

## Tema: Posiciones relativas de una recta y una elipse

**Nivel:** Tercer año de Bachillerato Diversificado- Opción Físico Matemático

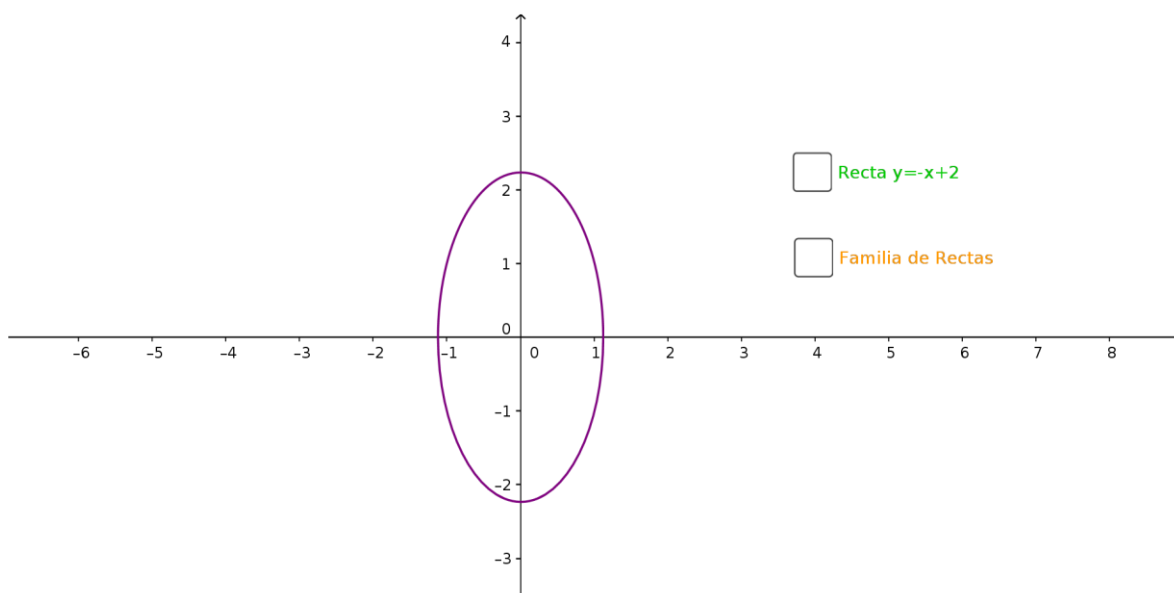
**Tiempo:** 40 minutos

**Objetivos:** Visualizar, utilizando el GeoGebra, las distintas posiciones que puede presentar una recta respecto de una elipse, para luego demostrar analíticamente cada una de las observaciones realizadas.

Esta actividad pretende observar las distintas posiciones de una recta con respecto a una cónica. Será necesario recordar y reafirmar los conceptos de recta, familia de rectas, cónicas, elipse, intersección de una recta con una cónica. La misma se presentará en un applet.

### Descripción de la actividad:

Dada la cónica de ecuación  $4x^2 + y^2 - 5 = 0$ , se considera la familia de rectas  $y = -x + n$ . Observaremos la posición de cada recta de la familia al variar  $n$ , respecto de la cónica.



(1°) Activa la casilla de control "Recta  $y = -x + 2$ " para visualizar la recta de la familia para  $n=2$ .

¿Cuántos puntos de intersección entre la cónica y la recta existen?

(2°) ¿Siempre existen dos puntos de intersección?

Activa la casilla de control "Familia de Rectas" para ver cómo varía la posición de cada recta respecto de la cónica al variar  $n$ .

(3°) Indica para qué valores de  $n$  observas que la recta es secante, tangente o exterior a la cónica.

(4°) Justifica analíticamente las observaciones realizadas.

**Desarrollo:** Se propondrá a los estudiantes que trabajen en el applet en grupos de a dos. Se leerá el encabezado de la actividad y se observará qué características presentan las rectas de la familia dada.

Para la primera parte se espera que al activar la primer casilla de control logren visualizar que para la recta de ecuación  $y = -x + 2$  existen dos puntos de intersección con la elipse.

Para la segunda parte, si bien pueden imaginar las distintas posiciones de las rectas de la familia, sabiendo que las mismas son paralelas entre sí, la segunda casilla de control permite visualizar cómo varía esa posición y, además, permite determinar para qué valores de  $n$ , por el uso del deslizador, dicha recta es secante, tangente o exterior, por lo que podrán responder la tercera parte. Si bien el deslizador  $n$  está definido para un número finito de valores y acotado entre  $-50$  y  $50$ , los estudiantes podrán tener una muestra de todas las situaciones que pueden presentarse.

Para la última parte se pedirá plantear el sistema y que lo resuelvan para justificar analíticamente lo que conjeturaran y se observará, en forma especial, las particularidades a discutir en dicha resolución y su visualización en el applet.

Al resolver el sistema se hallan los puntos de intersección entre la recta y la elipse. Se obtiene así una ecuación de segundo grado y si  $D$  es su discriminante las situaciones que se analizan son:

- Si  $D > 0$   $r$  y  $E$  son secantes
- Si  $D = 0$   $r$  y  $E$  son tangentes
- Si  $D < 0$   $r$  y  $E$  son exteriores

En este caso particular se concluirá que si  $-5/2 < n < 5/2$  son secantes, si  $n = -5/2$  o  $n = 5/2$  son tangentes y si  $n > 5/2$  o  $n < -5/2$  son exteriores. Se observará que el  $n$  considerado en la primera parte ( $n=2$ ) pertenece al intervalo  $(-5/2, 5/2)$  y que los valores de  $n$  obtenidos en la parte 3 son los mismos obtenidos analíticamente.

Se observará la coherencia entre lo que se obtiene al resolver analíticamente el sistema y lo que visualizan en el applet, y se espera que esto haga que logren darle otro sentido a la resolución analítica.

Para finalizar se realizará un resumen de la actividad realizada, enfatizando la diferencia entre lo justificado y demostrado con lo observado.

Link del applet: <https://www.geogebra.org/material/simple/id/2746807#material/mqRecuFw>

Link Libro Applets de educación media con Ceibal:

<https://www.geogebra.org/material/simple/id/2746807>

Creado por Andrea Lujambio

Corregido por Equipo de Matemática del Plan Ceibal