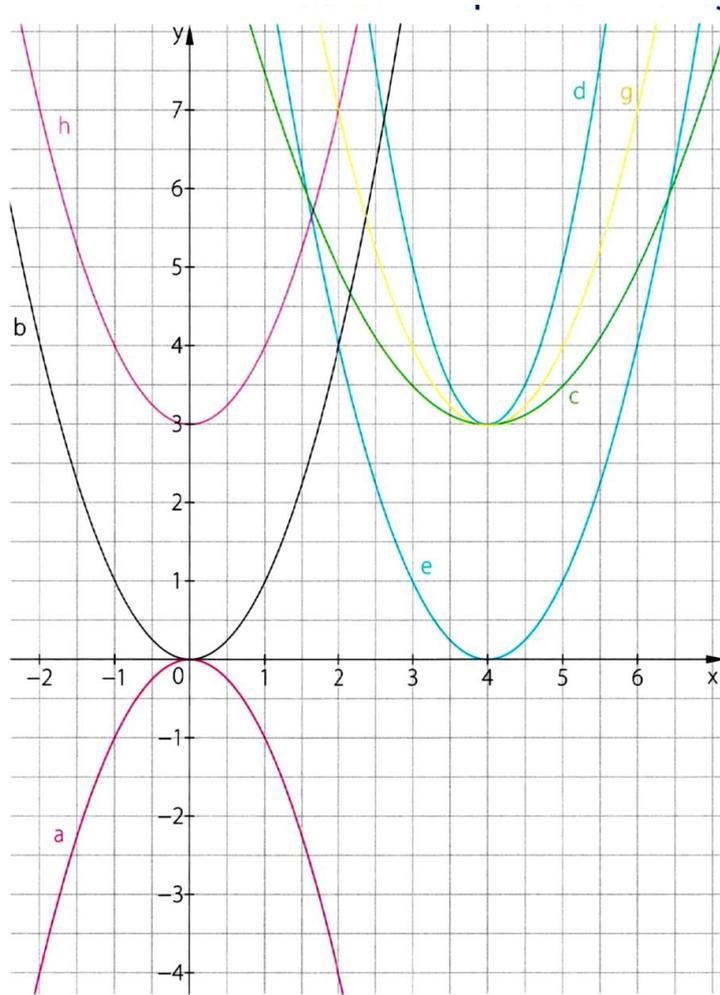


01 QUADRATISCHE FUNKTIONEN

Wiederholungen – Alles um Quadratische Funktionen

Vorbereitung auf die erste Klassenarbeit

Aufgabe 1:



Zu jedem der sieben Funktionsgraphen gehört eine der folgenden Funktionsgleichungen:

$$f_1(x) = x^2$$

$$f_2(x) = x^2 + 3$$

$$f_3(x) = (x - 4)^2$$

$$f_4(x) = \frac{1}{2} \cdot (x - 4)^2 + 3$$

$$f_5(x) = (x - 4)^2 + 3$$

$$f_6(x) = 2 \cdot (x - 4)^2 + 3$$

$$f_7(x) = -x^2$$

Aufgabe 2:

1 Gib die Scheitelpunkte der Parabeln an und zeichne die Graphen.

a) $f(x) = x^2 + 4$

c) $h(x) = (x + 2)^2$

e) $j(x) = (x + 3)^2 + 5$

b) $g(x) = x^2 - 2$

d) $i(x) = (x - 7)^2$

f) $k(x) = (x - 2)^2 - 0,5$

2 Gib die Funktionsterme an, wenn du die Normalparabeln verschiebst:

a) um 2 Einheiten nach rechts

e) um 6 Einheiten nach links und

b) um 4,5 Einheiten nach unten

4 Einheiten nach oben.

c) um 1,9 Einheiten nach links

f) um 12,5 Einheiten nach rechts und

d) um 10 Einheiten nach oben

2 Einheiten nach oben.

3 Beschreibe in Worten die Gestalt und die Lage des Graphen im Koordinatensystem.

a) $f(x) = (x + 7)^2$

c) $h(x) = (x - 5)^2 - 3$

e) $i(x) = 0,25 \cdot (x + 2)^2 - 3$

b) $g(x) = x^2 - 8$

d) $k(x) = 2 \cdot x^2$

f) $j(x) = -2 \cdot (x - 2)^2 + 3,5$

4 Gib die Funktionsgleichung der Parabel an.

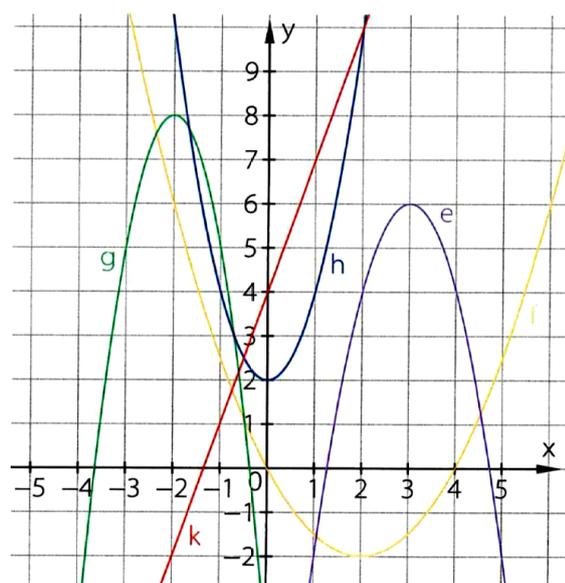
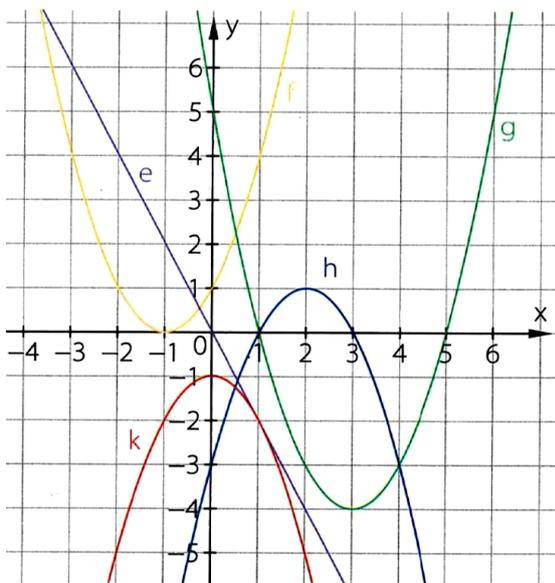
a) $S(0|-2)$, mit Faktor 2 gestreckt, nach unten geöffnet.

b) $S(-4|3)$, mit Faktor 1,5 gestreckt, nach oben geöffnet

c) $S(4|0)$, mit Faktor $\frac{1}{2}$ gestaucht, nach oben geöffnet

d) $S(5|-6)$, weder gestreckt noch gestaucht, nach unten geöffnet.

5 Gib die Funktionsterme zu den abgebildeten Graphen an.



6 Zeichne die Graphen der Funktionen.

a) $f(x) = 0,5 \cdot x^2$

c) $h(x) = -(x - 2)^2 + 1$

e) $j(x) = -0,5 \cdot x^2 + 5$

b) $g(x) = 2 \cdot (x + 1)^2$

d) $i(x) = \frac{1}{4}(x + 3)^2 + 2$

f) $k(x) = -0,75 \cdot (x - 1)^2$

Aufgabe 3:

Prüfe, ob die Punkte auf dem Graphen der Parabel liegen.

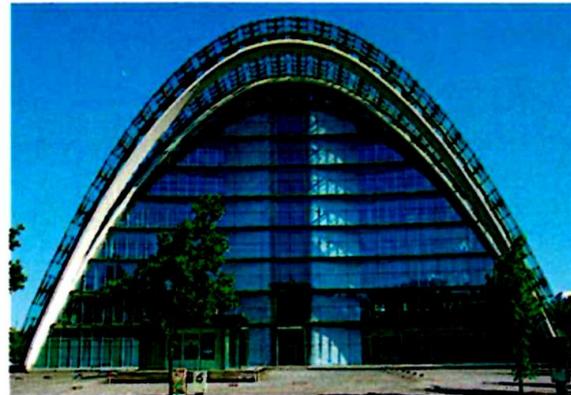
a) $f(x) = x^2 + 3$ P(0|0), Q(3|12), R(5|-28)

b) $g(x) = (x + 2)^2 - 6$ P(-2|-6), Q(-4|-10), R(2|10)

c) $h(x) = -2(x - 3)^2 + 5$ P($\frac{1}{2}$ |12), Q(-3|5), R(6|5)

Aufgabe 4:

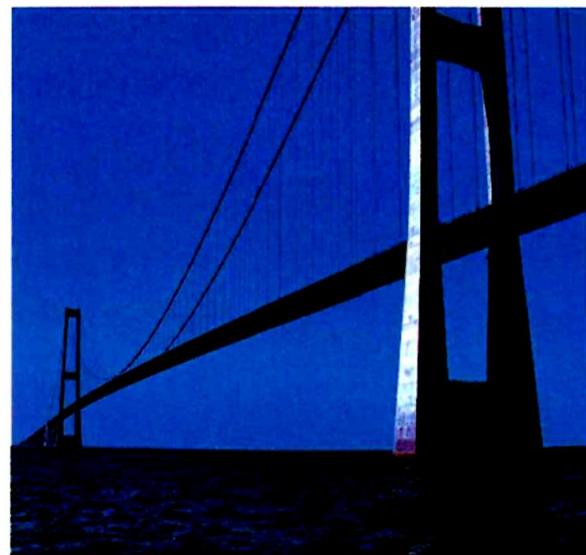
„Berliner Bogen“ heißt ein 2002 fertiggestelltes Bürogebäude in Hamburg. Es bietet Platz für 1200 Arbeitsplätze und enthält drei riesige Wintergärten. Der parabelförmige Bogen ist 36 m hoch und am Erdboden 72 m breit.



a) Stelle einen Funktionsterm für die Parabel auf, welche diesen Bogen beschreibt. Lege dazu zuerst die Lage des Scheitelpunktes fest.

Aufgabe 5:

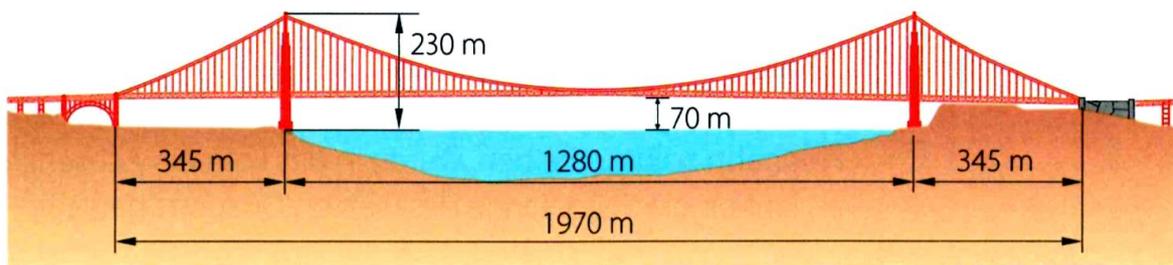
Eine der größten Hängebrücken Europas ist die dänische Storebelt-Brücke, die die Inseln Fünen und Seeland verbindet. Die beiden Pylonen stehen 1624 m weit auseinander und ragen 254 m aus dem Wasser heraus. Die Fahrbahn ist zwischen den Pylonen an 66 Seilen auf jeder Seite aufgehängt und befindet sich 77 m über der Wasseroberfläche. Die Form des zwischen den Pylonen hängenden Tragseils entspricht fast genau der Form einer Parabel.



Bestimme eine Funktionsgleichung für die vom Tragseil gebildete Parabel

Aufgabe 6:

Die Zeichnung zeigt eine der berühmtesten Hängebrücken: die Golden Gate Bridge in San Francisco. Die Fahrbahn hängt an zwei gigantischen Stahlbändern. Jedes hat einen Durchmesser von ca. 92,4 cm! Die Verbindung zwischen Fahrbahn und den beiden Stahlbändern wird durch senkrechte sogenannte „Stahlhänger“ hergestellt. Allein im Hauptfeld der Brücke sind pro Fahrbahnseite im Abstand von 15,42 m je 82 dieser Stahlhänger angebracht. Ihr Durchmesser beträgt jeweils ca. 6,83 cm. Die Fahrbahn verläuft ca. 70 m über der Wasseroberfläche.



Näherungsweise lässt sich der Verlauf der Stahlbänder zwischen den beiden Stützpfosten durch eine Parabel und an den Rändern durch Geraden beschreiben. Stelle für jeden Bereich eine passende Funktionsgleichung auf.

Aufgabe 7:

Welcher Graph gehört zu welcher Funktionsgleichung?

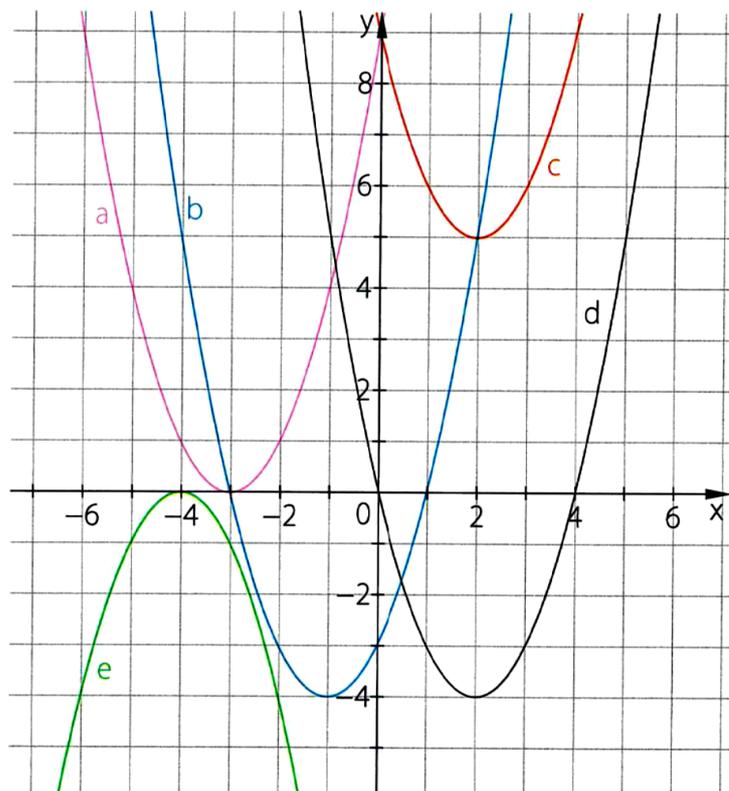
$$f_1(x) = x^2 + 6x + 9$$

$$f_2(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$f_3(x) = x^2 - 4x$$

$$f_4(x) = -x^2 - 8x - 16$$

$$f_5(x) = x^2 - 4x + 9$$



Aufgabe 8:

1 Skizziere den Graphen der Parabel und gib ihre Funktionsgleichung in Scheitelpunktform an.

- a) $S(3|-1)$, nach oben geöffnet, nicht gestreckt.
- b) $S(2|-3)$, nach unten geöffnet, nicht gestreckt.
- c) $S(-3|-4)$, nach oben geöffnet, mit Faktor 2 in y-Richtung gestreckt.
- d) $S(-1|2)$, nach unten geöffnet, mit Faktor $\frac{1}{2}$ in y-Richtung gestaucht.



2 Multipliziere aus. Benutze dabei die binomischen Formeln.

- a) $(x - 8)^2$
- b) $(x + 12)^2$
- c) $(x - 1)^2$
- d) $(x - 0)^2$
- e) $(x + 2)^2$
- f) $(x - \frac{1}{3})^2$
- g) $(x + 0,1)^2$
- h) $(x - \frac{3}{4})^2$

3 Gegeben ist die Scheitelpunktform. Wandle in die allgemeine Form um. Kontrolliere dein Ergebnis mit dem Funktionenplotter.

- a) $f(x) = (x - 3)^2 + 5$
- b) $f(x) = (x + 1)^2 - 2$
- c) $f(x) = (x - 7)^2$
- d) $f(x) = (x + 4)^2$
- e) $f(x) = (x - 3)^2 - 1$
- f) $f(x) = (x - 2,5)^2 + 3$

4 Beschreibe die Parabeln und wandle die Funktionsgleichungen in die allgemeine Form um.

- a) $f(x) = -(x - 3)^2 + 5$
- b) $f(x) = 3(x + 1)^2 - 7$
- c) $f(x) = -2(x - 4)^2 + 3$
- d) $f(x) = -\frac{1}{2}(x + 6)^2 - 2$
- e) $f(x) = 3(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}$
- f) $f(x) = -2(x - \frac{1}{4})^2 + \frac{3}{8}$

6 Faktorisiere mithilfe der binomischen Formeln.

- a) $x^2 - 10x + 25$
- b) $x^2 - 12x + 36$
- c) $x^2 + 2x + 1$
- d) $x^2 + x + \frac{1}{4}$
- e) $x^2 - 3x + \frac{9}{4}$
- f) $-x^2 + 18x - 81$
- g) $3x^2 + 12x + 12$
- h) $-5x^2 - 100x - 500$

7 Forme in die Scheitelpunktform um und beschreibe die Parabel.

- a) $f(x) = x^2 - 6x + 9$
- b) $f(x) = x^2 + 10x - 2$
- c) $f(x) = x^2 - 8x + 17$
- d) $f(x) = x^2 - 12x + 25$
- e) $f(x) = 2x^2 + 12x + 6$
- f) $f(x) = -3x^2 + 18x - 9$
- g) $f(x) = x^2 + 6x$
- h) $f(x) = -2x^2 + 8x$

8 Entscheide, ob der Scheitelpunkt oberhalb der x-Achse liegt und gib die Wertemenge an.

- a) $f_1(x) = x^2 - 2x + 2$
- b) $f_2(x) = x^2 + 6x + 8$
- c) $f_3(x) = -x^2 + 14x - 50$
- d) $f_4(x) = -2x^2 - 16x - 120$

Aufgabe 9:

9 Ordne den Funktionsgleichungen die Graphen in den Zeichnungen zu.

a) $f_1(x) = x^2 + 4x - 2$

b) $f_2(x) = x^2 - 5x + 3$

c) $f_3(x) = x^2 - 10x + 25$

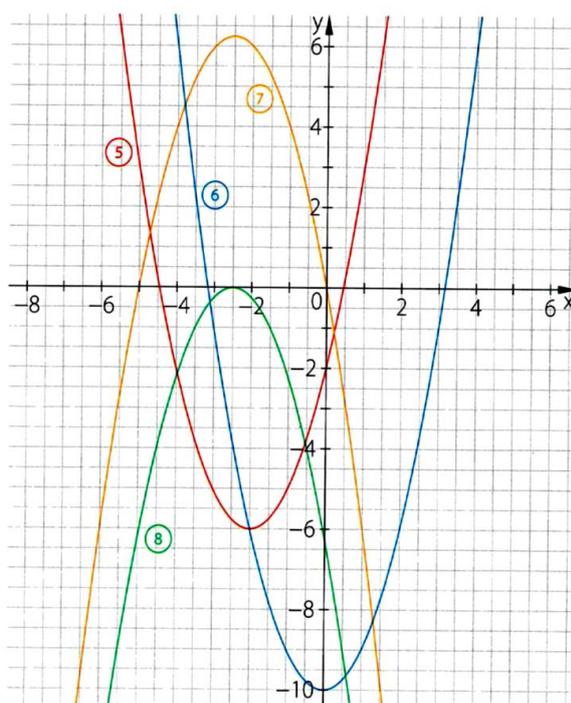
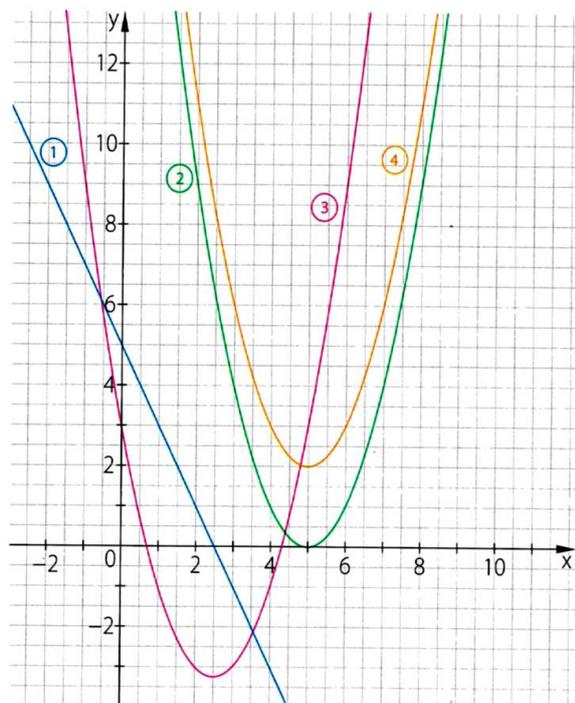
d) $f_4(x) = x^2 - 10x + 27$

e) $f_5(x) = -x^2 - 5x$

f) $f_6(x) = -2x + 5$

g) $f_7(x) = x^2 - 10$

h) $f_8(x) = -x^2 - 5x - 6,25$



Aufgabe 10:

Von einer verschobenen Parabel ist der Scheitelpunkt S bekannt. Geben Sie die zugehörige Funktionsvorschrift in der Form $f(x) = x^2 + bx + c$ an.

a) $S(3 \mid -2)$

b) $S(1/2 \mid 3)$

c) $S(-3/2 \mid -1)$

d) $S(-4 \mid 1)$

e) $S(2 \mid -3/2)$

f) $S(-7/2 \mid 4)$

Aufgabe 11:

Überführen Sie die allgemeine Scheitelpunktform $f(x) = a(x - d)^2 + e$ einer quadratischen Funktion in die Normalform $f(x) = ax^2 + bx + c$, in der auch nur die Variablen a, b und c vorkommen.

Aufgabe 12:

Stellen Sie zu jeder Funktion fundierte Aussagen auf bezgl. Anzahl der Nullstellen, Koordinate des Scheitelpunktes, Streckung bzw. Stauchung und Öffnung der Parabel.

a) $f(x) = -\frac{3}{2}(x + 2)^2 - 4$

c) $h(x) = 2(x - 5)^2 + 7/4$

b) $g(x) = 0,25x^2 - 2$

d) $i(x) = -\frac{2}{5}(x - 2)^2 - 2$

Aufgabe 13:

In Acapulco in Mexiko springen tollkühne Klippenspringer mit einem Kopfsprung von einem 27m hohen Felsen. Dabei müssen sie darauf achten, dass sie genau eine ankommende Welle treffen, denn sonst ist das Wasser nicht tief genug.

Die Flugbahn eines Springers wird durch die Funktionsgleichung $h(x) = -x^2 + 2x + 17$ modelliert. Dabei bezeichnet h die Höhe über dem Wasser und x die horizontale Entfernung vom Absprungpunkt (jeweils in Metern).

a) Welche Höhe erhält man für $x = 0$? Warum?

b) Was ist die maximale Höhe des Springers?

Aufgabe 14:



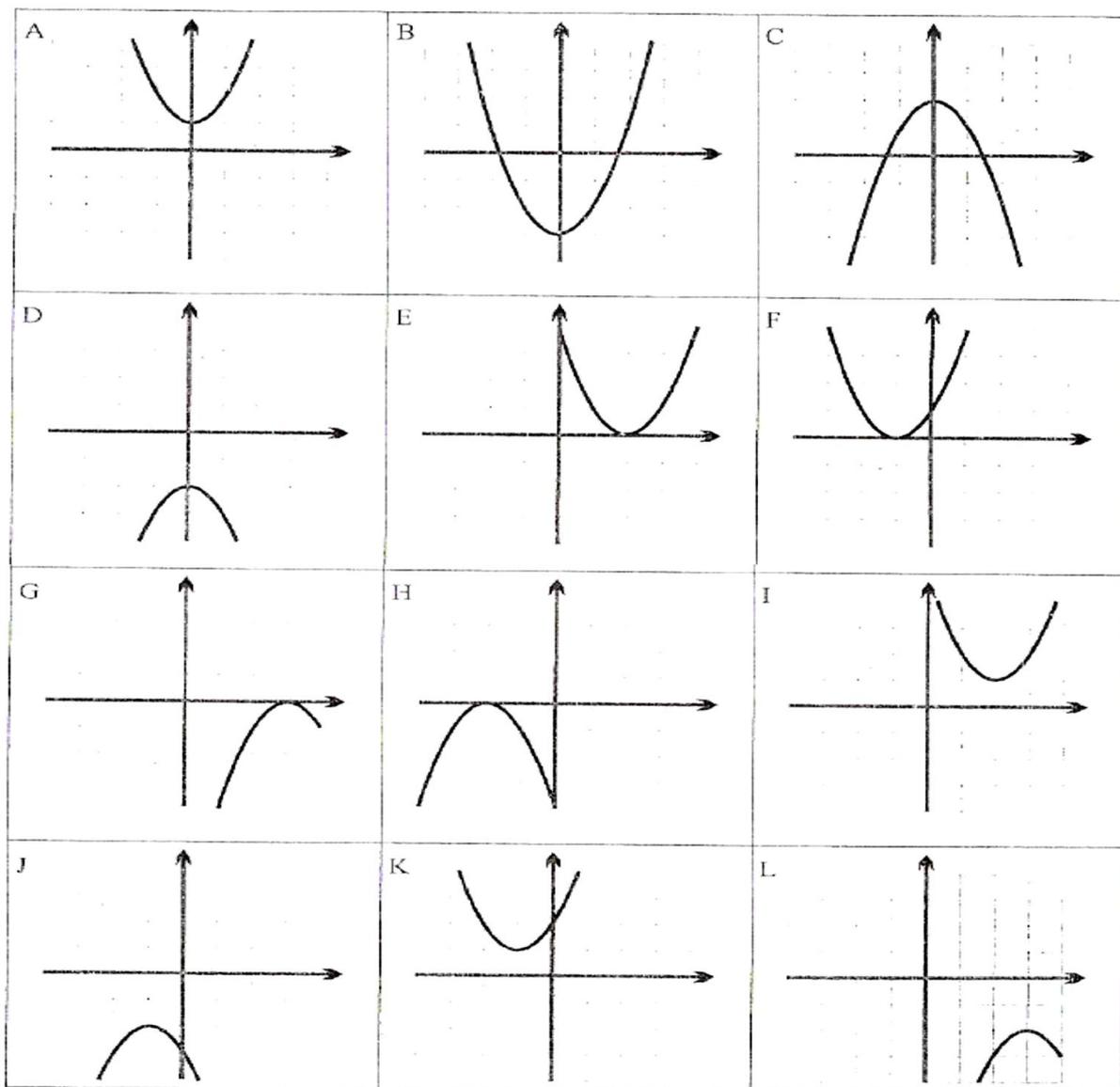
Julia macht ein Praktikum beim Bauamt der Stadt Olfen. Ein Mitarbeiter gibt ihr ein Foto der „Schiefen Brücke“, einer Unterführung unter der Alten Fahrt am Stadtrand von Olfen, die nicht rechtwinklig, sondern mit 60° unter dem Kanalbett verläuft. Sie besteht aus senkrechten Seitenmauern mit einem aufgesetzten Parabelbogen.

„Ich habe bereits alle erforderlichen Größen im Foto in Zentimetern ausgemessen.“ erklärt er ihr. „Bitte rechne diese in Meter um und beantworte dann die folgenden Anfragen mit Hilfe einer mathematischen Analyse:“

- a) „Der Karnevalsverein möchte wissen, bis zu welcher Höhe die Figuren auf den 3,60m breiten Prunkwagen reichen dürfen, um bei mittiger Durchfahrt nirgendwo anzustoßen. Bitte beachte dabei einen Sicherheitsabstand von 6cm wegen baulicher Toleranzen!“
- b) „Die Stadtbetriebe wollen mit ihren neuen 2,20m breiten und 3,05m hohen Müllfahrzeugen diese Strecke befahren. Sie möchten wissen, wieviel Abstand sie mindestens vom rechten Gehweg halten müssen und wie weit sie dann in die linke Spur hineinragen. Passt ein normaler PKW von 2,0m Breite im Gegenverkehr noch durch?“

Aufgabe 15:

Welcher Graph gehört zu welcher Funktion?



| | | | | |
|-------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------|
| a) $y = x^2 - 3$ | b) $y = -x^2 - 2$ | c) $y = -(x-3)^2$ | d) $y = -(x+1)^2 - 2$ | e) $y = (x-2)^2$ |
| f) $y = x^2 + 1$ | g) $y = (x-2)^2 + 1$ | h) $y = -(x-3)^2 - 2$ | i) $y = (x+1)^2 + 1$ | j) $y = (x+1)^2$ |
| k) $y = -(x+2)^2$ | l) $y = -x^2 + 2$ | | | |

Aufgabe 16:

- Faktorisiere die folgenden Terme mit Hilfe einer binomischen Formel.

a) $x^2 + 8x + 16$

d) $x^2 - 10x + 25$

b) $y^2 - 2y + 1$

e) $m^2 + 0,2m + 0,01$

c) $c^2 + 12c + 36$

f) $d^2 - 0,1d + 0,25$

17. Faktorisiere die folgenden Terme mit Hilfe einer binomischen Formel.

a) $x^2 + x + \frac{1}{4}$

d) $y^2 - 1,2y + 0,36$

b) $d^2 - 7d + \frac{49}{4}$

e) $p^2 + 2,4p + 1,44$

c) $e^2 + \frac{1}{8}e + \frac{1}{256}$

f) $z^2 - 1,4z + 0,49$

18. Bestimme die quadratische Ergänzung, so dass du mit Hilfe einer binomischen Formel faktorisieren kannst.

a) $x^2 + 20x$

d) $d^2 + 6d$

b) $m^2 - 0,4m$

e) $b^2 - b$

c) $z^2 + 14z$

f) $d^2 + 5d$

19. Zeichne die folgenden Parabeln. Gib den Scheitelpunkt der jeweiligen Parabel an.

a) $y = (x + 2)^2$

d) $y = (x - 4)^2$

b) $y = (x - 3)^2$

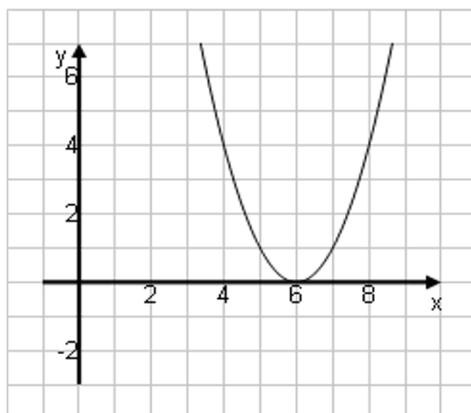
e) $y = (x - 1,5)^2$

c) $y = -(x + 4)^2$

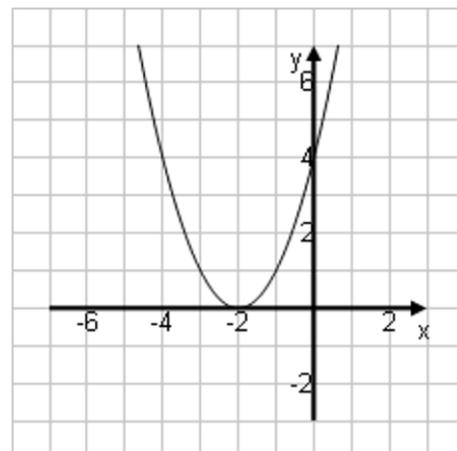
f) $y = -(x - 3,5)^2$

20. Gib zu den nachfolgenden Parabeln die Funktionsgleichungen an.

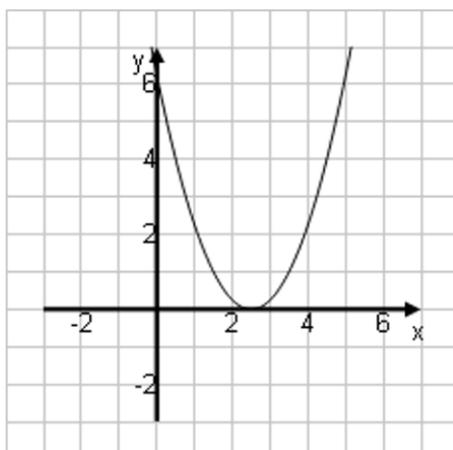
a)



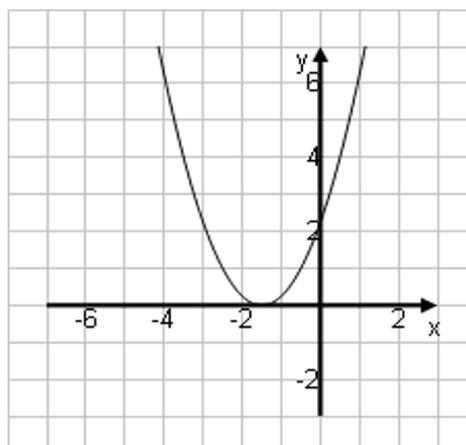
b)



c)



d)



21. Zeichne die folgenden Parabeln. Gib den Scheitelpunkt der jeweiligen Parabel an.

a) $y = (x - 2)^2 + 2$

b) $y = (x + 1)^2 - 3$

c) $y = (x + 2,5)^2 + 3$

22. Zeichne die folgenden Parabeln. Gib vorher den Scheitelpunkt der jeweiligen Parabel an.

a) $y = (x + 4)^2 - 1$

b) $y = (x - 4)^2 + 1$

c) $y = (x - 3)^2 - 3$

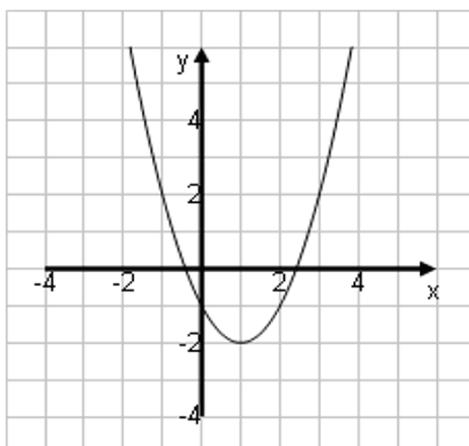
d) $y = (x + 1,5)^2 + 4$

e) $y = (x - 2,5)^2 - 4$

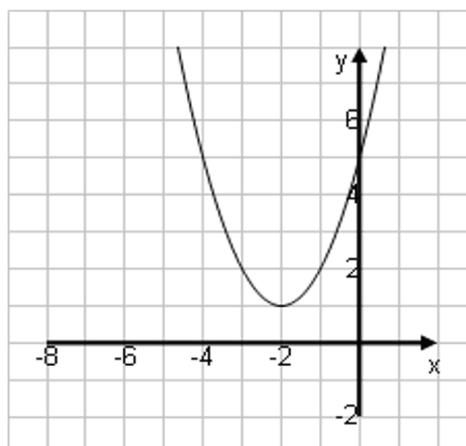
f) $y = (x + 3)^2 - 2$

23. Wie heißen die Funktionsgleichungen zu den nachfolgenden Parabeln?

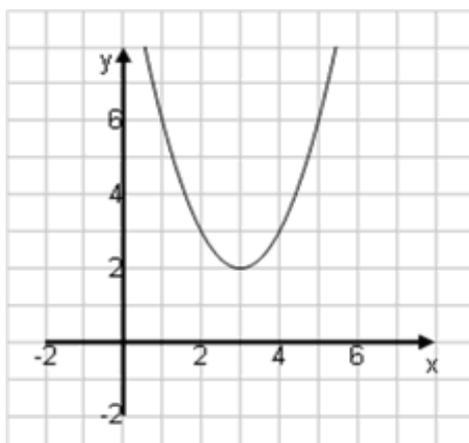
a)



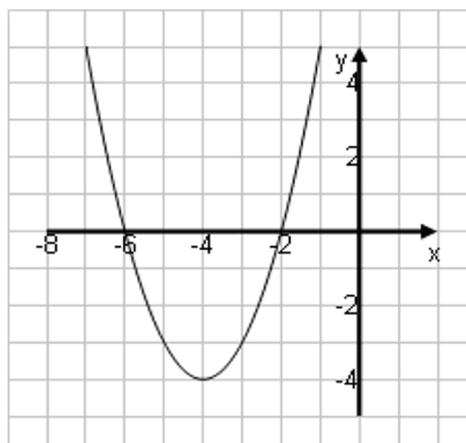
b)



c)



d)



24. Zeichne die folgenden Parabeln. Faktorisiere zunächst.

a) $y = x^2 + 6x + 9$

d) $y = x^2 - 4x + 4$

b) $y = x^2 - 10x + 25$

e) $y = x^2 + 6x + 9$

c) $y = x^2 - 2x + 1$

f) $y = x^2 - x + 0,25$

25. Forme mit Hilfe der quadratischen Ergänzung in die Scheitelpunktform um. Stelle die Parabeln grafisch dar.

a) $y = x^2 + 8x + 14$

d) $y = -x^2 - 10x - 30$

b) $y = x^2 - 2x + 3$

e) $y = -x^2 + 6x - 10$

c) $y = x^2 + 5x + 8,25$

f) $y = x^2 + 4x - 1$

26. Forme mit Hilfe der quadratischen Ergänzung in die Scheitelpunktform um. Stelle die Parabeln grafisch dar.

a) $y = 3x^2 + 6x + 6$

d) $y = -3x^2 + 12x - 15$

b) $y = -2x^2 - 4x + 2$

e) $y = -x^2 + 10x - 26$

c) $y = 2x^2 + 10x + 10$

f) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$

27. Durch welche Abbildungen gewinnt man aus dem Grafen zu $y = x^2$ die Grafen zu folgenden Funktionsgleichungen?

a) $y + 4 = x^2$

d) $y = (x - 4,5)^2$

b) $y - 3 = x^2$

e) $y = (x + 2)^2$

c) $y = x^2 + 12$

f) $y = (x - 1)^2 + 2$

28. Durch welche Verschiebungen erhält man aus der Normalparabel die Grafen zu folgenden Gleichungen?

a) $y = x^2 + 2x - 1$

b) $y = x^2 - 2x - 1$

c) $y = x^2 + 4x + 2$

d) $y = x^2 - 4x + 5$

e) $y = x^2 + 4x - 7$

f) $y = x^2 - 2x + 1$

g) $y = x^2 + 6x - 2$

h) $y = x^2 - 8x + 9$

i) $y = x^2 - 4x + 7$

29. Gegeben sind die Scheitelpunkte von Parabeln, die durch eine Verschiebung aus der Normalparabel $y = x^2$ entstanden sind. Gib die jeweilige Funktionsgleichung an.

a) $S(1 / 1)$

b) $S(-1 / 2)$

c) $S(-3 / 5)$

d) $S(-2 / 7)$

e) $S(5 / 3)$

f) $S(2 / -1)$

g) $S(-2 / -4)$

h) $S(5 / -5)$

30. Zeichne die Grafen der folgenden Funktionen. Gib zu jeder Funktion den Scheitelpunkt an.

a) $y = (x - 2)^2 + 3$

b) $y = (x + 5)^2 - 3$

c) $y = (x + 1)^2 + 1$

d) $y = 2(x - 3)^2 - 5$

e) $y = -2(x + 3,5)^2 - 4$

f) $y = -(x + 4)^2 + 3$

31. Welche der nachfolgenden Parabeln haben zwei, einen bzw. keinen Schnittpunkt mit der x-Achse?

a) $y = 3x^2 + 24x + 48$

b) $y = -2x^2 + 4x$

c) $y = 4x^2 - 24x + 38$

d) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 5$

e) $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x$

f) $y = 2x^2 - 24x + 72$

Aufgabe 32

• Diskutiere die folgenden Funktionsgleichungen nach folgenden Kriterien:

- Öffnung
- Streckung / Stauchung
- Scheitelpunkt
- Nullstellen
- Schnittpunkt mit der y-Achse

Stelle zur Überprüfung die Parabeln grafisch dar.

a) $y = 2x^2 - 20x + 52$

b) $y = -3x^2 + 18x - 24$

c) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$