

歐拉

歐拉 (Euler, Léonard, 1707 年 4 月 15 日—1783 年 9 月 18 日) 是瑞士數學家 and 物理學家。生於巴塞爾，卒於俄國聖彼德堡。出身牧師家庭，自幼受父親教育。13 歲入巴塞爾大學，15 歲獲學士學位，16 歲獲碩士學位。他上大學時就受到約翰·伯努尼 (Johann Bernoulli) 的特別指導，後專心數學研究，19 歲 (1726 年) 開始創作文章，一舉獲巴黎科學院獎金。1727 年，由丹尼爾·伯努尼 (Daniel Bernoulli) 舉薦，到聖彼德堡科學院工作。1731 年成為物理學教授，1733 年接替丹尼爾·伯努尼任數學教授。1741 年受普魯士腓特烈大帝 (Frederick the Great) 邀請到德國柏林科學院任物理數學所所長。1766 年應俄國沙皇喀德林二世敦聘重回聖彼德堡，直至去世。



歐拉是數學史上最多產的數學家，發表了 500 餘篇論文和教科書，另有 350 篇死後才發表，實際上論著幾乎涉及當時所有的數學分支。其主要貢獻有：出版《無窮分析引論》(1748)、《微分學原理》(1755) 和《積分學原理》(1768—1770) 三部數學經典著作，擴展了微積分領域，為無窮級數、微分方程、微分幾何學等分支和學科的產生與發展奠定了基礎；開創現代三角學和現代代數論；並藉以對所有的數學分支進行了統一和系統化處理；還由解決柯尼斯堡七橋問題而引發圖論分支的研究等等。他創用或提倡使用了大量先進的數學符號，得到許多重要的公式、定理和常數值。除創建純粹數學理論外，他還應用這些數學工具去解決天文、物理、力學等方面的實際問題，取得巨大成果。

歐拉以完成複雜計算的才智而聞名，在 1735 年因過度工作右眼失明，1771 年又因病左眼失明，他以驚人的記憶力和心算技巧，在雙目失明之後仍堅持繼續進行科學創作，以口授方式又完成幾百篇科學論文。此外，他扶植後學，關心教育，其高尚品德贏得後人的廣泛尊敬。而瑞士曾經以歐拉的肖像印在十瑞士法郎的紙幣之上作為對他的尊崇。

歐拉線(尤拉線)

在平面幾何中，歐拉線是指過三角形的外心、重心和垂心的一條直線。歐拉證明了在任意三角形中，以上三點共線，而且重心到外心的距離是重心到垂心距離的一半。

如圖， $\triangle ABC$ 的外心、重心、垂心分別為 O 、 G 、 H ，試證明

O 、 G 、 H 三點共線，且 $\overline{OG} = \frac{1}{2} \overline{HG}$ 。

證明

作 $\triangle ABC$ 的外接圓，連接 \overline{BO} 並延長交外接圓於點 R ，

連接 \overline{AR} 、 \overline{CR} 。

(1) $\because \overline{BR}$ 為外接圓的直徑

$\therefore \angle BCR = \angle BAR = 90^\circ$

$\because \angle BNA = \angle BCR = 90^\circ$

$\therefore \overline{AN} \parallel \overline{RC}$

同理， $\because \angle BPC = \angle BAR = 90^\circ$

$\therefore \overline{PC} \parallel \overline{AR}$

\therefore 四邊形 $ARCH$ 為平行四邊形

$\therefore \overline{CR} = \overline{AH}$

(2) $\because \triangle OBM \sim \triangle RBC$

且 M 為 \overline{BC} 的中點， \therefore

$$\overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{CR} = \frac{1}{2} \overline{AH}$$

(3) 在 $\triangle OMG$ 與 $\triangle AHG$ 中

$\angle OMG = \angle HAG$ ，且 $\overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{AH}$ ， $\overline{MG} = \frac{1}{2} \overline{AG}$

$\therefore \triangle OMG \sim \triangle AHG$ (SAS 相似)

$\therefore \angle OGM = \angle HGA$

$\therefore O$ 、 G 、 H 三點共線，由對應邊成比例得 $\overline{OG} = \frac{1}{2} \overline{HG}$ ，得證。

