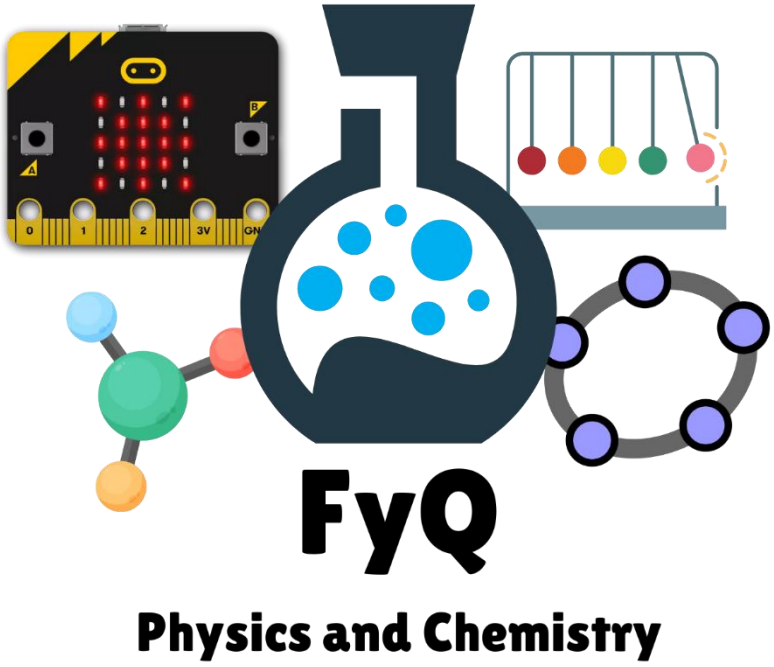
CURSO 2023-2024



2ºESO
Maristas Granada

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE 3: POSICIÓN Y TIEMPO: EL CAMINO DE SANTIAGO

FÍSICA Y QUÍMICA 2ºESO

COLEGIO MARISTA LA INMACULADA
CALLE SÓCRATES, 8
18002 - GRANADA

Índice

0. Ubicación en la programación 2
1. ¿Qué necesitamos saber previamente? 3
1.1. Movimiento rectilíneo 3
1.2. Sistema de referencia en una dimensión 3
Movimiento en línea recta con policubos 3
1.3. ¿Es lo mismo posición que distancia? 4
1.4. ¿Qué significa moverse rápido o moverse lento? 4
1.5. ¿Qué significa la palabra velocidad? 6
Velocidad constante (M.R.U.) 6
1.6. Concepto de proporcionalidad 7
Ejemplo de proporcionalidad directa: dimensiones de una imagen que se amplía 7
Ejemplo de proporcionalidad directa: puntos obtenidos por los partidos ganados en la liga de fútbol 8
Ejemplo de proporcionalidad directa: ritmo de carrera en los maratonianos 8
Ejemplo de proporcionalidad directa: la escala de un mapa 8
Ejemplo de proporcionalidad directa: número de policubos y tiempo de crecimiento 9
El M.R.U. es un ejemplo de proporcionalidad directa 10
1.7. ¿Por qué usar una fórmula para calcular la velocidad uniforme? 11
1.8. ¿Puede ser la velocidad negativa? 12
1.9. Porcentajes para medir el aumento o la disminución de una magnitud 13
2. Robótica y pensamiento computacional: Mover el robot maqueen 15
3. Experimento: Falling vertical and uniform rectilinear motion (URM) 18
4. Descripción de la situación de aprendizaje: Way of Saint James (Camino de Santiago) 19
5. Productos finales que se evaluarán 21
6. Ejercicios resueltos para practicar y para pensar 22
7. Por si quieres seguir ampliando y aprendiendo 29

0. Ubicación en la programación

Título: Situación de aprendizaje 3. Posición y tiempo: organizar un viaje alrededor del mundo

Evaluación: Primera

Temporalidad: 3 semanas

Número de sesiones: 9 horas

Criterios de evaluación: CriEval-FyQ-1.1, CriEval-FyQ-1.2, CriEval-FyQ-1.3, CriEval-FyQ-2.1, CriEval-FyQ-2.2, CriEval-FyQ-2.3, CriEval-FyQ-3.1, CriEval-FyQ-3.2, CriEval-FyQ-3.3, CriEval-FyQ-4.1, CriEval-FyQ-4.2, CriEval-FyQ-5.1, CriEval-FyQ-5.2, CriEval-FyQ-6.1, CriEval-FyQ-6.2

Actividades de evaluación:

- Cuaderno
- Informe técnico de laboratorio
- Respuesta oral a preguntas
- Producto final de PBL
- Trabajo diario

Índice de contenidos: Magnitudes directamente proporcionales: concepto y problemas de contextos reales. Porcentajes: concepto y problemas de contextos reales. Repartos directamente proporcionales. Escalas. Concepto de sistema de referencia. Movimiento unidimensional, posición y distancia recorrida. Concepto de velocidad media y velocidad constante. MRU como un ejemplo de proporcionalidad directa. Diferencias entre la dirección y el sentido de la velocidad. Proporcionalidad inversa. Jerarquía de operaciones. Introducción a las ecuaciones de primer grado.

Breve resumen de la situación: Somos peregrinos del Camino de Santiago. Debemos diseñar nuestras etapas caminando, cumpliendo las condiciones descritas en la situación de aprendizaje.

Alternamos trabajo individual con trabajo grupal a lo largo de las distintas sesiones.

El producto final es presentado por grupos de 2-3 personas en formato A3, donde se resume de manera atractiva y visual cada una de las etapas elegidas que cumplan los requisitos de la descripción. El profesor evaluará uno a uno los productos finales en presencia de los creadores, pudiendo preguntar cualquier cuestión sobre el planteamiento y diseño de la solución presentada.

El producto final es calificado, además, como actividad evaluable de otras asignaturas del currículo, formando así un proyecto de trabajo (PBL).

No hay solución única al reto que se plantea. Pero sí hay propuestas que equilibran mejor la distancia a caminar cada día, el tiempo empleado y el dinero a invertir.

1. ¿Qué necesitamos saber previamente?

1.1. Movimiento rectilíneo

Moverse en línea recta significa moverse en una dimensión. Piensa en un tren que pasa delante de ti y que se mueve a lo largo de una vía recta. O bien se mueve hacia la derecha o bien se mueve hacia la izquierda. No hay más opciones. La línea recta del movimiento del tren es una línea horizontal (paralela al suelo).

Piensa en una pelota que bota contra el suelo. O bien se mueve hacia arriba o bien se mueve hacia abajo. La línea recta del movimiento de la pelota es una línea vertical (perpendicular al suelo).

Tanto el tren como la pelota son ejemplos de movimientos en una dimensión. Cuando un objeto se mueve en línea recta decimos que su movimiento es rectilíneo.

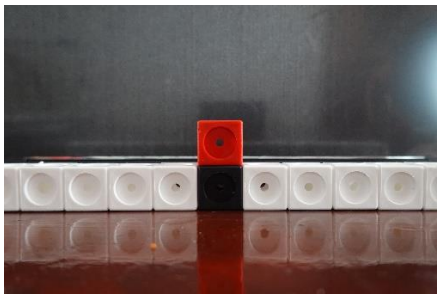
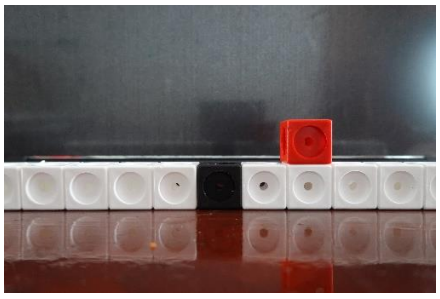
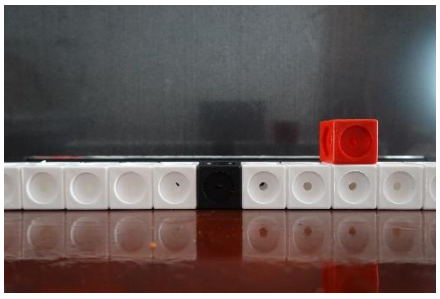
1.2. Sistema de referencia en una dimensión

¿Qué significa moverse? Respuesta intuitiva: cambiar de posición.

Pero ¿qué es la posición? Para entender esa palabra, recurrimos nuevamente a los policubos.

Movimiento en línea recta con policubos

En las siguientes imágenes los policubos blancos marcan la línea recta del movimiento, como si fuesen la vía del tren que antes comentábamos. El policubo de color negro marca la estación de donde sale el tren. El policubo rojo simboliza el tren.

El tren sale de la estación y se desplaza hacia la derecha. El tamaño del policubo es la unidad de longitud.

En la primera imagen, el tren está en la estación.

En la segunda imagen, el tren se ha desplazado dos unidades a la derecha de la estación.

En la tercera imagen, el tren se ha desplazado tres unidades a la derecha de la estación.

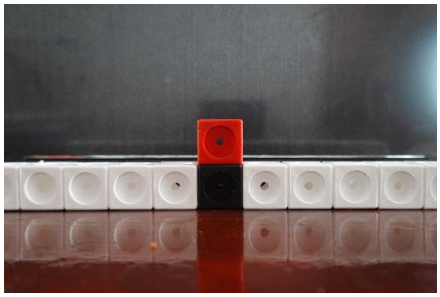
Fíjate en las frases anteriores. Hablamos tomando como referencia “la estación” (el término “referencia” es sinónimo de “sistema de referencia”).

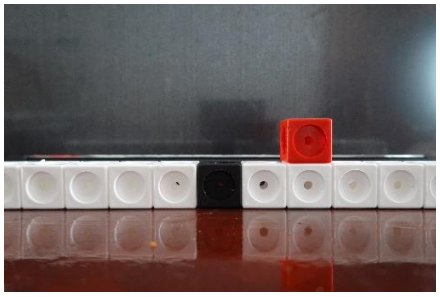
La posición de un objeto indica el lugar que ocupa el objeto respecto de la referencia. Si la posición vale 0 unidades, significa que el objeto está situado en el origen de coordenadas del sistema de referencia.

1.3. ¿Es lo mismo posición que distancia?

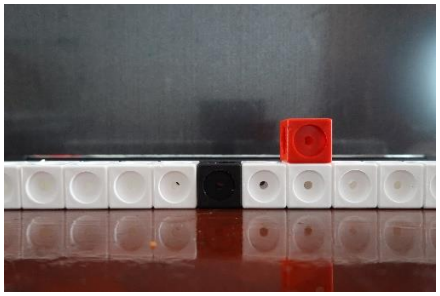
La distancia es la diferencia entre dos posiciones en un sistema de referencia.

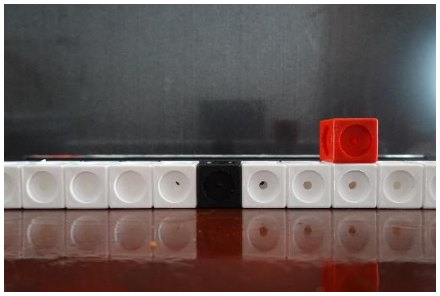
En las dos imágenes de la derecha el origen de coordenadas es la estación marcada en negro.
En la primera, el tren tiene posición 0 unidades. En la segunda, el tren tiene posición 2 unidades.
La distancia entre las dos posiciones es: 2 – 0 = 2 unidades.





Fíjate ahora en estas dos imágenes. El origen de coordenadas vuelve a ser la estación marcada en negro.
En la primera, el tren tiene posición 2 unidades. En la segunda, el tren tiene posición 3 unidades.
La distancia entre las dos posiciones es: 3 – 2 = 1 unidad.





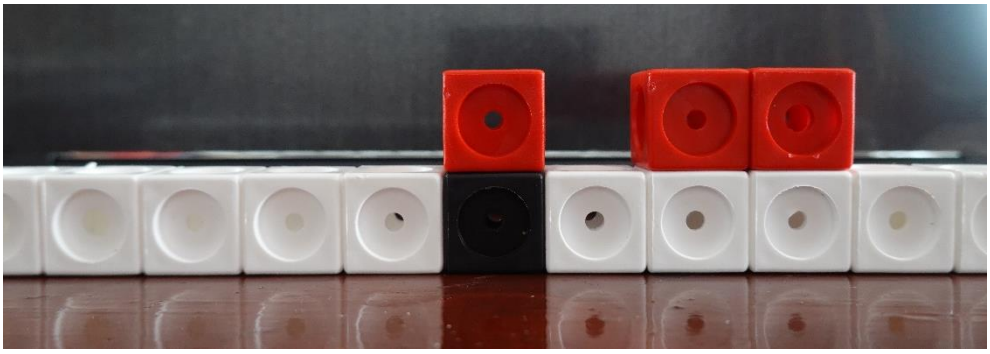
Conclusión: para hablar de distancia, en primer lugar, necesitamos fijar un sistema de referencia para obtener el valor de las posiciones. Es muy práctico tomar como 0 unidades la posición del origen de coordenadas de la referencia.

Cuando decimos que Málaga está a 125 km de distancia es porque estamos hablando desde Granada (donde vivimos). La posición de Granada sería 0 km (origen de coordenadas) y la posición de Málaga sería 125 km. Pero si viviéramos en Madrid, cambiaríamos el origen de coordenadas y la distancia a Málaga sería en referencia a Madrid.

Todas las magnitudes físicas necesitan de un sistema de referencia para poder ser medidas.

1.4. ¿Qué significa moverse rápido o moverse lento?

En la siguiente fotografía vamos a visualizar, en una sola imagen, tres posiciones distintas del tren (policubo rojo).



PARA PENSAR 1. Viendo únicamente la fotografía superior ¿podemos afirmar cuándo el tren fue más rápido en su movimiento? ¿Qué dato o datos nos faltan para poder hablar de rapidez?

La siguiente imagen muestra una barra de descarga de un archivo por internet. La barra de progreso de la imagen muestra cómo va la descarga tras 20 segundos.



PARA PENSAR 2. ¿Se te ocurre alguna forma de poder aproximar el tiempo que debemos esperar a que se descargue todo el archivo? ¿Qué hipótesis debemos asumir para poder hacer esta aproximación? ¿Qué significa el término "velocidad de descarga"?

Ser rápido o lento haciendo algo es relativo. Depende con quien nos comparemos. Normalmente nos encontraremos con personas más rápidas que nosotros y con personas más lentas. Pero si es claro que para hablar de rapidez (ya sea rapidez corriendo, rapidez haciendo deberes o rapidez fregando platos) necesitamos una magnitud física fundamental: el tiempo. **Sin tiempo no podemos comparar cómo de rápido somos ni cómo de lentos somos.**

Mira la siguiente tabla. Muestra la distancia caminada, en una etapa, por distintos peregrinos del Camino de Santiago y el tiempo empleado. El mapa muestra los nombres de varias poblaciones del Camino de Santiago.



Peregrino	Distancia	Tiempo
Antonio	20 km	4 horas
María	25 km	5 horas
Clara	23 km	4 horas y 15 minutos
Pepe	30 km	6 horas y 30 minutos

PARA PENSAR 3. ¿Quién ha caminado más distancia? ¿Quién ha tardado más tiempo? ¿Es lo mismo 4 horas y 15 minutos que 4,15 horas? ¿Es lo mismo 6 horas y 30 minutos que 6,30 horas? ¿Quién ha sido más rápido caminando? ¿Qué hipótesis debemos plantear para saber quién es más rápido?

PARA PENSAR 4. En el mapa superior, los pueblos Frómista y Carrión de los Condes (provincia de Palencia) están separados por 21 km. Usando este dato y el mapa, ¿se te ocurre cómo aproximar la distancia de Burgos a Logroño en la ruta del Camino de Santiago?

1.5. ¿Qué significa la palabra velocidad?

Con longitud y tiempo formamos la palabra velocidad. La velocidad es una magnitud física derivada que depende de la longitud y del tiempo.

La velocidad mide cómo de rápido cambia la posición de un objeto en función del tiempo.

Si la posición se mide en metros y el tiempo en segundos, la unidad de la velocidad es m/s. Si la posición se mide en kilómetros y el tiempo en horas, la unidad de la velocidad es km/h. **La unidad de velocidad en el S.I. es m/s**.

Velocidad constante (M.R.U.)

Si el movimiento es en línea recta y siempre con la misma velocidad, hablamos de Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.). Uniforme es sinónimo de que no cambia, es decir, siempre vale lo mismo.

Estar en reposo es un tipo de M.R.U. porque la velocidad siempre vale 0: el objeto no cambia su posición.



El récord del mundo de los 100 metros lisos masculinos es de 9,58 segundos. Logrado por el atleta jamaicano Usain Bolt en Berlín, en 2009. Algunas calles de Granada tienen radares para controlar la velocidad máxima a la que circulan los vehículos. En muchas calles del centro, la velocidad máxima permitida es de 30 km/h. ¿Podría multar un radar a Usain Bolt si hubiese corrido, por el centro de Granada, al ritmo de su récord del mundo?

Los datos de Bolt están en metros y en segundos. Debemos pasarlos a kilómetros y a horas para poder compararlos con la velocidad permitida de 30 km/h. Podemos ayudarnos de la siguiente tabla para realizar la conversión de unidades. Recuerda que 1 hora equivale a 3.600 segundos (más adelante en el curso aprenderemos a realizar directamente el cambio de unidades sin necesidad de aproximar con una tabla).

Tiempo	Distancia
9,58 s	100 m
2 x 9,58 = 19,16 s	2 x 100 = 200 m
…	…
10 x 9,58 = 95,8 s	10 x 100 = 1.000 m (1 km)
…	…
100 x 9,58 = 958 s	100 x 100 = 10.000 m (10 km)
…	…
300 x 9,58 = 2.874 s	300 x 100 = 30.000 m (30 km)
…	…
375 x 9,58 = 3592,5 s	375 x 100 = 37.500 m (37,5 km)
376 x 9,58 = 3.602,08 s (aproximadamente igual a 1 hora)	376 x 100 = 37.600 m (37,6 km)
Conclusión: La velocidad de Bolt sería de aproximadamente 37,6 km/h. El radar del centro de Granada podría multarle por viajar a más de 30 km/h.	

PARA PENSAR 5. ¿Piensas que Usain Bolt corrió, durante los 100 metros de Berlín 2009, siempre a la misma velocidad? ¿Qué significado crees que tiene hablar de "la velocidad de Usain Bolt" durante los 100 metros? ¿Es lo mismo "velocidad uniforme" que "velocidad media"?

La Ciencia crea modelos para comprender la realidad. Un modelo no es igual a la realidad, pero permite obtener información importante. En muchos movimientos en línea recta es frecuente suponer que los objetos se mueven con la misma velocidad todo el tiempo. Y esa velocidad se aproxima al valor de la velocidad media. Esto no suele ser verdad, pero es una "buena mentirijilla" de la que podemos sacar muchas aplicaciones. Aunque, como todo modelo, tiene sus limitaciones.



PARA PENSAR 6. Si admitimos la hipótesis de que Usain Bolt es capaz de mantener de manera indefinida el ritmo de su récord del mundo de los 100 metros lisos, ¿cuánto tiempo tardaría en recorrer 200 m? ¿Y 500 m? ¿Y 1.500 m? ¿Crees que esta hipótesis es un buen modelo para describir la realidad? ¿Puedes comparar tu estimación con el récord del mundo de 1.500 metros masculino del marroquí Hicham El Guerrouj, conseguido en Roma en 1998? (en internet encontrarás rápidamente la marca de El Guerrouj).

1.6. Concepto de proporcionalidad

Los movimientos con velocidad constante son un ejemplo de proporcionalidad directa.

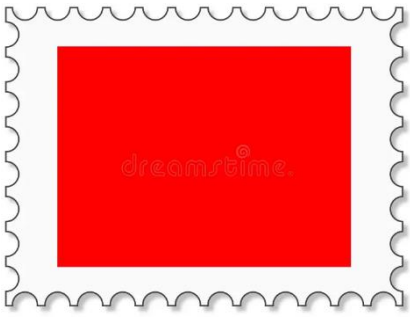
La proporcionalidad (o razón) es una comparación entre dos magnitudes. Esta comparación se realiza con una división, donde la primera magnitud va al numerador y la segunda magnitud va al denominador.

La proporcionalidad es directa cuando al multiplicar o dividir una magnitud por un número, la otra magnitud también queda multiplicada o dividida por ese mismo número.

La velocidad constante de los M.R.U. es una proporcionalidad directa entre la distancia recorrida (numerador) y el intervalo de tiempo empleado (denominador).

Ejemplo de proporcionalidad directa: dimensiones de una imagen que se amplía

Otro ejemplo de proporcionalidad es la relación entre el ancho y el alto de una fotografía. Fíjate en la siguiente tabla.

4 cm de ancho 3 cm de alto	6 cm de ancho 4,5 cm de alto	6 cm de ancho 2 cm de alto
		

PARA PENSAR 7. ¿Crees que la segunda imagen mantiene la misma proporción ancho/alto que la primera? ¿Cuál es la razón numérica de proporción? ¿Qué le pasa a la tercera imagen respecto de las dos primeras?

Ejemplo de proporcionalidad directa: puntos obtenidos por los partidos ganados en la liga de fútbol

Otro ejemplo de proporcionalidad directa es el número de puntos que se obtienen por los partidos ganados en la liga de fútbol española. Mira la siguiente tabla.

Año 1980 Liga española de fútbol		Año 2023 Liga española de fútbol	
Partidos ganados	**Puntos por las victorias**	**Partidos Ganados**	**Puntos por las victorias**
1	2	1	3
2	4	2	6
3	6	3	9
4	8	4	12
5	10	5	15

PARA PENSAR 8. ¿Qué diferencias aprecias entre 1980 y 2023? ¿Cuál es la razón numérica de puntos obtenidos por los partidos ganados cada año? Si la liga la juegan 20 equipos, con dos vueltas completas, y un equipo gana todos los partidos del campeonato, ¿cuántos puntos obtendría en 1980 y cuántos en 2023? ¿Cómo has obtenido la puntuación final? ¿Has ido sumando uno a uno los puntos de cada partido ganado o has aplicado alguna razón de proporción?

Ejemplo de proporcionalidad directa: ritmo de carrera en los maratonianos

Los atletas profesionales de maratón poseen gran facilidad para correr a un ritmo constante durante muchos kilómetros. La siguiente tabla muestra los datos de entrenamiento de un día de la atleta española Marta Galimany, que posee el récord de España de maratón (conseguido en Valencia, en 2022).

Distancia	Tiempo de paso (minutos : segundos)
0 km	00:00
5 km	17:30
10 km	35:00
15 km	¿¿??

PARA PENSAR 9. Si admitimos la hipótesis de que Marta Galimany corre a la misma velocidad durante todo su entrenamiento, ¿cuál será su tiempo de paso a los 15 km? ¿Cuál es la razón numérica entre el tiempo de paso y la distancia recorrida? ¿Tiene esa razón numérica las unidades de una velocidad? ¿Por qué crees que los "runners" de todo el mundo hablan de ritmo y no de velocidad?

Ejemplo de proporcionalidad directa: la escala de un mapa

Ya hemos trabajado este curso con escalas. Haciendo tablas o series hemos resuelto varios problemas, gracias a que la escala de un mapa es un ejemplo de proporcionalidad directa que relaciona la distancia del mapa con la distancia de la realidad.

Cuando leemos que un mapa, por ejemplo, tiene escala 1/100.000 significa que una unidad de longitud del mapa (numerador) se corresponde con 100.000 unidades de longitud de la realidad (denominador). Si hablásemos de centímetros, significaría que 1 cm del mapa indica 100.000 cm de la realidad.

Aplicando la proporcionalidad directa a este ejemplo, podríamos razonar de la siguiente forma:

- 1 cm del mapa equivale a 100.000 cm de la realidad.
- 2 cm del mapa equivalen a 200.000 cm de la realidad.

Cada vez que multipliquemos la longitud del mapa por un número, deberemos hacer lo mismo con la longitud de la realidad. Y la escala también se cumple si dividimos en vez de multiplicar:

- 1 cm del mapa equivale a 100.000 cm de la realidad.
- 0,5 cm del mapa equivalen a 50.000 cm de la realidad.

Estos razonamiento proporcionales también los podemos realizar con fracciones, lo cual es muy útil para resolver problemas (como veremos más adelante).

$$\frac{1\ cm}{2\ cm} = \frac{100.000\ cm}{200.000\ cm}$$

Ejemplo de proporcionalidad directa: número de policubos y tiempo de crecimiento

En las siguientes tablas verás un número de policubos que va creciendo con el tiempo. El origen de coordenadas se toma para un tiempo igual a 0 s. ¿En qué serie se mantiene una proporcionalidad directa en el crecimiento de los policubos?

	Tiempo 0 s	Tiempo 1 s	Tiempo 2 s
Serie Blanca			
Serie Verde			
Serie Roja			

La serie blanca es 2, 4 y 6. Es decir, cuando pasa una unidad de tiempo el número de policubos crece en dos unidades. Esta relación se mantiene de 0 a 1 segundo, y de 1 a 2 segundos. El crecimiento es constante. Hay una razón de proporción entre el número de policubos y el tiempo. Esta razón vale 2 policubos/segundo.

La serie verde es 3, 6 y 9. Es decir, cuando pasa una unidad de tiempo el número de policubos crece en tres unidades. Esta relación se mantiene de 0 a 1 segundo, y de 1 a 2 segundos. El crecimiento es constante. Hay una razón de proporción entre el número de policubos y el tiempo. Esta razón vale 3 policubos/segundo.

La serie roja es 4, 7 y 9. Es decir, de 0 a 1 segundo aparecen 3 policubos nuevos. Pero de 1 a 2 segundos aparecen solo 2 policubos nuevos. No hay un crecimiento constante. No hay una razón de proporción.

PARA PENSAR 10. Si la relación de proporción se mantiene constante en el tiempo, ¿cuántos policubos blancos tendremos para un tiempo de 10 segundos? ¿Y policubos verdes? ¿Cómo has hecho los cálculos? ¿Qué crees que significa la expresión "velocidad de crecimiento de una población"? ¿En qué unidades expresarías la velocidad de crecimiento de la población de un país? ¿Puede un país tener una velocidad de crecimiento negativa? ¿Qué consecuencias tendría para ese país? ¿Qué factores pueden provocar que un país pase de velocidad de crecimiento positiva a negativa?

El M.R.U. es un ejemplo de proporcionalidad directa

El Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.) es un ejemplo de proporcionalidad directa entre la distancia recorrida y el intervalo de tiempo en que se produce el movimiento.

Trabajemos ahora con la siguiente tabla, con los datos de tiempo y distancia respecto al origen del sistema de referencia para un objeto cualquiera que se mueve en línea recta.

Tiempo	Distancia al origen de referencia
0 s	4 m
0,5 s	6,5 m
1 s	9 m
1,5 s	11,5 m
2 s	14 m
2,5 s	16,5 m
3 s	19 m

¿Podemos afirmar, mirando los datos, que la velocidad es uniforme desde los 0 s hasta los 3 s?

Cada 0,5 s la distancia aumenta en 2,5 m. O lo que es lo mismo, cada 1 s la distancia aumenta en 5 m.

¿Cuánto aumenta la distancia entre 0 s y 1 s? 5 metros.

¿Cuánto aumenta la distancia entre 1 s y 2 s? 5 metros.

¿Cuánto aumenta la distancia entre 2 s y 3 s? 5 metros.

En esta tabla, la velocidad uniforme es la razón entre la distancia y el tiempo. La velocidad es igual a 5 m/s. Muy importante el orden: cada 5 metros pasa 1 segundo de tiempo. Si operamos al revés (tiempo dividido entre distancia), no tendremos unidades de velocidad.

PARA PENSAR 11. Si el objeto mantiene su velocidad uniforme de 5 m/s durante 10 minutos, ¿qué distancia habrá recorrido tras esos 10 minutos? ¿Es lo mismo la distancia recorrida en esos 10 minutos que la distancia a la que se encuentre del origen tras esos 10 minutos?

1.7. ¿Por qué usar una fórmula para calcular la velocidad uniforme?

Para hacer cálculos rápidos en situaciones reales con velocidad uniforme, es muy cómodo tener una fórmula a mano que nos permita operar sin tener que hacer tablas de estimación. Es por este motivo por el que vamos a explicar una fórmula matemática que relaciona la velocidad con la distancia y con el tiempo.

Para hablar de velocidad necesitamos conocer dos posiciones de un objeto para dos tiempos distintos:

- A la posición inicial la llamaremos s_0.
- Al tiempo inicial lo llamaremos t_0.
- A la posición final la llamaremos s_f.
- Al tiempo final lo llamaremos t_f.

La velocidad uniforme en M.R.U. se calcula con la fórmula:

Fórmula de la velocidad en M.R.U.

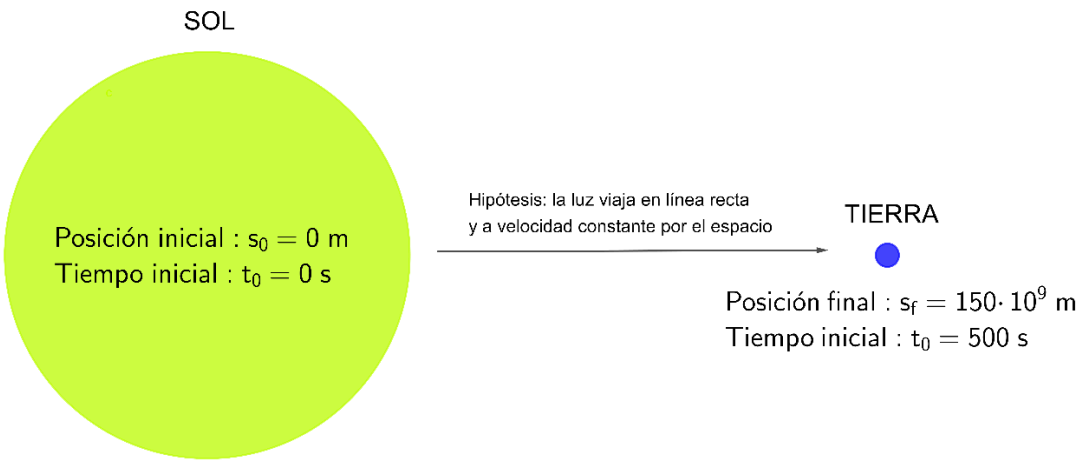
$$v = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

Apliquemos esta fórmula en la resolución del siguiente problema.

La distancia del Sol a la Tierra es de aproximadamente 150 millones de kilómetros. La luz que sale del Sol tarda, aproximadamente, 500 segundos en llegar a la Tierra. Calcula la velocidad a la que viaja la luz por el espacio, asumiendo que estamos en un caso de M.R.U.

Para trabajar en unidades del S.I. pasamos la distancia de kilómetros a metros, multiplicando por 1.000.

$$150\ millones\ de\ km = 150 \cdot 10^6\ km \times 1.000 = 150 \cdot 10^9\ m$$



La imagen superior es un modelo para comprender el problema. No estamos teniendo en cuenta ni el tamaño real del Sol ni el tamaño real de la Tierra. Como cualquier modelo, tiene sus limitaciones. Pero es una buen esquema para aproximar la velocidad de la luz en el vacío.

$$v = \frac{150 \cdot 10^9 - 0}{500 - 0}$$

$$v = 0{,}3 \cdot 10^9\ m/s$$

Pasamos al convenio de notación científica.

$$v = 3 \cdot 10^8\ m/s$$

Conclusión: en 1 segundo, la luz recorre 300.000.000 metros. O lo que es lo mismo (y este es un valor de culturilla general que hay que memorizar), la luz viaja por el espacio a una velocidad de 300.000 km/s.

1.8. ¿Puede ser la velocidad negativa?

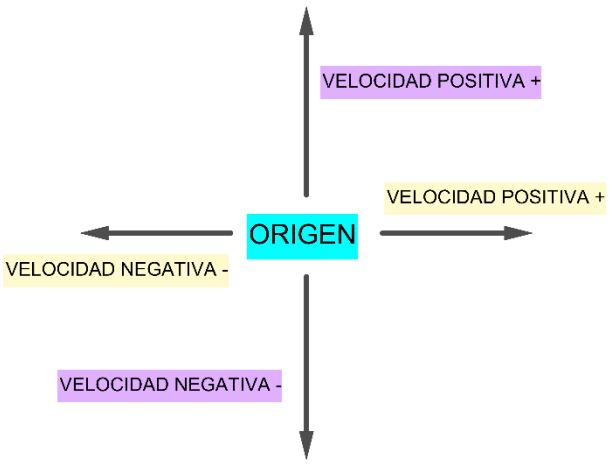
El movimiento rectilíneo se realiza a lo largo de una línea recta. Al fijar un origen de coordenadas en 0 unidades es costumbre seguir el siguiente convenio de signos:

- Movimiento horizontal: las posiciones a la derecha del origen de coordenadas son positivas y las posiciones a la izquierda del origen de coordenadas son negativas.
- Movimiento vertical: las posiciones por encima del origen de coordenadas son positivas y las posiciones por debajo del origen de coordenadas son negativas.

Piensa en un objeto situado en una posición a 10 m del origen de coordenadas.

Si se mueve con velocidad uniforme positiva, su distancia respecto al origen de coordenadas irá aumentando, ¿verdad? Cada vez estará más lejos del lugar que hace de referencia. ¿Qué pasará si ese mismo objeto se mueve con velocidad negativa? Muy sencillo. En vez de alejarse del origen, se acercará.

- En un movimiento horizontal, la velocidad positiva indica que el objeto se mueve hacia la derecha y la velocidad negativa indica que el objeto se desplaza hacia la izquierda.
- En un movimiento vertical, la velocidad positiva indica que el objeto se mueve hacia arriba y la velocidad negativa indica que el objeto se desplaza hacia abajo.



La recta que guía el movimiento en un objeto se llama dirección. Y una dirección siempre tiene dos sentidos.

En el ejemplo de la carretera que une Granada con Málaga, la carretera sería la dirección del movimiento (suponiendo una carretera siempre recta).

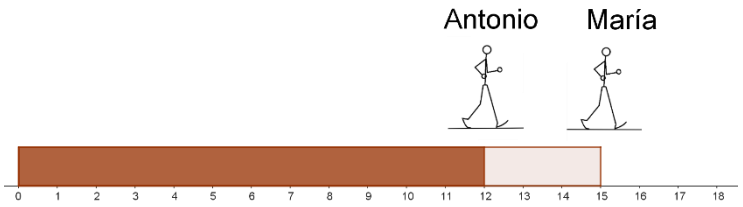
Y el sentido es doble: podemos viajar de Granada a Málaga, o bien viajar en sentido contrario de Málaga a Granada.

1.9. Porcentajes para medir el aumento o la disminución de una magnitud

El concepto de porcentaje está muy relacionado con el concepto de proporcionalidad directa, gracias a las fracciones.

En un porcentaje consideramos una cantidad como unidad de referencia. Y el resto de las cantidades se escriben con relación a esa unidad de referencia.

Pongamos un ejemplo. María camina 15 km en un día. Esa cantidad es la unidad de referencia. Antonio camina 12 km ese mismo día, y queremos saber qué relación hay entre la distancia caminada por Antonio y la distancia caminada por María.



La unidad de referencia la ponemos en el denominador y quedaría la siguiente fracción:

$$\frac{distancia\ Antonio}{distancia\ María} = \frac{12\ km}{15\ km} = 0{,}8$$

La cantidad 0,8 está en tanto por uno.

¿Qué significa tanto por uno? Significa que si lo que ha caminado María es la unidad de referencia, Antonio ha andado 0,8 de esa unidad de referencia.

Si la cantidad en tanto por uno la multiplicamos por 100, obtendremos el porcentaje en tanto por ciento.

En el tanto por ciento, la unidad de referencia vale 100. En el ejemplo de Antonio y María quedaría:

$$0{,}8 \times 100 = 80\ \%$$

Es decir, Antonio ha caminado el 80% de la distancia recorrida por María.

¿Qué pasaría si tomáramos la distancia de Antonio como unidad de referencia? Muy sencillo. Pondríamos la distancia de Antonio en el denominador:

$$\frac{distancia\ María}{distancia\ Antonio} = \frac{15\ km}{12\ km} = 1{,}25$$

María ha caminado 1,25 veces la distancia de referencia de Antonio.

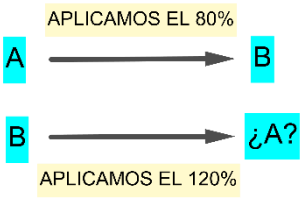
Si hablamos en tanto por ciento, diríamos:

$$1{,}25 \times 100 = 125\ \%$$

Es decir, María ha caminado el 125% de la cantidad de Antonio.

Tan correcto es decir que Antonio ha caminado el 80% de la distancia de María, como afirmar que María ha recorrido el 125% de la distancia de Antonio. Todo depende de la cantidad que consideremos como unidad de referencia.

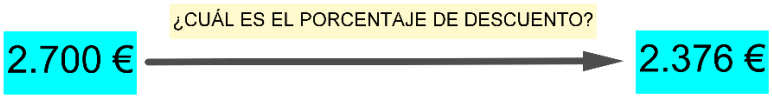
PARA PENSAR 12. Si a una cantidad A le aplicamos el 80%, obtenemos una cantidad B. Si ahora a esa cantidad B le aplicamos el 120%, ¿volveríamos a obtener el valor de A?



Los porcentajes son muy utilizados cuando hablamos de dinero. Si lees la palabra "rebajas" en una tienda, significa que se aplica un porcentaje de descuento al precio de los productos. Y cuando escuchas una noticia sobre "aumento en el salario" quiere decir que el sueldo mensual se aumenta en un porcentaje.

El siguiente problema es un ejemplo de cómo aplicar porcentajes.

Un artículo de una tienda de muebles se rebaja de 2.700 euros a 2.376 euros. ¿Cuál es el porcentaje de rebaja?



La unidad de referencia es el precio inicial de 2.700 euros. Recuerda que, para calcular el porcentaje, realizamos una división donde la unidad de referencia va en el denominador.

$$\frac{2.376\ €}{2.700\ €} = 0{,}88$$

$$0{,}88 \times 100 = 88\%$$

¿Qué significa el valor 88%?

Significa que la cantidad 2.376 € es el 88% del precio inicial de 2.700 €.

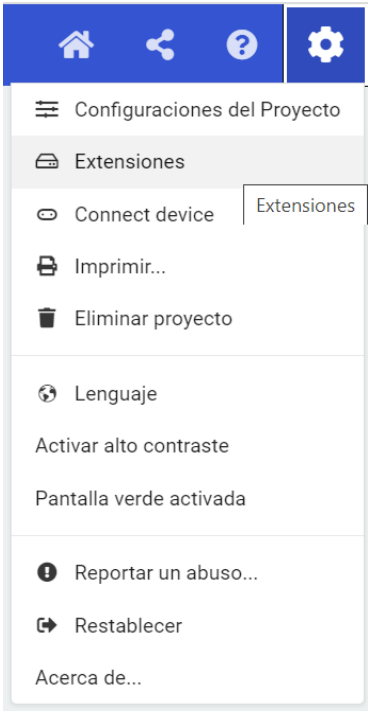
Si la cantidad 2.700 € es el 100% por ser la unidad de referencia, el porcentaje de rebaja será:

$$100\% - 88\% = 12\%$$

Conclusión: el precio del artículo se ha rebajado en un 12%.

2. Robótica y pensamiento computacional: Mover el robot maqueen

El robot maqueen es un robot en forma de coche compatible con la placa micro:bit.



Puedes programar la placa, conectarla al robot y controlar el movimiento del coche con tu código de programación.

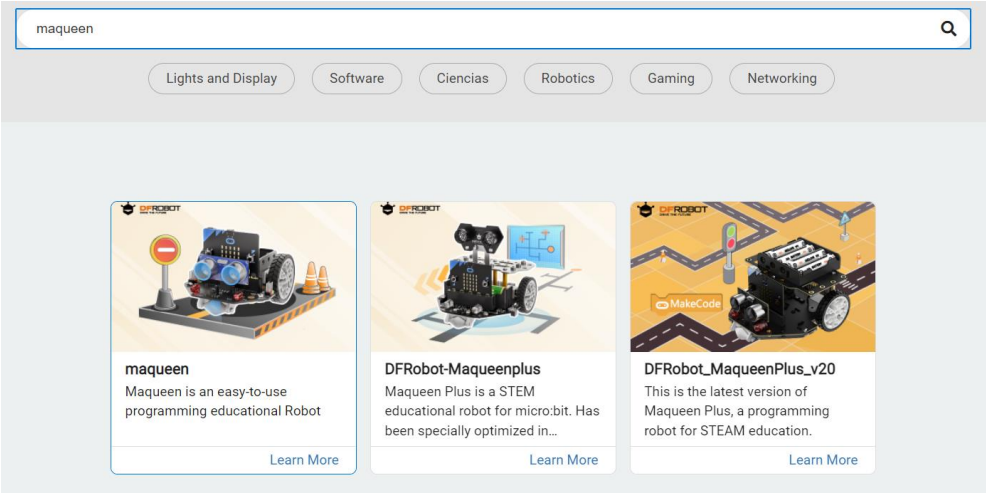
Además, maqueen lleva instalado un conjunto de sensores extras, como por ejemplo un medidor de distancias por ultrasonido o el seguimiento de líneas por infrarrojos.

Lo importante es que maqueen se programa exactamente igual que una placa micro:bit, porque lo que hace de "cerebro" en el funcionamiento del coche es precisamente la placa micro:bit.

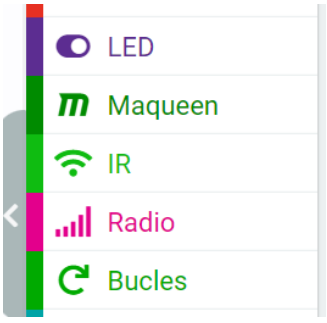
El primer paso para controlar el coche es instalar la extensión maqueen en el zona de programación de bloques de makecode.

Crea un nuevo proyecto en makecode y en la esquina superior derecha, donde está la rueda de configuración, pulsa para acceder a la opción "Extensiones" (ver imagen de la derecha).

En la web que se abre tecleamos en el buscador "maqueen" y nos aparece la extensión a instalar para controlar el robot (ver imagen inferior).



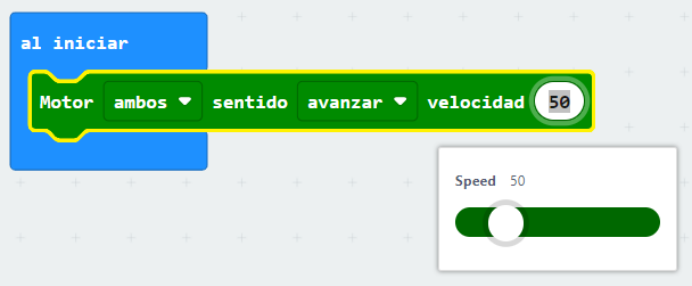
Instalamos la extensión "maqueen" y en nuestro menú del proyecto de makecode aparecerán dos opciones nuevas (llamadas Maqueen e IR). Por ahora, todas las opciones que vamos a implementar para manejar el robot están dentro del menú Maqueen.



El coche posee dos motores para controlar el avance o retroceso de las ruedas traseras. Hay un motor a la izquierda y otro motor a la derecha. En el menú Maqueen encontramos un bloque "motor", que permite:

- Seleccionar motor izquierdo, motor derecho o ambos.
- Seleccionar avanzar o retroceder.
- Fijar velocidad en una escala de 0 a 255.

El siguiente código, por ejemplo, hace avanzar al coche con una velocidad relativa de 50 (dentro de la escala de 0 a 255).



¿La escala de 0 a 255 del bloque "motor" es directamente proporcional a la velocidad del robot Maqueen? Es decir, ¿si duplicamos el valor de la velocidad en makecode significa que, efectivamente, el coche viaja el doble de rápido?

Esta es la hipótesis para confirmar o rechazar. Apliquemos el método científico para responder a nuestra pregunta, diseñando una recogida de datos experimentales.

Marcaremos en el suelo, con cinta aislante, una línea de salda. Y a una distancia de 3 metros señalaremos una línea de llegada. Un observador activará un cronómetro cuando maqueen cruce la línea de salida, y lo detendrá cuando llegue a la línea de llegada. Repetiremos las medidas tres veces para dos valores de velocidad distintos, con objeto de obtener el tiempo medio en cada velocidad. Y con la distancia de 3 metros y el tiempo medio podremos calcular la velocidad media del movimiento del coche.

Las medidas las realizaremos con los valores 100 y 200 de velocidad. De tal forma que deberás completar la siguiente tabla de datos experimentales (no olvides las sensibilidad del cronómetro).

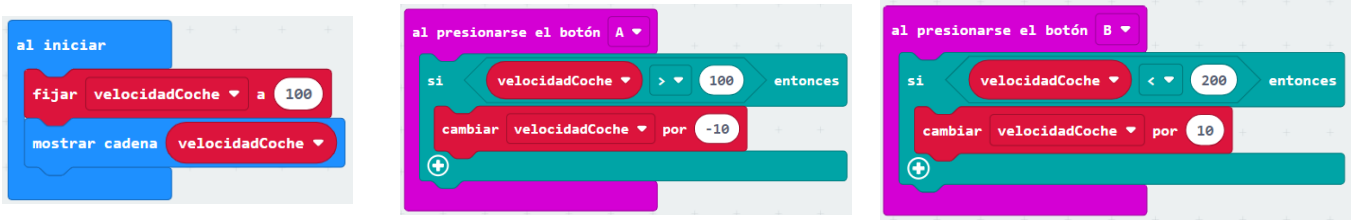
Velocidad 100 en makecode	
Tiempo 1	
Tiempo 2	
Tiempo 3	
Velocidad 200 en makecode	
Tiempo 1	
Tiempo 2	
Tiempo 3	

Compara la velocidad media obtenida para los valores 100 y 200 en makecode. Expresa las velocidades en unidades de m/s. ¿Se cumple que el valor para 200 es el doble que el valor para 100?

Nuestro código micro:bit debe cumplir los siguientes requisitos:

- El coche no debe ponerse en funcionamiento hasta que el usuario toque el logotipo de la placa (este logotipo funciona como un botón, igual que el botón A y el botón B).
- La velocidad inicial debe ser 100 en el bloque "motor" para ambos motores.
- Pulsando el botón A, la velocidad decrece de 10 en 10 unidades.
- Pulsando el botón B, la velocidad aumenta de 10 en 10 unidades.
- Pulsando a la vez los dos botones A y B, debe mostrarse en pantalla el valor de la velocidad.
- El código no debe dejar superar la velocidad 200 ni caer por debajo de 100.

Podemos cumplir los anteriores requisitos creando una variable “velocidadCoche” que controlará el valor que introduciremos en el bloque “motor”. En el bloque “al iniciar” damos valor 100 a la variable “velocidadCoche” y lo mostramos en pantalla. Y con los botones A y B controlamos el descenso y el aumento de la variable “velocidadCoche”, dentro de los límites 100 y 200.



Cuando presionamos, a la vez, los botones A y B mostramos en la pantalla LED el valor almacenado en la variable “velocidadCoche”. Y cuando tocamos el logotipo de la placa, los motores de maqueen comienzan a funcionar a la velocidad marcada por “velocidadCoche”.



Solo nos queda colocar a maqueen en la línea de salida, pulsar el logotipo y cronometrar el tiempo que tarda en alcanzar la línea de llegada. Repetimos las medidas tres veces para el valor 100 de makecode y otras tres veces para el valor 200. Completamos la tabla anterior y ya tendremos todos los datos para calcular la velocidad real del robot.

3. Experimento: Falling vertical and uniform rectilinear motion (URM)

How can we get a vertical movement with a constant speed?

The force gravity increases the vertical speed of objects in falling vertical. So, we need something to balance the action of the force of gravity. Approximately, we can obtain an uniform falling speed with a shower gel. Let's watch the next video:

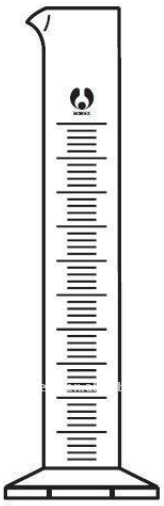
https://www.youtube.com/watch?v=liix1ersoNg

We need a ruler, a stopwatch, some marbles and a calibrated glass to reproduce this experiment.



Some questions to talk in small groups:

- Can we use any liquid for the experiment?
- What happens if we use, for example, water instead of shower gel? We need liquid with a high viscosity. Watch out! Viscosity is not the same than density.
- What do you think it is the difference between viscosity and density?
- What has more viscosity, the water or the olive oil?
- What is denser, the water or the olive oil?
- Do you think viscosity depends on temperature?



Density is the amount of matter in a given space. Each element has its own density value. We can calculate the density with this formula:

$$density = \frac{mass}{volume}$$

$$d = \frac{m}{V}$$

Viscosity is the difficulty in separating the molecules of the liquid. The formula to obtain the viscosity is not easy.

In the laboratory you have 5 marbles to reproduce the experiment that you watched in the video. You need to mark over the calibrated glass the initial position ($s_0 = 0\ cm$), the final position (s_f) and measure the time of the movement between both positions. You will have five measures of time (t_1, t_2, t_3, t_4, t_5) and you will be able to calculate the average time:

$$t_m = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5}$$

Don't forget the instrumental sensitivity of the rule and of the stopwatch! If $s_0 = 0\ cm$ and $t_0 = 0\ s$, we can estimate the average speed:

$$v_m = \frac{s_f - s_0}{t - t_0} = \frac{s_f}{t_f}$$

Express the speed in cm/s.

4. Descripción de la situación de aprendizaje: Way of Saint James (Camino de Santiago)

Estrella, Jacobo and Concha live in Granada. They start their holidays on 30th June, at 14.00 p.m. They must be at work on 15th July, at 8.00 a.m. And they want to walk some stages of the Way of Saint James during their holidays.

The picture bellow shows a map of the Way of Saint James, from France to Fisterra. This path is known as "Camino Francés" and is the most popular path of the Way of Saint James.

You can calculate the distance between villages with this scale: it is 21 kilometres from Fromista to Carrión de los Condes.

All villages have public and private hostels where pilgrims can sleep. You can get more information about hostels in this link:

https://www.alberguescaminosantiago.com/albergues

There are plenty of ancient monuments and churches along the way. And pilgrims enjoy visiting them during their way. This link describes the most important monuments:

https://caminodesantiago.consumer.es/monumentos/camino-frances

Estrella, Jacobo and Concha want to start their way in Burgos. Each of them has 150€ to travel from Granada to Burgos and back to Granada. Moreover, each of the can spend up to 150€ on hostels accommodation.

They would like to walk a minimum of seven days and a maximum of ten days. If the difficulty of the path is easy, the can walk up 25 km per day. But the can only up 20 km if the path has hills and hard slopes.

Can you help them to organise the stages of their way?



Con la información presentada en la situación de aprendizaje, realiza un diseño de las etapas del Camino de Santiago que contenga al menos los siguientes apartados:

- Crea un grupo de 2-3 alumnos.
- El producto final debe ser presentado en formato A3. Puedes usar más de un A3. Cuida la estética y la calidad en la presentación visual de la información. Mejor poco contenido y bien presentado, que mucha información difícil de leer. Usa tus propias palabras. No emplees términos que no domines. No copies frases de internet.
- Fechas, horarios y precio de los billetes de transporte público para ir de Granada a Burgos, y luego regresar a Granada, que se ajuste al presupuesto de Estrella, Jacobo y Concha. También debes ajustar tu propuesta a su periodo de vacaciones.
- Número de etapas a realizar y fechas. Indicando claramente los puntos de inicio, los puntos de fin y la distancia recorrida. Los peregrinos no pueden pasar más de una noche en la misma población.
- Calcula el tiempo total caminado en cada jornada, asumiendo una velocidad media de 5,5 km/h en las etapas de perfil sencillo, y 4,5 km/h en las etapas de perfil duro. En internet te resultará sencillo encontrar los perfiles de cada etapa y los desniveles de altura. Expresa el tiempo en horas, y también en horas y minutos.
- Calcula el coste económico de los albergues elegidos, sabiendo que debe ajustarse al presupuesto del que disponen los peregrinos.
- Elige 5 monumentos que se puedan visitar en las etapas diseñadas. Describe con una imagen, y con un mínimo de 40 palabras, cada uno de esos monumentos. Nuevamente, redacta con tus propias palabras y no copies de internet.

5. Productos finales que se evaluarán

- Cuaderno de clase (**no olvides los criterios de orden, presentación y limpieza presentados al inicio de curso**)
  - Portada con el número y el título del tema
  - Responde de manera razonada a las preguntas “Para pensar 3” y “Para pensar 4” sobre el mapa del Camino de Santiago del apartado 1.4 de esta unidad.
  - Responde de manera razonada a las preguntas “Para pensar 10” de la actividad sobre el crecimiento del número de policubos con el tiempo.
  - Copia la fórmula de la velocidad uniforme en M.R.U. y el ejemplo resuelto sobre la velocidad de la luz del Sol a la Tierra del apartado 1.7 de esta unidad.
  - Copia el ejemplo resuelto del apartado 1.9 sobre el descuento en la tienda de muebles.
  - Copia los ejercicios resueltos 1 y 5 del apartado 6 de esta unidad.
  - De la actividad de robótica con el coche maqueen, debes presentar en tu cuaderno la tabla completa de medidas que viene indicada en el apartado 2 sobre robótica. Debes imprimir los bloques con el código de programación que cumpla las condiciones marcadas, y pegar ese código en tu cuaderno. Haz tu propio código. No imprimas los bloques que aparecen en estos apuntes o los de otros compañeros. El profesor puede pedirte que le expliques cualquier dato sobre el código. Escribe las operaciones para obtener el tiempo medio de cada una de las velocidades de makecode. Escribe las operaciones para obtener la velocidad media en cada caso. Expresa las velocidades en m/s. Y responde, de manera razonada, si los valores de makecode son directamente proporcionales a la velocidad real del coche maqueen.
- Producto final PBL. Por grupos de 2-3 personas presentar al profesor una propuesta (con uno o varios A3) que cumpla las condiciones marcadas en la situación de aprendizaje sobre las etapas del Camino de Santiago. Durante la exposición no solo se valora la cuestión estética de los A3, sino también el contenido y el margen de cumplimiento sobre las condiciones de distancia, tiempo y dinero. El profesor puede preguntar durante la presentación sobre cualquier asunto relacionado con el planteamiento y el diseño del PBL, que también contará como actividad de calificación en otras asignatura del currículo. **Si utilizas el idioma inglés para redactar toda o parte de la propuesta, se valorará positivamente en la nota**.
- Informe técnico de laboratorio: Realiza un dibujo claro y bien cuidado del vaso calibrado, marcando con una línea la posición inicial y con otra línea la posición final del movimiento de las canicas. Indica en centímetros la distancia entre ambas posiciones, sin olvidar la sensibilidad de la regla. Haz una tabla con los tiempos de caída de cada canica, sin olvidar la sensibilidad el cronómetro. Haz las operaciones para calcular el tiempo medio de caída. Y haz las operaciones para obtener la velocidad uniforme del movimiento en unidades de cm/s. **Si realizas esta actividad en inglés, se valorará positivamente en la nota.**
- Respuesta oral a preguntas.
- Trabajo diario.

6. Ejercicios resueltos para practicar y para pensar

INTENTA LOS EJERCICIOS POR TI MISMO.

SI ALGO NO TE SALE, PUEDES MIRAR LA SOLUCIÓN.

SI NO COMPRENDES ALGÚN PASO, PREGUNTA AL PROFESOR (NO AL PROFESOR PARTICULAR NI A LA ACADEMIA, SINO AL PROFESOR DE LA ASIGNATURA EN EL COLEGIO).

1. Un coche recorre la distancia entre Málaga y Granada en 74 minutos. Ambas ciudades están separadas por 125 km. ¿Cuál ha sido su velocidad media durante el trayecto? Expresar el resultado en m/s.

La velocidad media podemos obtenerla aplicando la fórmula del M.R.U. a todo el trayecto. Granada sería el origen de coordenadas de distancia.

$$v = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

Suponemos tiempo inicial y posición inicial iguales a cero.

Expresamos la distancia final en metros, sabiendo que 1 km son 1.000 m. La distancia recorrida será igual a:

$$125\ km\ \times 1.000 = 125.000\ m$$

Expresamos el tiempo final en segundos, sabiendo que 1 minuto son 60 segundos. El tiempo final es igual a:

$$74\ min \times 60 = 4.400\ s$$

Quedando la fórmula de la velocidad media:

$$v = \frac{125.000 - 0}{4.440 - 0} = 28{,}15\ m/s$$

2. En el laboratorio hemos realizado la experiencia de una canica cayendo por un tubo lleno de gel con glicerina. Y hemos supuesto que el movimiento de caída se aproxima a un M.R.U. Imagina que un grupo de trabajo realiza tres medidas temporales de $21,23 \pm 0,01\ s$, $22,34 \pm 0,01\ s$ y $21,74 \pm 0,01\ s$. Y que la distancia recorrida por las canicas en el vaso calibrado fue de 185 ± 1 mm. ¿Cuánto vale la velocidad media de caída, en unidades de cm/s?

El tiempo medio de la caída es igual a la media aritmética de los tres tiempos:

$$t_m = \frac{21{,}23 + 22{,}34 + 21{,}74}{3} = 21{,}77\ s$$

La distancia recorrida, en centímetros, es igual a 18,5 cm (para pasar de mm a cm solo hay que dividir entre 10).

Suponiendo tiempo inicial y posición inicial iguales a cero, la velocidad media de caída es:

$$v = \frac{18{,}5 - 0}{21{,}77 - 0} = 0{,}85\ cm/s$$

PARA PENSAR 13. Si el vaso calibrado fuese suficientemente largo, ¿cuánto tiempo tardaría la canica en recorrer 1 metro de distancia? ¿Y 1 kilómetro?

3. A los 2 s de comenzar a medir, un objeto se encuentra a 5 m del origen de coordenadas. Y a los 3 s de comenzar a medir, se encuentra a 1 m del origen de coordenadas. Suponiendo M.R.U., ¿cuál es la velocidad del movimiento?

Detectamos los valores que necesitamos para aplicar la fórmula de la velocidad en M.R.U.

- Posición inicial $s_0 = 5\ m$
- Tiempo inicial t_0 = 2 s
- Posición final: s_f = 1 m
- Tiempo final: t_f = 3 s

La velocidad del movimiento resulta:

$$v = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

$$v = \frac{1-5}{3-2} = \frac{-4}{1} = -4\ m/s$$

PARA PENSAR 14. Si el objeto mantiene su M.R.U., ¿en qué tiempo llegará al origen de coordenadas?

4. En un plano de una ciudad, una calle de 350 metros de longitud mide 2,8 cm. ¿Cuánto medirá sobre ese mismo plano otra calle de 200 metros?

Vamos a resolver este ejercicio de proporcionalidad utilizando fracciones. La razón que se cumple al trabajar con metros también se debe cumplir al trabajar con centímetros.

$$\frac{350\ m}{200\ m} = \frac{2{,}8\ cm}{¿\,?}$$

Tenemos dos fracciones igualadas porque la razón de proporcionalidad es la misma. Aparecen tres valores conocidos y un valor que desconocemos (representado por los símbolos de interrogación ¿?). A esta forma de resolver los ejercicios de proporcionalidad directa se le conoce como regla de tres directa (porque conocemos tres valores de los datos del enunciado).

¿Recuerdas de Primaria cómo se opera con fracciones igualadas? Simplemente hay que multiplicar en cruz.

$$350 \times ¿\,? = 2{,}8 \times 200$$

$$350 \times ¿\,? = 560$$

Y el valor 350 que está multiplicando en el miembro de la izquierda, pasa a la derecha dividiendo.

$$¿\,? = \frac{560}{350}$$

$$¿\,? = 1{,}6\ cm$$

No olvides poner las unidades. En este caso, el dato desconocido ¿? tiene unidades de centímetros.

En Ciencias es costumbre usar una letra en vez de los símbolos de interrogación ¿? Para representar a un valor desconocido. Puedes usar la letra del abecedario que te de la real gana: la letra a, o la letra b, o la letra x. La que quieras. Lo importante no es la letra, sino lo que representa: un valor desconocido que debemos descubrir.

5. Un automóvil ha tardado en hacer el recorrido entre dos pueblos una hora y treinta minutos, a una media de 100 km/h. ¿Cuánto tardará un autobús a una media de 90 km/h?

Al trabajar con la velocidad media, podemos suponer que los vehículos se mueven en M.R.U. También suponemos que el trayecto se ha realizado sin pausas. Ya sabemos que la velocidad en M.R.U. es una razón de proporción directa entre la distancia recorrida y el tiempo empleado. Si la distancia se duplica, el tiempo se duplica. Y si la distancia se reduce a la mitad, el tiempo también se reduce a la mitad.

¡Ojo! Si dividimos la velocidad por dos, el tiempo se multiplica por dos. **Velocidad y tiempo están en proporcionalidad inversa**. Fíjate bien en la fórmula que ya conocemos para obtener el valor de la velocidad en M.R.U.

$$v = \frac{Distancia\ recorrida}{Intervalo\ de\ tiempo}$$

La velocidad es el resultado de una división. Y si la velocidad disminuye, puede ser por dos motivos: o porque se recorre menos distancia o porque se tarda más tiempo en recorrerla.

La siguiente tabla recoge los datos del problema.

Coche	Autobús
Velocidad: 100 km/h	Velocidad: 90 km/h
Intervalo de tiempo: 1,5 h	Intervalo de tiempo: ¿?
Distancia recorrida: desconocida Pero es la misma distancia tanto para el coche como para el autobús	
$100\ km/h = \frac{distancia}{1{,}5\ h}$	$90\ km/h = \frac{distancia}{¿\,?}$

De la fórmula de velocidad del coche podemos obtener el valor de la distancia recorrida.

$$100\frac{km}{h} \times 1{,}5\ h = distancia$$

$$150\ km = distancia$$

Este valor de la distancia podemos usarla en la fórmula de la velocidad media del autobús.

$$90\frac{km}{h} = \frac{150\ km}{¿\,?}$$

El tiempo que estamos buscando, representado por los símbolos de interrogación ¿?, pasa a la izquierda multiplicando.

$$90\frac{km}{h} \times ¿\,? = 150\ km$$

Y la velocidad pasa al miembro de la derecha dividiendo.

$$¿\,? = \frac{150\ km}{90\frac{km}{h}} = 1{,}67\ h$$

PARA PENSAR 15. ¿Puedes expresar el tiempo de 1,67 h en horas y minutos?

6. Un robot, en una cadena de montaje de automóviles, es capaz de poner 13 puntos de soldadura en 20 segundos. ¿Cuántos puntos de soldadura puede poner en una hora?

A más tiempo de trabajo, mayor puntos de soldadura. Si duplicamos, por ejemplo, el tiempo de trabajo, se duplica el número de puntos de soldadura. Son magnitudes directamente proporcionales.

Recordando que 1 hora son 3.600 segundos, podemos escribir la razón de proporcionalidad con fracciones:

$$\frac{13\ soldaduras}{¿?} = \frac{20\ s}{3.600\ s}$$

Multiplicamos en cruz.

$$13 \times 3.600 = 20 \times ¿?$$

$$46.800 = 20 \times ¿?$$

Pasamos el factor 20 dividiendo al miembro de la izquierda.

$$\frac{46.800}{20} = ¿?$$

$$2.340\ soldaduras = ¿?$$

PARA PENSAR 16. Si en vez de un robot, tuviéramos dos robos idénticos, ¿cuánto tiempo tardarían en realizar las 2.340 soldaduras de la solución?

7. Un padre reparte entre sus tres hijos 180 € de forma directamente proporcional a sus edades, que son 12, 9 y 3 años respectivamente. ¿Qué cantidad le corresponde a cada uno de ellos?

Nuevamente, estamos frente a una relación de proporcionalidad directa. A mayor edad, mayor dinero recibido. La edad y el dinero son directamente proporcionales.

En la siguiente tabla, empleamos letras para representar las cantidades desconocidas que recibirá cada hijo.

Total	Hijo mayor	Hijo mediano	Hijo menor
Suma de edades: 12 + 9 + 3 = 24 años	12 años	9 años	3 años
Total del dinero: 180 €	x	y	z

De la tabla podemos obtener relaciones de proporcionalidad con fracciones.

Para el hijo mayor:

$$\frac{180\ €}{24\ años} = \frac{x}{12\ años}$$

$$x = 90\ €$$

Para el hijo mediano:

$$\frac{180\ €}{24\ años} = \frac{y}{9\ años}$$

$$y = 67{,}5\ €$$

Para el hijo menor:

$$\frac{180\ €}{24\ años} = \frac{z}{3\ años}$$

$$z = 22{,}5\ €$$

PARA PENSAR 17. Viendo las edades de los hijos, donde el mayor tiene el doble de edad que el mediano, y el mediano tiene el triple de edad del pequeño, ¿se te ocurre otra forma de razonar el dinero que recibe cada uno?

8. Antonio, Alba y Alberto son tres camareros que siempre se reparten las propinas del mes en función de las horas diarias que trabaja cada uno. Antonio trabaja 8 horas al día y este mes le han correspondido 124 €. Si Alba trabaja 6 horas al día y Alberto 4 horas al día, ¿cuánto les corresponde a ellos? ¿A cuánto han ascendido las propinas este mes?

Al igual que en el ejercicio anterior, podemos diseñar una tabla para organizar los datos del enunciado. El tiempo trabajado y el dinero de las propinas son magnitudes directamente proporcionales. A mayor tiempo trabajado, mayor dinero recibido.

Usamos letras para representar las cantidades desconocidas (dinero que recibe Alba y dinero que recibe Alberto).

Total	Antonio	Alba	Alberto
Suma de horas: 8 + 6 + 4 = 18 horas	8 horas	6 horas	4 horas
Total del dinero: 124 € + y + z	124 €	y	z

Usando nuevamente fracciones de proporcionalidad, podemos decir con los datos de Antonio y Alba:

$$\frac{124\ €}{8\ h} = \frac{y}{6\ h}$$

$$y = 93\ €$$

Y con los datos de Antonio y Alberto:

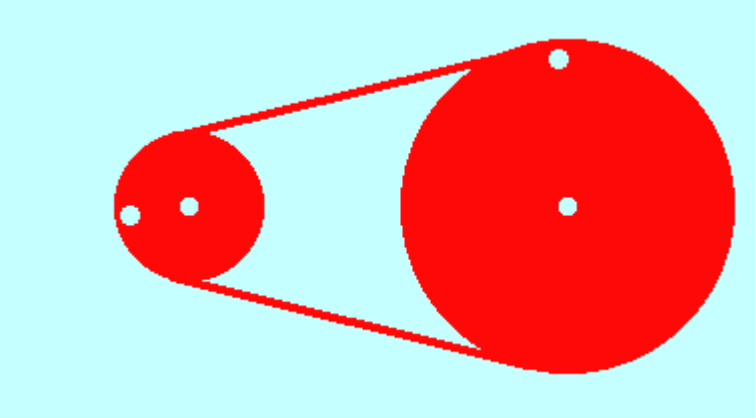
$$\frac{124\ €}{8\ h} = \frac{z}{4\ h}$$

$$y = 62\ €$$

El total del dinero recibido por las propinas será la suma de lo ganado por los tres camareros:

$$Total = 124 + 93 + 62 = 279\ €$$

9. Cuando un mecanismo posee dos ruedas conectadas por una correa de transmisión, el número de giros de cada rueda es inversamente proporcional al radio de la rueda. Es decir, a mayor radio menor número de vueltas. Si tenemos dos ruedas conectadas, de radios 25 cm y 75 cm respectivamente, ¿cuántas vueltas da la segunda rueda si la primera da 300 vueltas en un tiempo determinado?



Volvemos a encontrarnos con dos magnitudes inversamente proporcionales.

En magnitudes directamente proporcionales, su cociente se mantiene constante. El cociente es la razón de proporcionalidad.

Pero **en magnitudes inversamente proporcionales el cociente no es constante. La razón de proporcionalidad se consigue con el producto**. Así, el incremento de una variable se compensa con la disminución de la otra variable, y el producto final no cambia.

Vamos a utilizar subíndices para distinguir los datos de la primera y de la segunda rueda. Es bueno que, poco a poco, te vayas familiarizando con la forma de escribir incógnitas y valores desconocidos en Ciencia.

$$radio_1 \times vueltas_1 = radio_2 \times vueltas_2$$

$$25\ cm\ \times 300\ vueltas = 75\ cm\ \times vueltas_2$$

$$100\ vueltas = vueltas_2$$

10. Diego tenía que resolver 20 problemas de matemáticas.

a) Si resolvió bien el 30% de los problemas, ¿cuántos hizo correctamente?

b) ¿Cuántos tendría que haber resuelto correctamente para que el porcentaje de problemas bien hecho hubiera sido del 85%?

a) El total de problemas es 20. Esta cantidad es nuestra unidad de referencia.

El número de problemas resueltos correctamente no lo conocemos. Podemos simbolizarlo con una letra. Por ejemplo, la letra “p”.

El porcentaje es una comparación entre la cantidad “p” y la unidad de referencia. Un porcentaje del 30% es lo mismo que un porcentaje de 0,3 en tanto por uno.

$$\frac{p}{20} = 0{,}3$$

Pasamos el valor 20 multiplicando a la derecha.

$$p = 20 \times 0{,}3$$

Es decir, aplicar el 30% a 20 significa multiplicar 20 por 30 y dividir por 100 (30/100 es igual a 0,3).

Esta regla siempre se cumple en cualquier porcentaje:

- Aplicar el 10% a una cantidad significa multiplicar esa cantidad por 10 y dividir por 100.
- Aplicar el 20% a una cantidad significa multiplicar esa cantidad por 20 y dividir por 100.
- Aplicar el 30% a una cantidad significa multiplicar esa cantidad por 30 y dividir por 100.
- …
- Aplicar el 90% a una cantidad significa multiplicar esa cantidad por 90 y dividir por 100.
- …

En nuestro ejemplo:

$$p = 20 \times 0{,}3 = 6\ problemas\ resueltos$$

Diego ha resuelto correctamente 6 de los 20 problemas propuestos.

b) Aplicando el mismo razonamiento con 85%, debemos multiplicar 20 por 85 y dividir por 100 (85/100 es lo mismo que 0,85).

$$p = 20 \times 0{,}85 = 17\ problemas\ resueltos$$

Un 85% de problemas resueltos correctamente implica hacer bien 17 de los 20 problemas planteados.

11. Laura contesta correctamente 16 de 20 preguntas de un examen. Si en otro examen saca la misma nota respondiendo de forma correcta a 24 preguntas, ¿cuántas preguntas tenía esee examen?

Laura obtiene la misma nota en los dos exámenes. Eso significa que ha respondido correctamente al mismo porcentaje de preguntas en cada examen.

En el primer examen el porcentaje de respuestas correctas es:

$$\frac{16}{20} = 0{,}8$$

$$0{,}8 \times 100 = 80\%$$

Por lo tanto, en el segundo examen Laura también ha realizado bien el 80% de los ejercicios.

No conocemos el número de preguntas totales del segundo examen. Simbolizamos esta cantidad con una letra. Por ejemplo, la letra “e”. Sí sabemos que respondió correctamente a 24 preguntas en el segundo examen. Por lo tanto, el 80% de la cantidad “e” debe ser igual a 24.

$$e \times 0{,}8 = 24$$

Pasamos el factor 0,8 dividiendo a la derecha.

$$e = \frac{24}{0{,}8} = 30\ preguntas$$

Conclusión: el número de preguntas totales del segundo examen es 30.

7. Por si quieres seguir ampliando y aprendiendo

1. Serie de Fibonacci para simular el crecimiento en el número de seres vivos. Modelo con piezas de Lego 1x1

Imagina un ser vivo que, en un día, pasa de estado cría a estado adulto. Una pieza Lego 1x1 blanca simboliza a la cría. Y la unión de dos piezas Lego 1x1 negras representan al adulto.

Cría	Adulto
	

Cuando un ser vivo se convierte en adulto, al día siguiente genera una nueva cría. Los adultos nunca mueren. Y siguen generando nuevas crías cada día de vida. Con estas sencillas reglas, ¿cómo crece la población de seres vivos?

La imagen de la derecha muestra los primeros días de crecimiento, suponiendo que el 31 de diciembre no hay ningún ser vivo y que el 1 de enero colocamos a la primera cría.

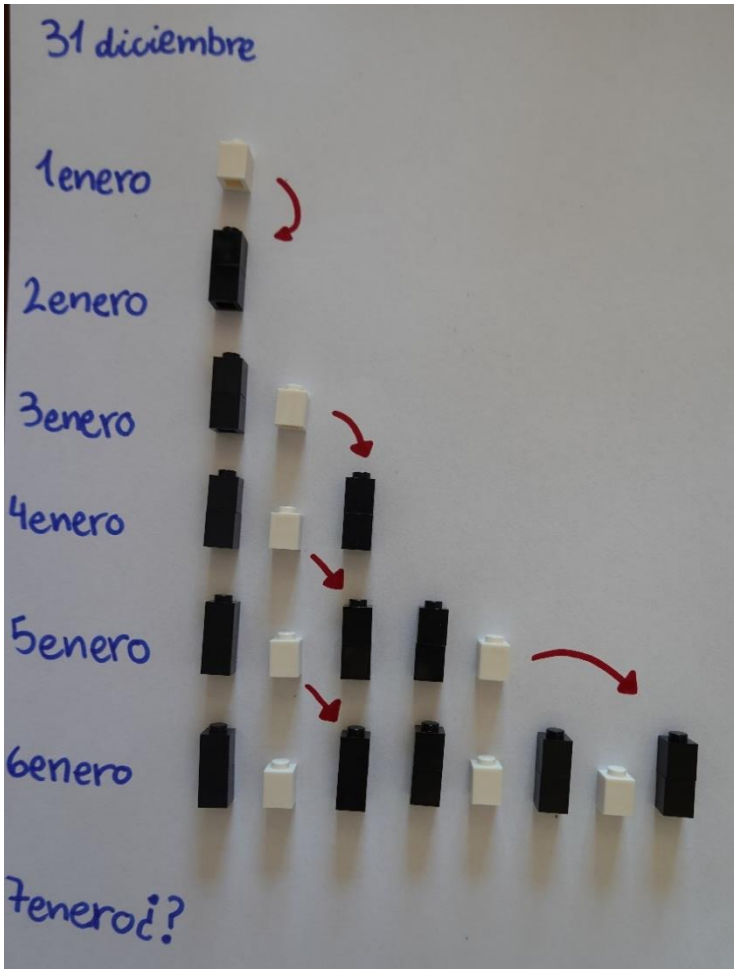
El 2 de enero la cría se convierte en adulto.

El 3 de enero, el adulto genera una cría.

El 4 de enero, el adulto sigue generando una nueva cría, mientras que la cría del 3 de enero se convierte en adulto.

Las flechas rojas de la imagen relacionan la cría con el adulto en que se convierte cuando pasa un día.

La siguiente tabla muestra el número de seres vivos cada día. ¿Cuántos seres vivos habrá el 7 de enero?



Fecha	Número de seres vivos
día 0	0
día 1	1
día 2	1
día 3	2
día 4	3
día 5	5
día 6	8
día 7	¿?

PARA PENSAR 18. ¿Eres capaz de deducir una fórmula que dé el número de seres vivos de un día, sabiendo cuántos seres vivos hay en días anteriores?

La serie numérica 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8… se conoce como serie de Fibonacci. En el siguiente enlace del canal de YouTube "Derivando" tienes un breve vídeo que te cuenta más cosas sobre Fibonacci (hasta minuto 2:30):

https://www.youtube.com/watch?v=yDyMSliKsxI



Esta serie modela el crecimiento de ciertos seres vivos de la naturaleza. No es un crecimiento de proporcionalidad directa, como los que hemos estudiado en el tema. Las poblaciones reales de seres vivos no suelen crecer una misma cantidad fija para un mismo periodo de tiempo.

La serie de Fibonacci nos muestra un crecimiento que, para un día concreto, depende del tamaño de la población en los días anteriores. Y esta condición es un buen modelo para comprender el mayor o menor crecimiento de seres vivos reales.

2. Estimation180

Trabajemos la estimación visual en objetos que se mueven o en mapas, gracias a la web https://estimation180.com.

¿Cuántas vueltas son necesarias para desenredar la ristra de luces? ¿Crees que es necesario suponer una velocidad uniforme de giro para responder a la pregunta?

https://estimation180.com/day-65

About how many revolutions will it take to unwind the lights?



¿Cuánto tiempo en subir el ascensor desde la planta principal hasta la quinta planta? ¿Es necesario suponer que el ascensor viaja a velocidad constante para responder a la pregunta?

https://estimation180.com/day-77

About how long it will it take from the basement to the 5th floor?



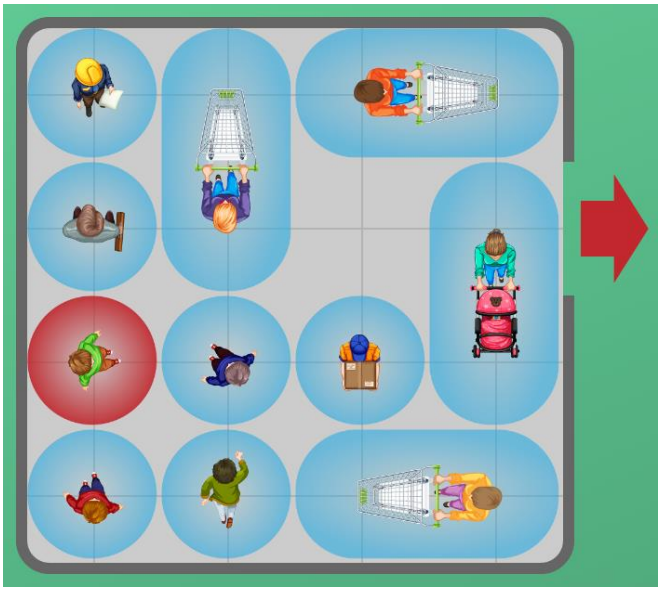
¿Cuál es la distancia que separa la ciudad de Los Ángeles de la ciudad de Dulles, en Estados Unidos? ¿Sería de utilidad conocer la escala del mapa de la derecha para realizar una estimación visual más exacta?

https://estimation180.com/day-136 (usa Google Maps para confirmar tu estimación)

About how long from Los Angeles, CA to Dulles, VA?



3. Distancia de separación en una superficie plana



Imagina un supermercado con un suelo formado por baldosas cuadradas. El lado de cada baldosa mide 3 metros.

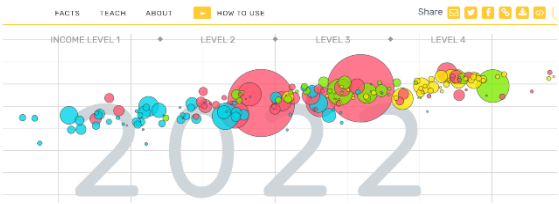
Los clientes se sitúan en los vértices o en los lados de las baldosas, como muestra la imagen de la derecha. Algunos clientes llevan carro de la compra o carro de bebé, por lo que ocupan más espacio.

Si miramos el supermercado desde arriba, fijamos la siguiente condición: los clientes solo pueden desplazarse de manera horizontal o de manera vertical, para garantizar una distancia mínima de separación de 3 metros.

¿Eres capaz de salir del supermercado, moviendo adecuadamente al resto de clientes? Puedes afrontar el reto en el siguiente enlace:

https://mathigon.org/supermarket

4. Crecimiento en la población de un país con el paso de los años



La palabra velocidad no solo se emplea para medir el cambio de la posición con el tiempo. Cualquier magnitud que varíe con el tiempo puede generar un nuevo uso de la palabra velocidad.

Por ejemplo, el número de habitantes de un país a lo largo de los años. Viven tantas personas en un país como España o Alemania (o imagina China o la India), que de un año para otro siempre hay cambios en el tamaño de la población.

Estos cambios se deben, lógicamente, al número de personas que nacen y al número de personas que mueren cada año. Pero además influye la migración, la emigración, la calidad de vida, las condiciones de trabajo, las guerras, etc.

En la web https://www.gapminder.org puedes obtener la población de cada país desde hace más de 200 años (además de otros datos mundiales de interés). La web recoge datos oficiales de muchos países, presentados de forma muy visual gracias a burbujas que cambian de tamaño conforme fluctúa la población con el paso de los años.

https://www.gapminder.org/tools/#$chart-type=bubbles&url=v1

Usa la web para obtener la población de España cada 10 años, desde 1900. Así tendrás un dato para 1900, otro para 1910, otro para 1920, otro para 1930… y así hasta 2020.

PARA PENSAR 19. ¿Podemos afirmar que el valor de la población en España ha sido directamente proporcional al paso de las décadas? ¿Se ha mantenido la misma constante de proporción entre distintas décadas de la historia? Ayuda: para obtener el crecimiento de la población en 10 años, en el numerador debemos situar la diferencia de los valores de la población en esas décadas. El denominador será igual a los 10 años del intervalo temporal. Las unidades que obtendrás serán $\frac{habitantes}{década}$ y podremos hablar de velocidad de crecimiento de la población española por década.

5. Crecimiento en el precio de la cesta de la compra

Las iniciales IPC (índice de precios de consumo) reflejan la variación de los precios de los productos más comprados por los hogares españoles: alimentación, ropa, vivienda, transporte, etc.

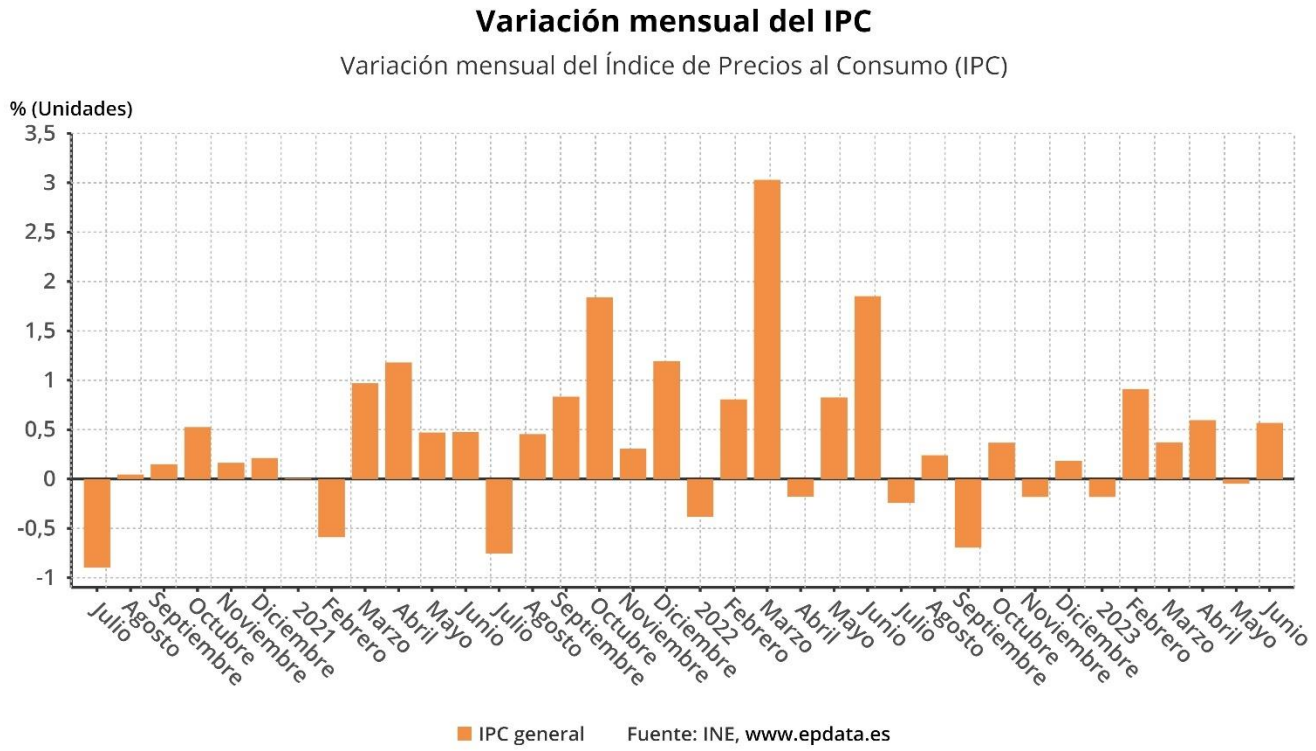
El IPC lo genera el Instituto Nacional de Estadística (INE). Un organismo público que comparte mensualmente los datos a través de su web: https://www.ine.es/varipc/index.do.

Esos datos son utilizados por los políticos para informar si la economía del país va bien o va mal, o por los medios de comunicación para realizar las gráficas que acompañan a las noticias de periódicos y telediarios.

Pero a veces los políticos no dicen toda la verdad del IPC… ni los medios de comunicación crean gráficas correctas…

La web de datos de Europa Press https://www.epdata.es es un magnífico ejemplo de buena práctica en favor de los usuarios de internet. Puedes consultar datos reales sobre empleo, población, elecciones, etc. y comprenderlos gracias a unos gráficos claros y bien diseñados. Entender bien esta información te da poder para decidir correctamente y para tener una visión acertada (y no distorsionada) de la realidad.

La siguiente imagen, por ejemplo, muestra la evolución del IPC mensual desde julio 2020 hasta junio 2023.



¿Cómo funciona esta gráfica?

Imagina un producto cualquiera: por ejemplo, 1 kg de manzanas marca “Viva Andalucía”. E imagina que su precio en noviembre 2021 es 1,20€. Mirando la gráfica superior, en diciembre 2021 los precios han crecido (en término medio) un 0,21% respecto al mes anterior. Por lo tanto, si asumimos que nuestras manzanas sufren la variación de precio marcada por el IPC mensual, el precio de 1 kg de manzanas “Viva Andalucía” en diciembre 2021 será:

$$precio = 1{,}20 \times \left(1 + \frac{0{,}21}{100}\right) = 1{,}202€$$

Si redondeamos a dos cifras decimales, podemos afirmar que prácticamente el precio de las manzanas se ha mantenido constante.

Imagina ahora que aplicamos el mismo razonamiento a un coche que en noviembre 2021 cuesta 22.500€. Su precio en diciembre 2021, asumiendo el porcentaje mensual del IPC, será:

$$precio = 22.500 \times \left(1 + \frac{0{,}21}{100}\right) = 22.547{,}25€$$

Hay un incremento en el precio final del coche de más de 47€.

Es decir, si el IPC mensual es bajo, los productos de bajo coste quedan prácticamente igual, pero los productos de coste elevado si notarán el incremento en el precio.

Hagamos otro ejemplo. Supongamos que unos zapatos de la marca "Agustito" cuestan 81,50€ en diciembre de 2021. El IPC mensual de enero 2022 es -0,38%. El precio de esos zapatos en enero 2022, asumiendo el dato del IPC, será:

$$precio = 81{,}50 \times \left(1 - \frac{0{,}38}{100}\right) = 81{,}19€$$

Fíjate que, en el paréntesis, hemos restado en vez de sumado porque el IPC de enero 2022 es negativo.

Los zapatos se han abaratado solo 31 céntimos de euro.

Conclusión: ni la economía de los hogares españoles se hunde porque el IPC suba levemente de un mes a otro, ni es para volverse loco de alegría porque el IPC baje levemente. El problema es cuando una tendencia al alza se mantiene durante muchos meses consecutivos y con porcentajes elevados, porque eso sí puede producir un encarecimiento real y evidente de los productos.

PARA PENSAR 20. ¿En qué mes de la gráfica el IPC tiene el valor más alto? ¿Pasó algo en el mundo justo antes de ese mes que expliquen un valor tan alto del IPC? ¿Significa que en ese mes los artículos alcanzaron su precio más alto en la serie que va de julio 2020 a junio 2023? Imagina que durante cinco meses consecutivos el IPC mensual es del 1% ¿Significa que un artículo, en esos cinco meses, ha visto incrementado su precio en un 5% (cinco veces 1%)? ¿Si un artículo sufre 12 meses consecutivos un incremento del 1%, significa que el IPC anual será del 12% (doce veces 1%)?

6. Número de giros de las ruedas del robot maqueen



En robótica hemos aprendido a controlar el movimiento del coche maqueen. Y en unidades anteriores hemos trabajado con el concepto de perímetro de una circunferencia:

$$Perímetro\ circunferencia = 2 \times \pi \times radio$$

PARA PENSAR 21. ¿Se te ocurre cómo usar el dato del perímetro para saber cuántas vueltas realizarán las ruedas de maqueen para recorrer una distancia de 3 metros?

7. La velocidad y la zancada de Kipchoge en la maratón



El récord del mundo de maratón masculino está en poder de Eliud Kipchoge (nacido el 1984 en Kenia). Su marca el 25 de septiembre de 2022 en Berlín fue de 2 horas, 1 minuto y 9 segundos para superar los 42,195 km de la maratón. Eso es un ritmo de 2:52 min/km.

¿Cuál fue su velocidad media en km/h?

Como ya hemos estudiado en esta unidad, el concepto de velocidad media es un modelo que no coincide exactamente con la realidad. Kipchoge no corrió cada segundo exactamente a la misma velocidad. Pero es una buena aproximación.

Tenemos la distancia recorrida entre la salida y la meta: 42,195 km.

Necesitamos expresar el tiempo en horas. Y lo tenemos en horas, minutos y segundos: 2 horas, 1 minuto y 9 segundos.

Las 2 horas ya las tenemos expresadas en horas. Pero 1 minuto y 9 segundos no están en horas. Debemos convertir esa cantidad.

1 minuto y 9 segundos son 69 segundos. Y ya hemos estudiado en unidades anteriores que para pasar de segundos a horas debemos dividir por 3.600 (porque 1 hora son 3.600 segundos, es decir, 60 veces 60).

$$\frac{69\ s}{3.6000} = 0{,}01916$$

Por lo tanto, el tiempo del récord del mundo de Kipchoge en horas es igual a 2,01916 h (no usamos el convenio de notación científica, para no perder precisión con el redondeo).

$$velocidad\ media = \frac{42{,}195 - 0}{2{,}01916 - 0} = 20{,}897\ km/h$$

¡Una auténtica barbaridad correr más dos horas a esa velocidad!

PARA PENSAR 22. Las piernas de Kipchoge tienen precisión de metrónomo. Es capaz de correr a 200 zancadas por minuto durante toda la maratón. Si su ritmo medio es de 2:52 min/km. ¿Cuántas zancadas realiza cada kilómetro? ¿Cuántas zancadas da durante toda la maratón? ¿Cuál es la longitud de una zancada de Kipchoge durante la maratón?

8. La métrica del taxista

Desde pequeños nos han enseñado en Matemáticas que la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta. Es un axioma (verdad evidente) de la métrica euclídea (en honor a Euclides, grandioso matemático griego de los siglos IV y III antes de Cristo).

Pero ¿qué pasa si no podemos viajar en línea recta? ¿Cómo definiríamos la menor distancia?

Si asumimos velocidad uniforme, la menor distancia es sinónimo de llegar antes de un punto a otro. Y es lo que ocurre a los taxistas cuando circulan por calles que se cortan de manera perpendicular y deben llevar a sus clientes de la forma más rápida posible (respetando, por supuesto, las normas de seguridad). No pueden atravesar los edificios con sus coches y tienen que circular por las calles, que forman ángulos rectos entre sí.

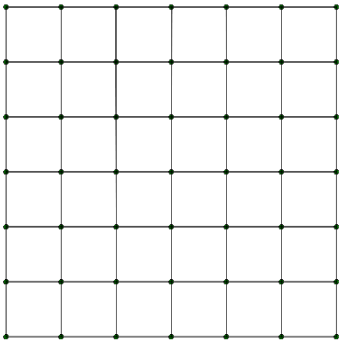
Esta forma de medir distancias se llama métrica del taxista. En el siguiente enlace tienes un interesante artículo que da más información sobre esta métrica:

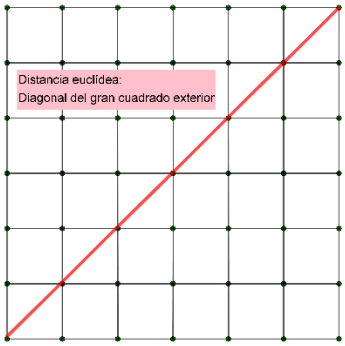
https://vicmat.com/la-geometria-del-taxista-una-paradoja-aparente

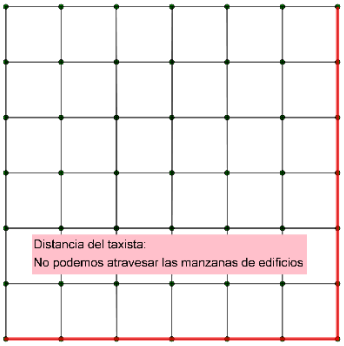
Imagina el plano de una ciudad delimitado por calles perpendiculares, que forman manzanas de edificios completamente cuadradas. Asumimos que todas las calles se pueden recorrer en ambos sentidos.

La unidad de distancia será la longitud del lado de los cuadrados que forman las manzanas de la ciudad.

La imagen inferior representa un mapa de 6 manzanas x 6 manzanas de edificios. Los segmentos indican carreteras de doble sentido. Los puntos simbolizan los cruces entre carreteras. Y los cuadrados pequeños son manzanas de edificios.







Tanto en la métrica euclídea (ir en línea recta) como en la métrica del taxista, los puntos más alejados posibles son los que estarían situados en vértices opuestos del gran cuadrado que forma todo el mapa. Pero no coincide el valor de las distancias obtenidas en cada métrica. Fíjate que las líneas marcadas en rojo en las imágenes superiores forman un triángulo equilátero isósceles, donde la base y la altura miden 6 unidades de referencia.

La distancia en la métrica del taxista entre dos vértices opuestos del gran cuadrado exterior es de 12 unidades (dos veces 6 unidades). Pero la diagonal del gran cuadrado exterior mide menos de 12 unidades.

PARA PENSAR 23. Son muchas la cuestiones sobre las que podemos reflexionar:

- Si el gran cuadrado exterior tiene 6 unidades de lado, ¿cuánto valdrá la diagonal de ese gran cuadrado?
- ¿Existen más caminos que conecten los vértices opuestos del gran cuadrado exterior y que tengan distancia igual a 12 unidades en la métrica del taxista?
- Si el mapa estuviese formado por 7 filas y 7 columnas de manzanas de edificios, ¿cuánto valdría la distancia entre los vértices opuestos del gran cuadrado exterior en la métrica del taxista? ¿Y si fuesen 8 filas y 8 columnas de manzanas de edificios? ¿Y si fuesen 9 filas y 9 columnas de manzanas de edificios? ¿Eres capaz de obtener un patrón en esta serie?
- Llamemos CENTRO al vértice que está justo en el centro del mapa de 6 filas y 6 columnas de manzanas. Señala todos los puntos del plano que estén a una distancia de 3 unidades del CENTRO. ¿Qué figura sale si utilizas la métrica del taxista? ¿Y si usas la métrica euclídea?
- ¿Cómo situarías tres puntos en el plano de 6 filas y 6 columnas de manzanas para que estuviesen lo más alejados entre sí unos de otros? ¿Qué figura plana obtendrías? ¿Y si colocas cuatro puntos? ¿Y si colocas cinco puntos? ¿Y si colocas seis puntos? ¿Y si colocas siete puntos?

9. La métrica de los grafos



Un conjunto de puntos (llamados nodos o vértices) unidos por segmentos (llamados aristas) forman un grafo.

En la actividad anterior, de la métrica del taxista, trabajamos con un plano dividido en manzanas de edificios. Ese plano es un ejemplo de grafo, donde las calles son las aristas y los cruces entre calles son los nodos.

Los nodos del grafo no tienen por qué estar siempre alineados de manera vertical u horizontal. Y las aristas no tienen por qué cortarse siempre de manera perpendicular.

En el siguiente capítulo del programa de RTVE "Órbita Laika", del minuto 27:55 al minuto 31:15, encontrarás una interesante aplicación de los grafos en cualquier rama científica:

https://www.rtve.es/play/videos/orbita-laika/orbita-laika-programa-5-correr/5147321