

La circumferència d'Apol·loni

RAMON NOLLA

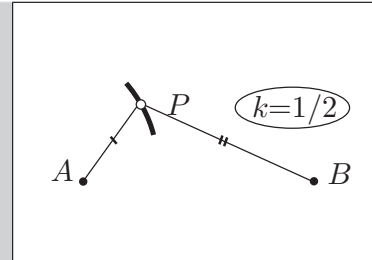
Departament de Matemàtiques

Institut Pons d'Icart

Es presenta una activitat que pretén introduir, amb el llenguatge de la geometria analítica, la circumferència que Apol·loni (s.III aC) estudià en la seva obra desapareguda *Llocs plans*. Aquest autor no en fou el descobridor perquè aquesta circumferència apareix en el tractat *Meteorològic* d'Aristòtil (s.IV aC).¹

P
R
O
J
E
C
T
E

Donats dos punts A i B i un nombre $k > 0$, es tracta de trobar l'equació del lloc geomètric dels punts P tals que $d(P, A) = k \cdot d(P, B)$. Tot seguit cal esbrinar quina figura descriu aquest lloc, primerament des de l'àlgebra i després fent una comprovació visual amb el programa GEOGEBRA. (Es mostra un gràfic per a $k = 1/2$.)



• Etapes del treball a lliurar sobre paper

- 1) Considereu el sistema de referència $\left\{ A, \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}, \vec{v} \right\}$ en què $\text{angle}(\vec{v}, \overrightarrow{AB}) = 90^\circ$ i $|\vec{v}| = 1$.
- 2) Plantegeu l'equació que han de satisfer els punts $P(x, y)$, tenint en compte que $A = (0, 0)$ i $B = (b, 0)$.
- 3) Transformeu aquesta equació en dues d'equivalents dels tipus:
 - (a) $x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$.
 - (b) $(x - a_1)^2 + (y - a_2)^2 = r^2$.
- 4) Descriviu quin és el lloc geomètric determinat per aquestes equacions.
- 5) Dibuixeu-ne dos exemples. Un per a $k = \frac{1}{3}$ i un altre per a $k = \frac{4}{3}$.

• Etapes del treball a lliurar per via telemàtica

Trameteu un document *CA_cognomalumne.ggb* amb la construcció de:

- 1) Dos punts lliscants per introduir els paràmetres k i b .
- 2) Els punts A i B .
- 3) El lloc obtingut mitjançant la introducció en la línia de comandaments de l'equació de l'apartat (3a).
- 4) Un punt P sobre el lloc i els segments PA i PB amb les etiquetes dels seus valors numèrics visibles.
- 5) Un text inserit en què es presenti i s'actualitzi l'expressió PA/PB i el seu resultat. Aquest haurà de coincidir amb el valor de k i així la solució quedarà comprovada.

¹Per a un estudi amb els elements de la geometria clàssica podeu consultar Nolla, R. [2005]. *Estudis i activitats sobre problemes clau de la història de la Matemàtica*, 226-229. SCM, Barcelona. Es pot despenjar de l'adreça <https://publicacions.iec.cat/Front/repository/pdf/00000044/00000093.pdf#page=246>