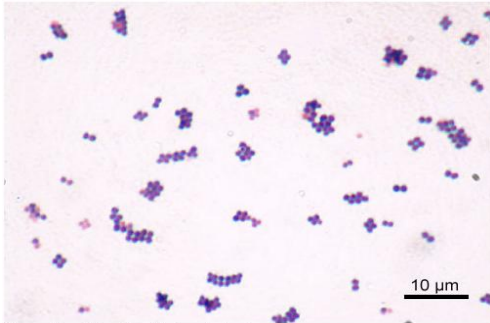


Un modello matematico della realtà.

La **mitosi** è un processo legato alla *divisione cellulare*. Attraverso la mitosi una cellula si divide in due *cellule figlie* che risultano geneticamente e morfologicamente identiche tra loro e alla *cellula madre*. La maggior parte dei batteri si riproduce mediante il meccanismo della scissione cellulare, ovvero della Mitosi. Una volta che una cellula ha raggiunto una certa dimensione, si divide in due cellule identiche, di massa pari a circa la metà di quella originaria. Intanto anche le due cellule figlie crescono fino a dividersi ulteriormente e così via....

Un batterio si può riprodurre ogni venti minuti circa, proliferando in colonie molto grandi.

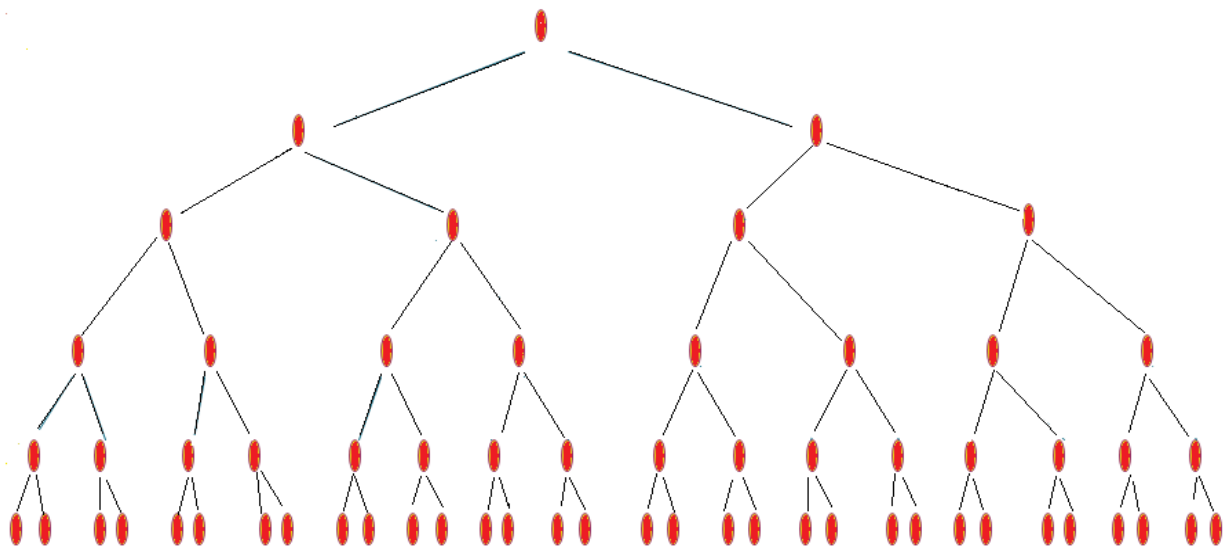


Non sono disponibili versioni a risoluzione più elevata.  
Staphylococcus\_aureus\_Gram.jpg

Supponiamo di poter osservare l'evoluzione di una popolazione di batteri. All'inizio della nostra osservazione essa è costituita da  $N_0$  elementi, come ci aspettiamo si sviluppi se ogni batterio (dopo un tempo  $t$ ) si divide per mitosi cellulare?

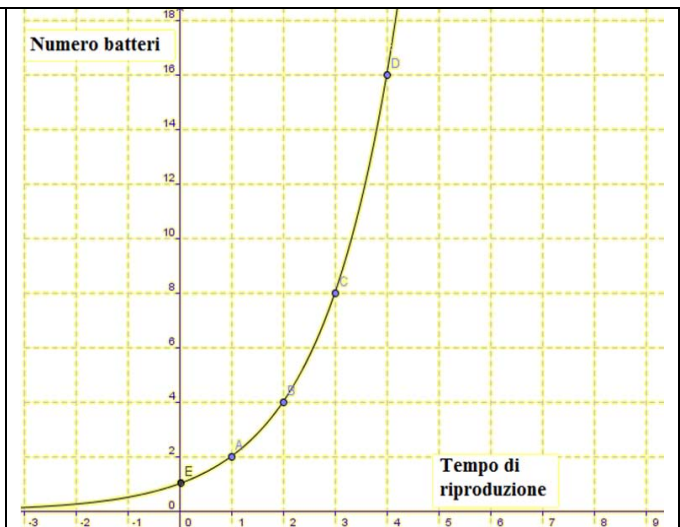
k	0	1	2	3	4	5.....
N	1	2	4	8	16	32....

Modello grafico



Osserviamo che  
 Se  $t=0$                       1  
       $t=1$                        $2 = 2^1$   
       $t=2$                        $4 = 2^2$   
       $t=3$                        $8 = 2^3$   
       $t=4$                        $16 = 2^4$   
       $t=5$                        $32 = 2^5$   
       $t=6$                        $64 = 2^6$   
      .....  
       $t=k$                        $N = 2^k$

Costruiamo il grafico:



La legge di crescita della popolazione di batteri è del tipo  $y = 2^k$ , ovvero è di tipo *esponenziale*.  
 Analizziamo un'altra situazione.

**I SOLDI IN BANCA!!!!!!**

La mamma versa dei soldi in banca e riceve un compenso, chiamato interesse.

L'interesse (I) è il prezzo che la banca paga per poter disporre del nostro denaro.

**Il tasso d'interesse (per il calcolo dell'interesse) è normalmente indicato con  $i$  (in percentuale)...**

Se il tasso d'interesse  $i$  è per esempio del 2% significa che su 100 euro depositati, la banca dà 2 euro d'interesse.

Il calcolo dell'interesse può essere fatto principalmente in due modi (in relazione alle leggi di capitalizzazione scelte): **Interesse Semplice** o **Interesse Composto**,

Nell'interesse semplice, il calcolo dell'interesse viene fatto una sola volta alla fine del periodo d'investimento.

Nell'interesse composto, l'interesse è calcolato alla fine di ogni anno e viene capitalizzato, ovvero insieme al capitale diventa nuovo capitale su cui si calcola un nuovo interesse e così via alla fine di ogni periodo.

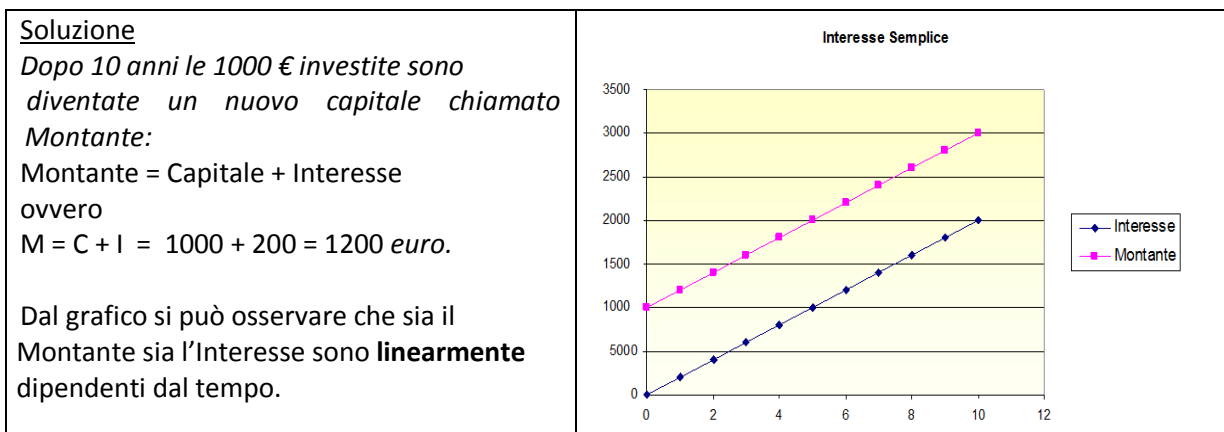
Un esempio sull'Interesse Semplice

*Un capitale iniziale di 1000 € viene investito ad un tasso annuo del 2% per 10 anni. Calcolare l'interesse semplice e il montante finale.*

**Dati:  $C = 1000$                        $i = 2\%$                        $t = 10$  anni**

*Per quanto detto precedentemente il calcolo dell'interesse semplice viene fatto alla fine del periodo d'investimento e quindi è dato dalla formula:  $I = C \cdot i \cdot t$ .*

L'interesse è direttamente proporzionale al capitale, al tasso d'interesse e al tempo.



Interesse Composto annuo

Lo stesso capitale iniziale di 1000 euro viene ora investito ad un tasso annuo del 2% per 10 anni ad interesse composto (annuo).

Calcolare l'interesse e il montante finale.

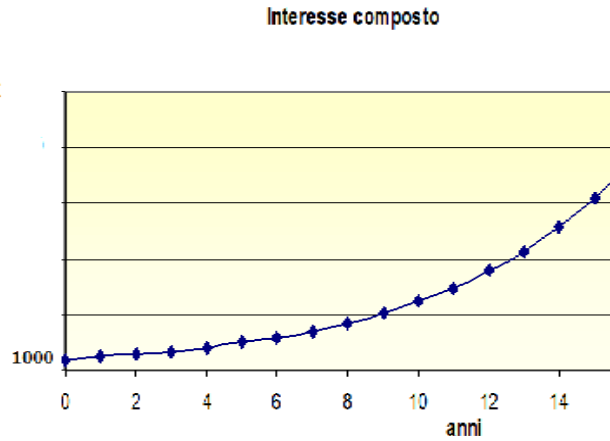
**Dati:  $C = 1000$                        $i = 2\%$                        $t = 10$  anni**

*Per risolvere il problema calcoliamo interesse e montante anno per anno:*

Inizio investimento al tempo: $t=0$	$C = 1000$
Fine primo anno: $t= 1$	$I_1 = 1000 \cdot 0.02 \cdot 1 = 20$ $M_1 = 1000 + 20 = 1020$
Fine secondo anno: $t=2$	$I_2 = 1020 \cdot 0.02 \cdot 1 = 20.4$ $M_2 = 1020 + 20.4 = 1040.4$
Fine terzo anno: $t=3$	$I_3 = 1040.4 \cdot 0.02 \cdot 1 = 20.808$ $M_3 = 1040.4 + 20.808 = 1061.208$
.....	
Fine decimo anno: $t=10$	$I_{10} = 1195.093 \cdot 0.02 \cdot 1 = 23.901851$ $M_{10} = 1195.093 + 23.901851 = 1218.995$

Riportiamo in tabella i valori ottenuti del montante e dell'interesse per lo stesso investimento di 1000 euro al tasso del 2% a interesse composto:

anni	montante	interesse
0	1000	0
1	1020	20
2	1040,4	20,4
3	1061,208	20,808
4	1082,4322	21,22416
5	1104,0808	21,648643
6	1126,1624	22,081616
7	1148,6857	22,523248
8	1171,6594	22,973713
9	1195,0926	23,433188
10	1218,9944	23,901851



Osserviamo che il Montante è funzione esponenziale del tempo.

Possiamo generalizzare scrivendo la formula generale dell'interesse composto:

inizio  $M_0 = C$

anno 1°  $M_1 = C + I = C + C \cdot i \cdot 1 = C \cdot (1+i)$

anno 2°  $M_2 = M_1 + I = M_1 + M_1 \cdot i \cdot 1 = M_1 \cdot (1+i) = C \cdot (1+i)(1+i) = C \cdot (1+i)^2$

anno 3°  $M_3 = M_2 + I = M_2 + M_2 \cdot i \cdot 1 = M_2 \cdot (1+i) = C \cdot (1+i)^2(1+i) = C \cdot (1+i)^3$

.....  
anno n°  $M_n = C \cdot (1+i)^n$

Nella formula compare il termine esponenziale  $(1+i)^n$ .