



Octobre 2017

Durée : 1 période

Epreuve en : **Mathématiques.**

**Partie A . Etude d'une fonction** ( 5 pts)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0 ; +\infty[$  par :  $f(x) = x + 2 + \frac{100}{x}$  et l'on désigne par  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ , en déduire une équation d'une asymptote à  $(C)$ .

2) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

Démontrer que la droite d'équation  $y = x + 2$  est une asymptote oblique à  $(C)$ .

3) a- Vérifier que  $f'(x) = \frac{(x-10)(x+10)}{x^2}$ .

b- Dresser le tableau de variations de  $f$ .

c- Tracer  $(C)$ .

**Partie B . Application économique** ( 5 pts)

Une entreprise fabrique  $x$  tonnes d'un produit alimentaire avec  $0 < x < 15$ .

La fonction de coût total, exprimé en **milliers** d'euros, est donnée par :  $C(x) = x^2 + 2x + 100$ .

1) a - Trouver la fonction de coût marginal  $C_m(x)$ .

b - Calculer le coût de la 11<sup>ème</sup> tonne de ce produit.

2) Montrer que la fonction de coût moyen  $C_M(x) = f(x)$ .

3) On vend une tonne de ce produit à 27 000 euros.

a - Exprimer la fonction de revenu  $R(x)$  de vente de  $x$  tonnes.

b - Montrer que le profit  $P(x)$  réalisé après la fabrication et la vente de  $x$  tonnes est :  $P(x) = -x^2 + 25x - 100$ .

c- Déterminer à partir de quelle quantité de ce produit l'entreprise est bénéficiaire .

4) a- Calculer  $P'(x)$  et dresser le tableau de variations de  $P$ .

b - Déterminer la quantité de ce produit que l'entreprise doit fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal.

Quel sera le montant de ce bénéfice ?