Los registros semióticos de representación en matemática

Oviedo, Lina Mónica, **Kanashiro**, Ana María.[1]
Bnzaquen, Mónica, **Gorrochategui**, Mónica (colaboradoras).[2]

Resumen

En este artículo se presenta el rol que juegan los distintos registros semióticos de representación en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática destacándose, además, la importancia del dominio de los mismos y la importancia que adquiere el uso de más de un registro de representación semiótica. Se pone en evidencia, además, la importancia que la creación y el desarrollo de sistemas semióticos nuevos se constituyen en símbolo de progreso de conocimientos.

Palabras clave: Registros – representación – semiótica – matemática – conocimientos

Abstract

Semiotic Registers of Representation in Mathematics

This article presents the role played by different semiotic registers of representation in mathematics teaching and learning; emphasizing, on one hand the importance of mastering them and on the other hand the using more than one semiotic register of representation. It demonstrates that the importance of the creation and development of new semiotic systems constitute symbol of knowledge progress.

Key words: registers – semiotic – representation – mathematics – knowledge.

Presentado: 19-9-11 | Aceptado: 15-4-12

[1] Facultad de Ingeniería Química y Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas. UNL
loviedo@fiq.unl.edu.ar | akanashi@fiq.unl.edu.ar
[2] E.E.M.P.I N° 8106 Don Bosco. Santa Fe.

Desarrollo

Representaciones semióticas

Según Raymond Duval (2004) el aprendizaje de la matemática es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Enseñar y aprender matemática conlleva que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión.

En la matemática encontramos distintos sistemas de escritura para los números, notaciones simbólicas para los objetos, escrituras algebraicas, lógicas, funcionales que se tornan en lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, gráficos cartesianos, redes, diagramas de barra, diagramas de torta, etc. Cada una de las actividades anteriores constituye una forma semiótica diferente, entendiéndose por tal a la actividad de formación de representaciones realizadas por medio de signos. El dominio de las operaciones necesarias para cambiar la forma mediante la cual se representa un conocimiento es primordial, ya que se constituye en una operación cognitiva básica que está muy relacionada con los tratamientos de comprensión y con las dificultades del aprendizaje conceptual. Esto puede ser la causa de obstáculos que sólo la coordinación de varios registros semióticos ayuda a remontarlos, y en consecuencia el dominio de la habilidad para cambiar de registro de cualquier representación semiótica en el aprendizaje de la matemática se torna fundamental.

En síntesis los conceptos matemáticos no son objetos reales y por consiguiente se debe recurrir a distintas representaciones para su estudio y para llevarlo a cabo resulta importante tener en cuenta que las mismas no son el objeto matemático en sí, sino que ayudan a su comprensión. Si no se distingue el objeto matemático (números, funciones, rectas, triángulos, etc.) de sus representaciones (escritura decimal o fraccionaria, gráficos, trazados de figuras, etc.) no puede haber comprensión en matemática.

Por otra parte, las representaciones semióticas no deben confundirse con las representaciones mentales es decir con el conjunto de imágenes y concepciones que un individuo puede tener acerca de un objeto, una situación y sobre todo lo asociado al mismo.

En matemática las representaciones semióticas son importantes tanto para los fines de comunicación como para el desarrollo de la actividad matemática. El tratamiento de los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado. Cuando realizamos cálculos numéricos vemos que existe una dependencia del sistema de escritura elegida: escritura decimal, escritura fraccionaria, escritura binaria, etc. Los tratamientos matemáticos no pueden llevarse a cabo prescindiendo de un sistema semiótico de representación. La función de tratamiento solo la pueden llevar a cabo las representaciones semióticas y no las representaciones mentales. *"La utilización de representaciones semióticas es primordial para la actividad matemática y para serle intrínseca"* (Duval- 2004).

El progreso de los conocimientos va acompañado por la creación y desarrollo de sistemas semióticos nuevos y específicos que coexisten con el primero de ellos, este es, la lengua natural.

Semiótica y Noética

Resulta conveniente analizar la diversidad de vías de accesos a un problema propuesto y la multiplicidad cognitiva de los alumnos en una misma clase, en consecuencia se torna importante estudiar las condiciones de organización de los cambios de registros a los fines del aprendizaje.

El interés fundamental para los investigadores en didáctica de la matemática, es la adquisición, por parte del alumno, del concepto matemático, lo que se denomina noética. Ahora bien, no hay noética sin semiótica, es la semiótica la que determina las condiciones de posibilidad y de ejercicio de la noética. Es decir no habrá aprendizaje sin el recurso de varios sistemas semióticos de representación lo que implica la coordinación entre los mismos por parte de los alumnos.

El pasaje de un sistema de representación a otro o la puesta en juego simultánea de varios sistemas de representación en el desarrollo de una clase no resulta, para nada, evidente o espontáneo para nuestros alumnos. En general les cuesta reconocer el mismo objeto a través de sus representaciones en distintos registros semióticos.

Cada concepto matemático:

- no es un objeto real.
- está obligado a utilizar representaciones de distintas naturaleza.

En matemática se habla de "objetos matemáticos" y no de "conceptos".

Por lo tanto el objeto matemático por conceptualizar no es un objeto real (no es una cosa según el sentido de Aristóteles) y en consecuencia no existe accesibilidad objetiva a la percepción, por esta causa surge la necesidad de recurrir a signos concretos para representarlos.

La actividad matemática se realiza sobre los objetos y sobre los representantes surgiendo así la paradoja del pensamiento matemático. La misma consiste en:

Las representaciones semióticas posibilitan la actividad sobre los objetos matemáticos pero el aprendizaje de los objetos matemáticos es un aprendizaje conceptual:

1. El que aprende puede confundir los objetos matemáticos con sus representaciones semióticas.
2. Pero por otra parte ¿cómo se logra el dominio de los tratamientos matemáticos, ligados a las representaciones semióticas si no tienen ya un aprendizaje conceptual de los objetos matemáticos?

Según Duval (1993) la adquisición conceptual de un objeto matemático se basa sobre dos de sus características **fuertes**:
• el uso de más de un registro de representación semiótica,
• la creación y el desarrollo de sistemas semióticos nuevos se constituye en símbolo de progreso de conocimiento.

Representaciones semióticas y registros semióticos

Según Duval (1998), *un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiósis:*
1) La presencia de una representación identificable.
2)El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada...
3) La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial...". Es decir con dos tipos de registros disímiles, con diferentes representaciones.
Designemos por:

r^m =registro semiótico m-ésimo, con m = 1, 2, 3,...
R^m_i (A)= representación semiótica i-ésima (i= 1, 2, 3...) de un objeto A en el registro semiótico r^m.
Si se produce un cambio de registro semiótico también se modifica la representación semiótica, en cambio si se produce un cambio de representación semiótica no necesariamente cambia el registro.
Distintas representaciones semióticas de un mismo concepto, ejemplos:
Concepto: **Número Fraccionario**
Registro semiótico r^1: ***lenguaje común***
Representación semiótica R^1_1: un cuarto.
Representación semiótica R^1_2: la mitad de la mitad.
Registro semiótico r^2: ***lenguaje aritmético***
Representación semiótica R^2_1: $\frac{1}{4}$ (escritura fraccionaria)
Representación semiótica R^2_2: 0,25 (escritura decimal)

Representación semiótica R^2_3 : 25×10^{-2} (escritura exponencial).

Registro semiótico r^3: ***lenguaje algebraico***

Representación semiótica R^3_1: $\{x \in Q^+ / 4x\text{-}1 = 0\}$ (escritura conjuntista).

Representación semiótica R^3_2: $y = f(x)$: $x \rightarrow \frac{x}{4}$ (escritura funcional).

Registro semiótico r^4: ***esquemas gráficos***

Representación semiótica R^4_1: 

Representación semiótica R^4_2: 

Existen otros registros y otras Representaciones para este objeto, trate de encontrar algunas.

Veamos un ejemplo en donde se abordan las nociones de Tratamiento y Conversión:

Tratamiento: $\frac{1}{4} \rightarrow 0{,}25 \rightarrow 25 \times 10^{-2}$ (Distintas representaciones en lenguaje aritmético)

Conversión: $25 \times 10^{-2} \rightarrow \{x \in Q^+ / 4x\text{-}1 = 0\}$ (de Registro aritmético a Registro algebraico).

Concepto: **Función Lineal**

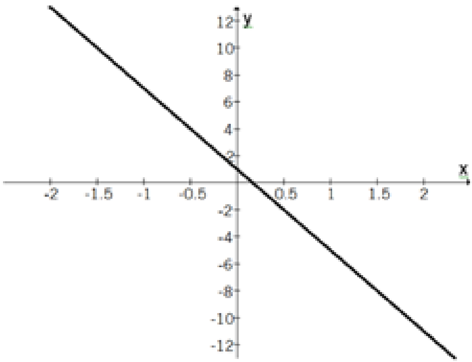
Registro semiótico r^1: ***lenguaje algebraico***

Representación semiótica R^1_1: $\{(x, y) / y = -6x + 1, x \in R\}$ (escritura conjuntista).

Representación semiótica R^1_2: $y = f(x)$: $x \rightarrow -6x + 1$ (escritura funcional).

Registro semiótico r^2: ***esquema gráfico***

Representación semiótica R^2_1:



Registro semiótico r^4: ***lenguaje coloquial***

Representación semiótica R^4_1: Una recta de pendiente -6 y ordenada al origen 1.

Representación semiótica R^4_2: a la variable y se le asigna el valor de la variable x multiplicada por -6 y sumado 1.

Representación semiótica R^4_3: Es la recta que corta al eje y en 1 y al eje x en $\frac{1}{6}$

Se presenta, a continuación, la siguiente actividad para introducir el concepto de límite funcional en la escuela secundaria en la Bibliografía *El concepto de Límite* correspondiente al Capítulo 1 del libro 5 de la Serie de Libros Temáticos de Matemática: Análisis 1 de S. V. Altman, C. R. Comparatore y L. E. Kurzrok- Editorial Longseller- Año 2003- Págs. 11 a 34, utilizada por alumnos de Quinto Año en la E.E.M.P.I Nº 8106 Don Bosco de la ciudad de Santa Fe.

Problema 1

Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x+2}$ y se pide:

1. hallar dominio de la misma.
2. completar una tabla para valores cada vez más cercanos a -2, por izquierda y derecha.
3. extraer conclusiones de la tabla.
4. realizar un gráfico aproximado de la función.

A continuación se desarrolla la resolución del problema planteado, se introduce la idea de límite que se concreta con la definición no formal del mismo, para ello pasa directamente del ejemplo cuando "x tiende a 2" a la generalización cuando "x tiende a x_0".

A partir del gráfico realizado se efectúa un análisis del mismo, se introduce el concepto de entorno para trabajar, posteriormente, alrededor del valor del límite y del valor de x_0 para llegar a la definición formal de límite en términos de Épsilon y Delta.

A partir del ejemplo, concluye que hablar del límite de una función en x_0, no significa calcular la imagen de la misma en ese punto.

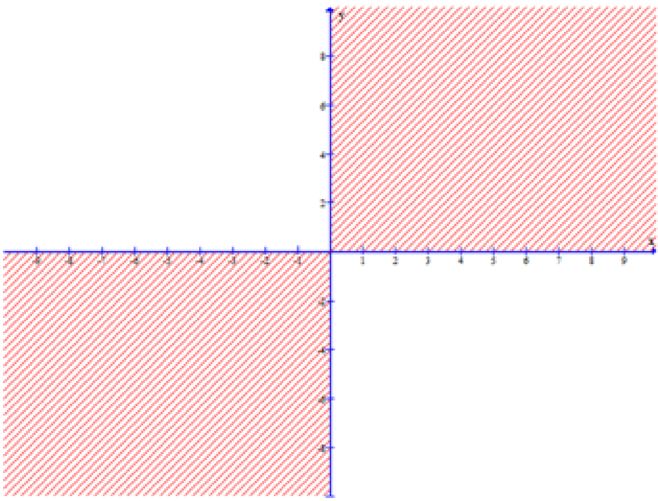
La secuencia de actividades está planteada de la siguiente manera:

Registro Algebraico → Registro Tabular → Registro Gráfico → Registro Lenguaje Natural → Registro Gráfico → Registro Algebraico.

La utilización de distintos registros puede facilitar que el tratamiento del tema no presente mayores dificultades para ser comprendido por parte del alumno.

Otro ejemplo interesante acerca de las representaciones semióticas: es el siguiente:

Escriba distintas representaciones semióticas del siguiente concepto dado en el registro semiótico r^1: esquema gráfico.



En un curso para Profesores de matemática que parte de este equipo dictó hace dos años la respuesta más común ante este ejercicio(sobre un total de 40 alumnos, el 80% de los mismos) fue ¼ o ½, la mitad de, la dos cuartas partes de..

A modo de reflexión surgen las siguientes consideraciones:

Al hablar de las distintas representaciones se debe manifestar lo que se expresa del objeto matemático, por ejemplo:

a- Las regiones del plano cartesiano en donde x e y presentan el mismo signo.

b- El producto de xy es siempre positivo.

2. ¿Qué significado tienen ¼ o ½ al hablar de regiones del plano? ¿¼ de infinito? ¿1/2 del plano? Estas expresiones no corresponden en este caso..

Conclusiones

El trabajo con distintos registros semióticos y diferentas representaciones es indispensable para el aprendizaje de la matemática pero no es una tarea natural para los alumnos. Es aquí donde presentan las mayores dificultades.

Habitualmente los libros de textos, en general, nos ofrecen, para el tratamiento de temas matemáticos, un predominio del escenario algebraico con algunos indicios de enfoques numérico y geométrico. Esto trae como consecuencia que se tenga una visión parcial del tema considerado pues para comprenderlo totalmente se necesita establecer articulaciones entre los diferentes registros.

Consideramos que los docentes debemos hacer hincapié en los distintos registros y sus representaciones, en el tratamiento de los mismos y en la conversión de un registro en otro. Esta tarea no es sencilla pero tampoco resulta imposible.

Bibliografía

Altman, Comparatore y Kurzrok. 2003. Libro 5 de la Serie de Libros Temáticos de Matemática: Análisis 1. Editorial Longseller.

D´Amore, B. 2006. Didáctica de la Matemática. Cooperativa Editorial Magisterio. Bogotá. Colombia.

D´Amore, B. 1997. Problemas. Pedagogía y Psicología de la Matemática en la actividad de resolución de problemas. Editorial Síntesis-España.

Duval, R. 2004. Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales. Universidad del Valle, Colombia.