Klasse: WG 11/3 Thema: Bestimmung des Brennpunktes

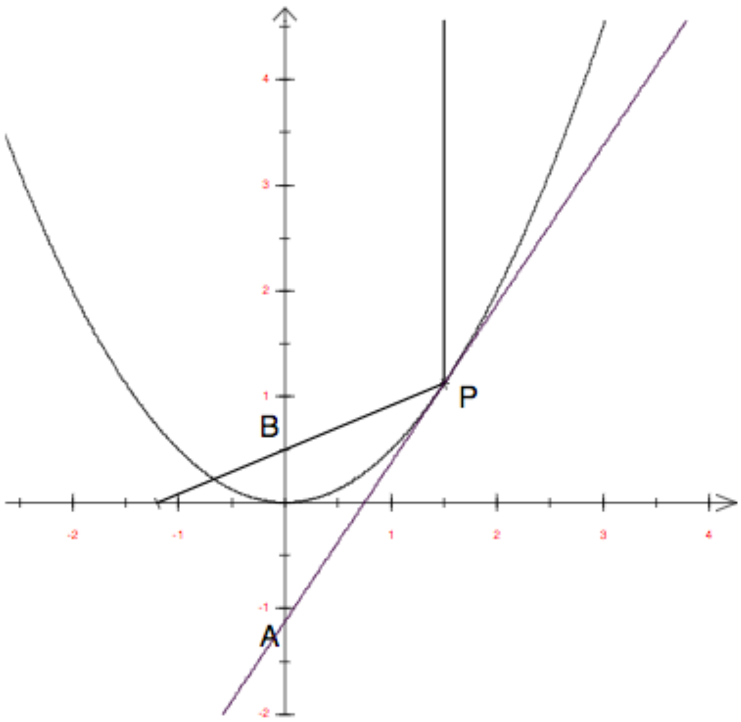
<u>Aufgabe 2: freiwillige Aufgabe für Experten</u>

<u>Bestimmung des Brennpunktes</u>:
Gegeben ist die Parabel

$$f(x) = 0{,}5x^2$$

Gesucht wird der Brennpunkt der Parabel.
<u>Arbeitsanweisung:</u>
a) Benutze das GeoGebra Applet aus Aufgabe 1 und stelle den Schieberegler auf 0,5 ein. Schreibe dir den Brennpunkt auf. (Falls nicht schon in Aufgabe 1 erledigt)
b) Im nächsten Schritt wollen wir den Brennpunkt rechnerisch bestimmen.

<u>Gegeben</u> ist die Parabel f(x) = $\frac{1}{2}x^2$.
<u>Gesucht</u> ist der Brennpunkt der Parabel.



<u>Arbeitsanweisung:</u>
Fülle zu vorgegebenen Schritten die Lücken aus, indem du die vorgegebenen Arbeitsschritte vervollständigst.

Gegeben ist die Parabel f(x) und der Punkt P (2/2).

<u>1.</u> Schritt

Berechnung der Gleichung der Tangente, welche die Parabel im Punkt P(2/2) berührt

a) Die Gleichung der Tangente lautet:
t(x) = mx + b
Die gesuchte Tangente verläuft durch den Punkt P (2/2).
Setze den Punkt in die Tangentengleichung ein und löse nach b auf:

____

b) Schnittpunktberechnung von f und t
Gleichsetzen der Funktion f und der Tangentengleichung:
f(x) = t(x)
Setze die Tangente und die Funktion f(x) gleich und löse nach x auf. Fülle dazu die fehlenden Schritte aus. Das Ergebnis, welches du rausbekommen sollst, ist bereits angegeben

Ergebnis: $\pm (x - m) = \pm(2 - m)$ -> Diskriminante D

c) Da die Tangente mit der Parabel nur einen Punkt (den Berührpunkt) gemeinsam hat, muss die quadratische Gleichung genau **eine** Lösung besitzen. Setze die Diskriminante = 0 und setze dein Ergebnis in die Tangentengleichung ein.

2. Schritt:
Bewege den Punkt P im GeoGebra Applet von Aufgabe 1 zum Punkt (2/2) und überprüfe die berechnete Tangentengleichung mit der angezeigten Tangentengleichung.
Beobachtung:

3. Schritt
Der Brennpunkt liegt auf der Symmetrieachse der Parabel. In unserem Fall bei der Koordinate x = 0. Berechnung der y- Koordinate des Brennpunktes B (0/y_B).

a) Nach Pythagoras gilt nun für die Längen der Strecken $|PB|$ und $|AB|$:
$|PB| = \sqrt{2^2 + (y_B - 2)^2}$
und $|AB| = y_B - b = y_B + 2$
$|PB| = \sqrt{4 + y_B^2 - 4y_B + 4}$

Was wurde hier eingesetzt? Gib eine Erklärung für die berechneten Längen der Strecken ab.

b) Da das Dreieck APB mit der Basis $|AP|$ gleichschenklig ist, gilt:
$|AB| = |PB|$ gleichsetzen und nach y_B auflösen, ergibt:

<u>Damit hat der Brennpunkt die Koordinaten</u>

<u>Folgerung:</u> Jeder parallel zur y-Achse einfallende Strahl wird so reflektiert, dass der reflektierte Strahl durch den Punkt