COLLEGE des SŒURS DU ROSAIRE Cornet El Hamra		Classe :	S.V
Examen semestriel – Mars 2018 ***Mathématiques.***		Durée :	**2** heures
Nom et prénom :.. N°	*Bon travail*	**3** *pages* – 3 *exercices* – 20 *points*	

I - (7 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}\,; \vec{j}; \vec{k})$.

(On désigne par u l'unité de longueur)

On donne le plan (P) d'équation $x - y - z + 1 = 0$ *et les droites (d) et (d') définies par :*

(d) : $x = m\,;\ y = -m\,;\ z = -m + 1$ *et (d') :* $x = -t + 1\,;\ y = t\,;\ z = -2t + 2$
(m et t sont des paramètres réels).

1) Démontrer que les deux droites (d) et (d') sont ***orthogonales*** *et ne* ***sont pas coplanaires.***

2) a- Prouver que (d) est perpendiculaire à (P).

b- Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de (d) et (P).
(dans la suite on prend I (0 ; 0 ; 1))

3) Prouver que (d') est contenue dans (P).

4) Montrer que la distance de I à la droite (d') est égale $\frac{\sqrt{2}}{2}$ *u.*

5) Soit (C) le cercle de centre I et de rayon $\sqrt{2}$ *u, contenu dans le plan (P).*

a- Montrer que (C) coupe la droite (d') en deux points A et B.

b- Montrer que la longueur du segment [AB] est égale $\sqrt{6}$ *u.*

6) M est un point de (d).
Calculer les coordonnées de M, pour que le volume du tétraèdre MIAB soit égale $\frac{1}{2}$ u^3

7) a- Montrer que A (1 ; 0 ; 2) est un point de (C).

b- Trouver l'équation de la tangente (T) à (C) en A.

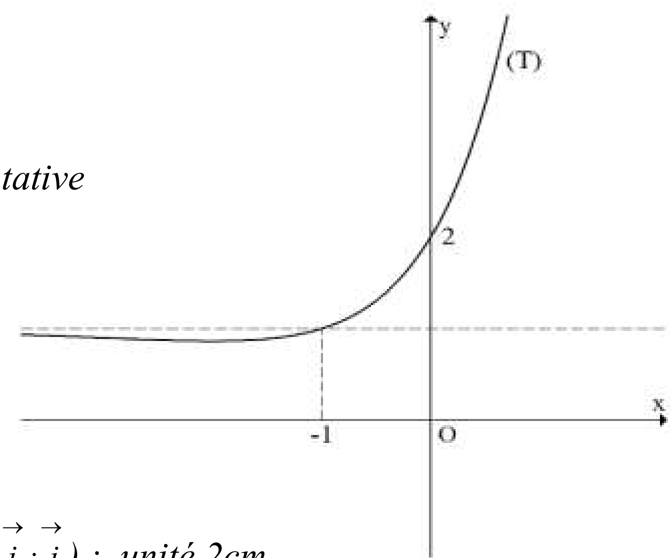
II - (8 points)

Soit l'équation différentielle (E) : $y'' - 2y' + y = x + 1$.

1) On pose $y = z + x + 3$.

a- Ecrire une équation différentielle (E') satisfaite par z et résoudre (E').

b- Déduire la solution générale de (E).



2) Soit f une solution particulière de (E).
*La courbe (T) ci-contre est la courbe représentative de la fonction f' **dérivée** de f.*

a- La courbe (T) admet une asymptote (D).
Montrer que $y = 1$ est l'équation de (D).

b- Montrer que $f(x) = xe^{x} + x + 3$.

***On désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé** $(O; \vec{i}\,; \vec{j})$; unité 2cm.*

3) a- Calculer f(0) ; f(1) ; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

b- Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et démontrer que la droite (d) d'équation $y = x + 3$ est une asymptote à (C).

c- Déterminer, suivant les valeurs de x, les positions relatives de (C) et (d).

d –Montrer que (C) admet un point d'inflexion que l'on déterminera.

4) a- Vérifier que f est strictement croissante sur IR et dresser son tableau de variations.

b- Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une racine unique α.

c- Vérifier que : $-2{,}9 < \alpha < -2{,}8$.

d- Tracer (d) et (C).

5) Soit A l'aire du domaine limité par la courbe (C), la droite (d) et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 0$.

Montrer que $A = \dfrac{3}{\alpha} - \alpha - 1$ unité d'aire.

6) a- Montrer que f admet une fonction réciproque g.
Indiquer le domaine de définition de g.

b- Trouver l'équation de la tangente à la courbe représentative (G) de g. au point de (G) d'abscisse 3.

III- (5 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.

Écrire le numéro de chaque question et donner, ***en justifiant****, la réponse qui lui correspond.*

N°	Données	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	*Soit la fonction f définie pour $x \neq 0$ par $f(x) = \left(ln\lvert x\rvert\right)^2$.*	$f'(x) =$	$\dfrac{2ln\lvert x\rvert}{x}$	$\dfrac{2ln\lvert x\rvert}{\lvert x\rvert}$	$\dfrac{2ln x}{x}$
2	*Soit l'inéquation (1) :* $ln\left(x^2-2x+2\right)>0$	*L'ensemble des solutions de (1) est :*	$]1\,;+\infty[$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}-\{1\}$
3	*Soit* $f(x)=ln(e^{2x}+1)$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$	*1*	*2*	$+\infty$
4	*Soit la fonction F définie par :* $F(x) = \int_0^x \sqrt{4+t^2}\,dt$.	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{F(x)}{ln\,(2x+1)} =$	*2*	*1*	*0*
5	*Soit l'équation (E):* $e^{2x}+2x-1=0$	*(E) admet dans l'ensemble* $\mathbb{R}$	*aucune solution*	*une seule solution*	*2 solutions distinctes*
6	*Soit* $A = \int_{-1}^{1} ln\dfrac{2+x}{2-x}\,dx$	$A =$	*0*	*2*	*-1*