 \Rightarrow 3.\text{er cuadrante}$
- $n < 0 \Rightarrow$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \arctan(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$
  - $\text{sen } \alpha < 0 \Rightarrow 3.\text{er cuadrante}$
- $n < 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 2.^\circ \text{ cuadrante}$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## ¿Qué solución utilizar?

Si no disponemos de más datos ambas son válidas

Por contra, si sabemos el signo de otra de sus razones trigonométricas podemos determinar su cuadrante:

$$\alpha = \text{arctan}(n)$$

- $n > 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 1.\text{er cuadrante}$
  - $\text{sen } \alpha < 0 \Rightarrow 3.\text{er cuadrante}$
- $n < 0 \Rightarrow$ 
  - $\text{sen } \alpha > 0 \Rightarrow 2.^\circ \text{ cuadrante}$
  - $\text{sen } \alpha < 0 \Rightarrow 4.^\circ \text{ cuadrante}$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## Ejercicio de ejemplo:

Hallar  $\alpha$  si sabemos:

- $\text{sen } \alpha = -\frac{3}{5} \quad \Rightarrow$
- $\text{tan } \alpha > 0$

Definiciones de las razones trigonométricas:  
Ángulos complementarios  
Una nueva medida angular: El radian  
Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$   
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera  
Ángulos sobre los ejes.  
Ángulos mayores de  $360^\circ$   
Las funciones arco

La función  $\text{arc sen}(x)$   
La función  $\text{arc cos}(x)$   
La función  $\text{arctan}(x)$   
Elección de la solución correcta.

## Ejercicio de ejemplo:

Hallar  $\alpha$  si sabemos:

- $\text{sen } \alpha = -\frac{3}{5}$
  - $\tan \alpha > 0$
- $\Rightarrow$
- Averiguamos su cuadrante:
  - $\text{sen } \alpha < 0$ ;  $\tan \alpha > 0 \Rightarrow$  Tercer cuadrante

Si trabajamos en grados

Si trabajamos en radianes

## Ejercicio de ejemplo:

Hallar  $\alpha$  si sabemos:

- $\text{sen } \alpha = -\frac{3}{5}$
  - $\tan \alpha > 0$
- $\Rightarrow$
- Averiguamos su cuadrante:
  - $\text{sen } \alpha < 0$ ;  $\tan \alpha > 0 \Rightarrow$  Tercer cuadrante

Si trabajamos en grados

Utilizando la calculadora:

- $\alpha = \text{arc sen}\left(-\frac{3}{5}\right) \approx -36,87^\circ$  ✗
- Hallamos su suplementario:  
 $\alpha = 180^\circ - (-36,87^\circ) = 216,87^\circ$  ✓

Si trabajamos en radianes

## Ejercicio de ejemplo:

Hallar  $\alpha$  si sabemos:

- $\text{sen } \alpha = -\frac{3}{5}$
  - $\tan \alpha > 0$
- $\Rightarrow$
- Averiguamos su cuadrante:
  - $\text{sen } \alpha < 0$ ;  $\tan \alpha > 0 \Rightarrow$  Tercer cuadrante

### Si trabajamos en grados

Utilizando la calculadora:

- $\alpha = \text{arc sen}\left(-\frac{3}{5}\right) \approx -36,87^\circ$  ✗
- Hallamos su suplementario:  
 $\alpha = 180^\circ - (-36,87^\circ) = 216,87^\circ$  ✓

### Si trabajamos en radianes

Utilizando la calculadora:

- $\alpha = \text{arc sen}\left(-\frac{3}{5}\right) \approx -0,64 \text{ rad}$  ✗
- Hallamos su suplementario:  
 $\alpha = \pi - (-0,64) = 3,79 \text{ rad}$  ✓