- Equazione Parabola $y=ax^2+bx+c$ con vertice $V(p,q)$ e asse $x=p$

Eseguiamo una traslazione di
p unità verso destra e
q unità verso l'alto.

Equazioni delle trasformazioni:

$$\begin{cases} x' = x + p \\ y' = y + q \end{cases} \qquad \begin{cases} x = x' - p \\ y = y' - q \end{cases}$$

$$y = ax^2 \qquad y' - q = a(x' - p)^2 \qquad y' = a(x'^2 - 2px' + p^2) + q \qquad y' = ax'^2 - 2apx' + ap^2 + q$$

Equazione Parabola $y=ax^2+bx+c$

$$posto \quad \begin{matrix} b = -2ap \\ c = ap^2 + q \end{matrix}$$

ricaviamo p:

$$b = -2ap \qquad p = -\frac{b}{2a}$$

ricaviamo q:

$$p = -\frac{b}{2a} \qquad c = a(-\frac{b}{2a})^2 + q \qquad c = a\frac{b^2}{4a^2} + q$$

$$-q = \frac{b^2}{4a} - c \qquad -q = \frac{b^2 - 4ac}{4a} \qquad q = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

Abbiamo ottenuto ill valore di p e q in funzione dei coefficienti dell'equazione di secondo grado, si osservi che p e q sono rispettivamente l'ascissa e l'ordinata del vertice, infatti se il vertice della parabola $y=ax^2$ coincideva con l'origine $V(0,0)$ dopo la traslazione il vertice avrà coordinate $V'(p,q)$:

$$V'(-b/2a; -\Delta/4a)$$

$$p = -\frac{b}{2a} \qquad q = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

L'asse di simmetria è sempre legato all'ascissa del vertice in quanto il vertice si trova sull'asse si mimmetria quindi:

$$x = -b/2a$$

L'equazione della direttrice $y=-f$ si trasforma in $y=-f+q$ quindi

$$y = -f - \Delta/4a.$$

Relativamente al fuoco osserviamo che l'ascissa del fuoco coinciderà con l'ascissa del vertice $(-b/2a)$ mentre l'ordinata avendo eseguito una traslazione $(y'=y+q)$ sarà uguale a $f+q$, ricordanto che $f=1/4a$ abbiamo: $1/4a-\Delta/4a = (1-\Delta)/4a$.

$$F(-b/2a; (1-\Delta)/4a).$$

Per determinare in modo univoco una parabola servono tre condizioni.