UNA SERIE GEOMÉTRICA CONVERGENTE

Si a es la arista y V el volumen del tetraedro inicial entonces

1. La arista de cada uno de los cuatro tetraedros y del primer octaedro es $\frac{a}{2}$, el volumen, de cada tetraedro, es $\frac{V}{8}$, se sigue que el volumen de los cuatro tetraedros es $\frac{V}{2}$ y por tanto el volumen del primer octaedro es la mitad del volumen del tetraedro inicial, es decir $\frac{V}{2}$, y así el volumen de los tetraedros es igual al volumen del octaedro.
2. En el segundo paso se obtienen dieciséis tetraedros y cuatro octaedros cada uno de arista $\frac{a}{4}$ por tanto el volumen cada tetraedro es $\frac{V}{64}$, el de los dieciséis tetraedros es $\frac{V}{4}$, consecuentemente el volumen de los cuatro octaedros es $\frac{V}{4}$ y nuevamente se obtiene que el volumen de los tetraedros es igual al volumen de los octaedros.
3. Utilizando el razonamiento anterior resulta que en el siguiente paso se obtienen sesenta y cuatro tetraedros cuyo volumen es igual al de los dieciséis octaedros, es decir, $\frac{V}{8}$.
4. Si este proceso se repite indefinidamente el volumen de los infinitos octaedros en el interior del tetraedro es

   $$V\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots\ldots.\right)$$

   y puesto que

   $$\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{2^i}=1$$

   entonces el volumen de los infinitos octaedros en el interior del tetraedro es igual al volumen del tetraedro inicial, es decir, los infinitos octaedros forman un “cubrimiento” del tetraedro.