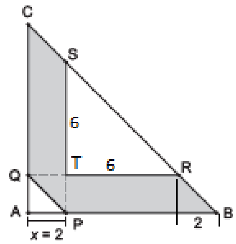
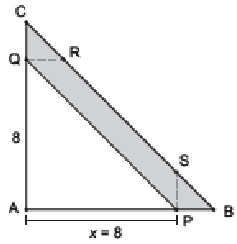
QUESTÃO 4



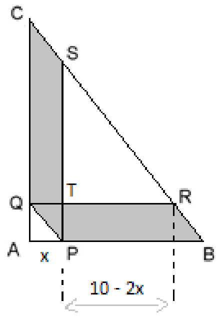
a) Denotemos por T a intersecção das retas QR e PS. Para calcular $f(2)$ basta subtrair da área do triângulo ABC as áreas dos triângulos APQ e TRS. Logo,

$$f(2) = \frac{10.10}{2} - \frac{2.2}{2} - \frac{6.6}{2} = 30.$$



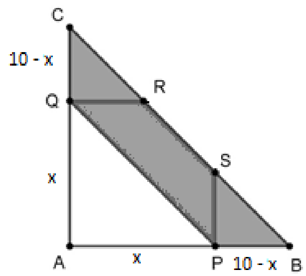
b) Para calcular $f(8)$ basta subtrair a área do triângulo APQ da área do triângulo ABC:

$$f(8) = 50 - \frac{8.8}{2} = 18$$



c) No caso geral, a expressão de $f(x)$ para $x \leq 5$ usa a mesma ideia que a utilizada no item a):

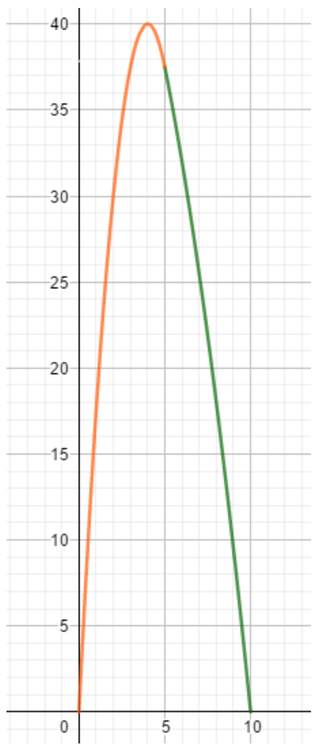
$$f(x) = 50 - \frac{x^2}{2} - \frac{(10-2x)^2}{2} = -\frac{5\,x^2}{2} + 20x$$



e a expressão de $f(x)$ para $x \geq 5$ usa a mesma ideia que a utilizada no item b):

$$f(x) = 50 - \frac{x^2}{2}$$

As expressões de $f(x)$ obtidas acima coincidem quando $x = 5$. O gráfico de $f(x)$ para $0 \leq x \leq 10$ é a união de dois arcos de diferentes parábolas que emendam perfeitamente em $x = 5$.



O ponto de máximo de $f(x)$ ocorre quando $x = 4$, que é a abscissa do vértice do primeiro trecho de parábola que compõe a função $f(x)$.
Assim, a área é máxima quando $x = 4$.