Ruimtemeetkunde

www.karelappeltans.be

November 24, 2023

Contents

1 Vectoren

1.1 Vectoren in 2D

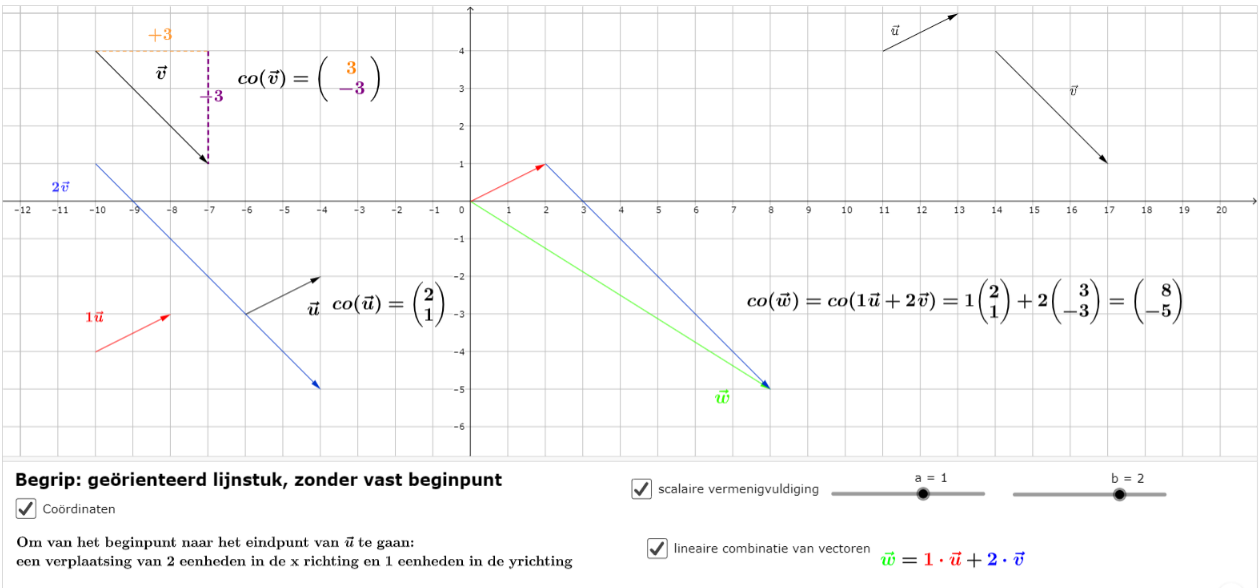


Figure 1: https://www.geogebra.org/m/cRmm4Ez4

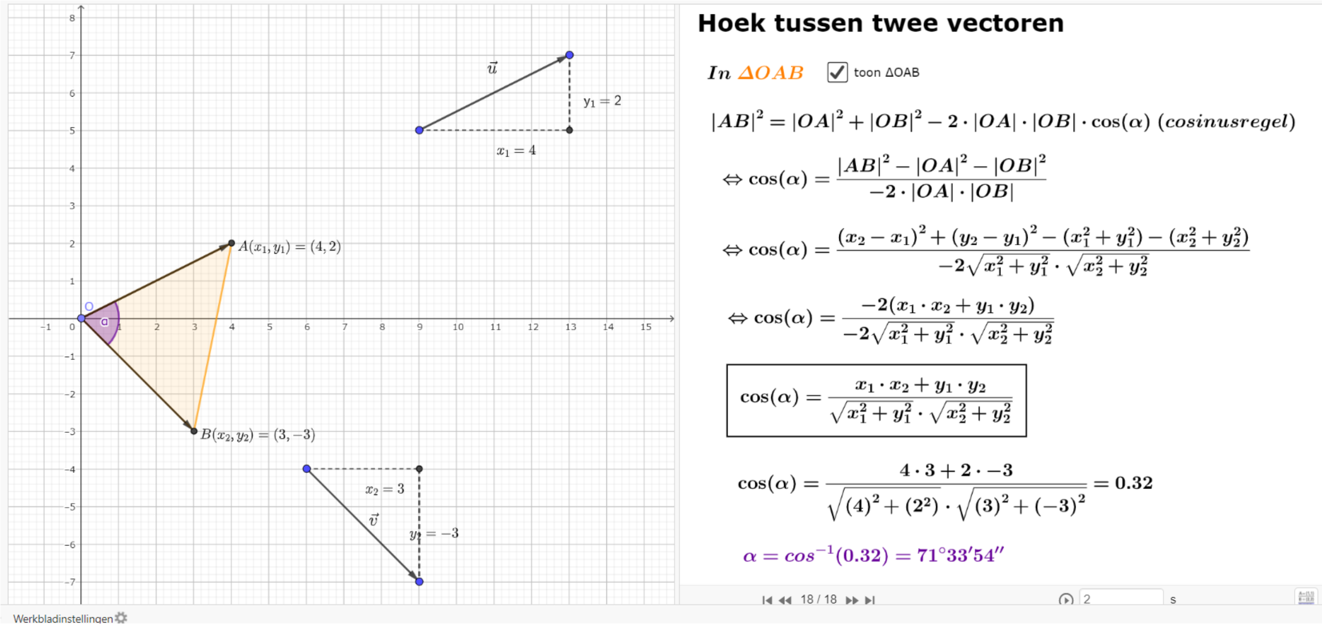


Figure 2: https://www.geogebra.org/m/cRmm4Ez4

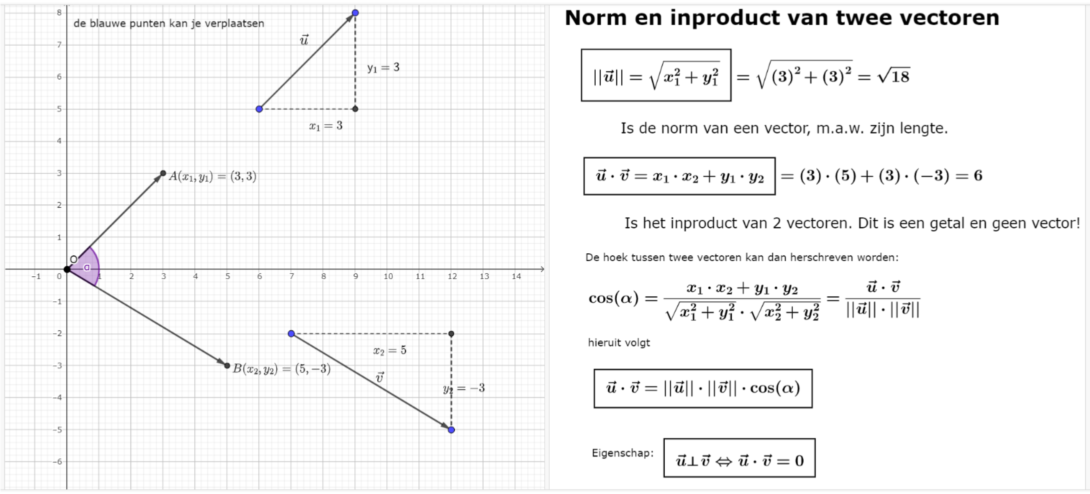


Figure 3: https://www.geogebra.org/m/cRmm4Ez4

1.2 Punt in 3D

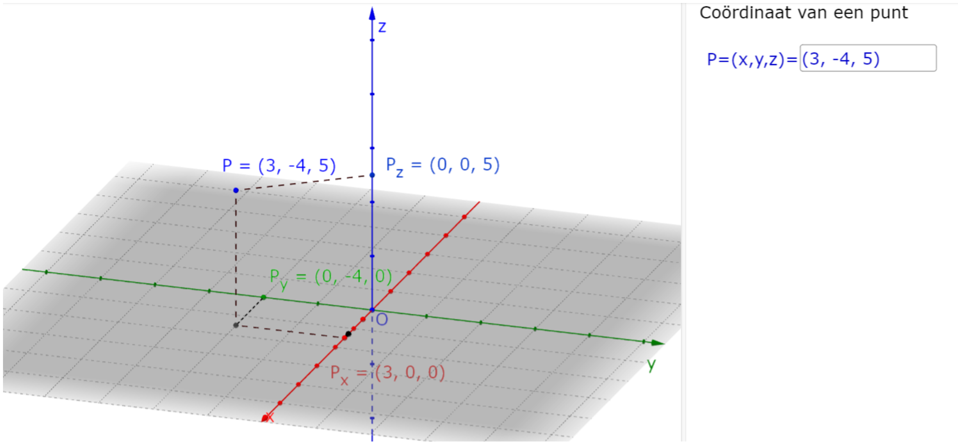


Figure 4: https://www.geogebra.org/m/Up7HKEmg

1.3 Vectoren in 3D

1.3.1 puntvector

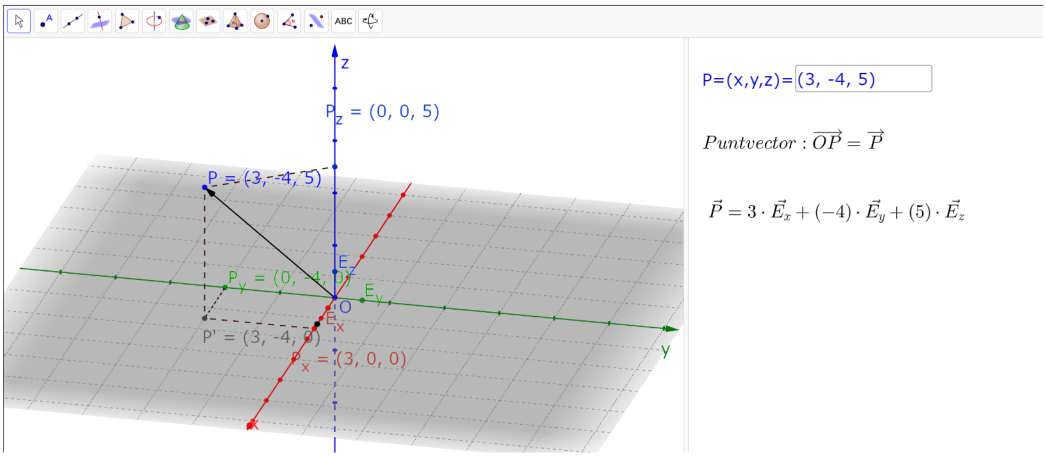


Figure 5: https://www.geogebra.org/m/Up7HKEmg

1.3.2 willekeurige vector

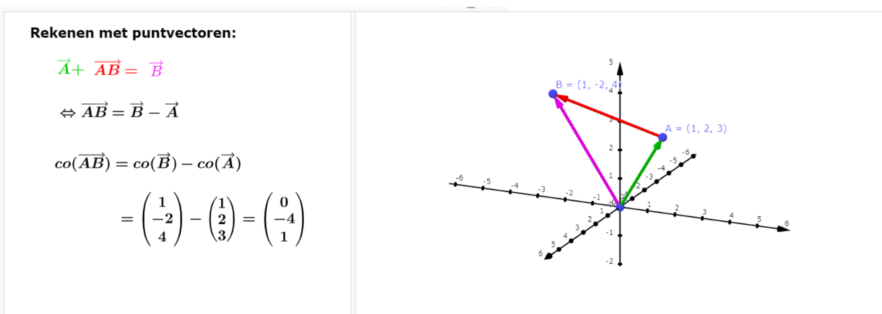


Figure 6: https://www.geogebra.org/m/msnt9fvp

1.4 norm en scalair product

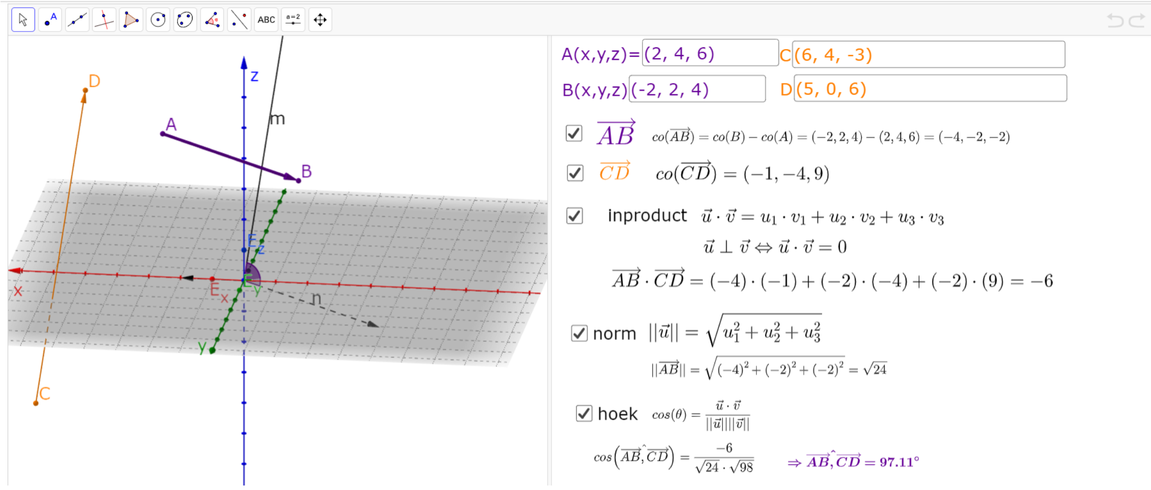


Figure 7: https://www.geogebra.org/m/Up7HKEmg

2 vectorruimte

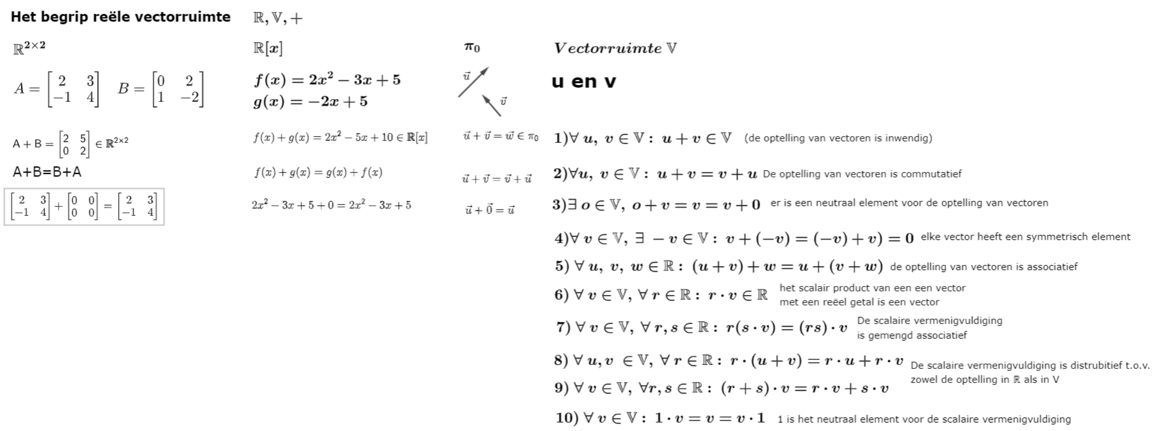


Figure 8: https://www.geogebra.org/m/fgsz7ma5

3 rechte

3.1 vergelijking rechte in 2D

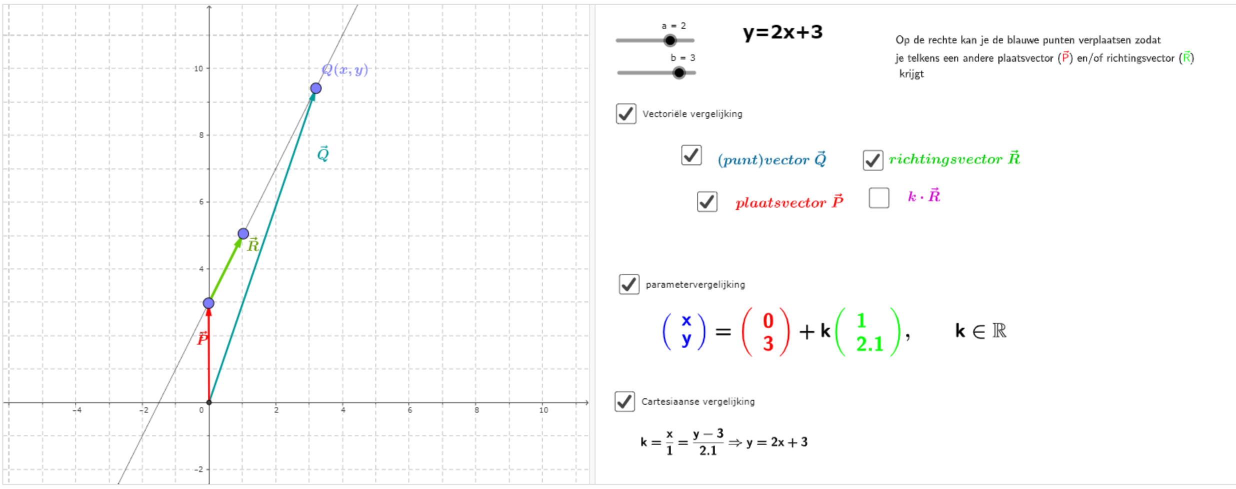


Figure 9: https://www.geogebra.org/m/vzmgsnny

3.2 situatie in 3D

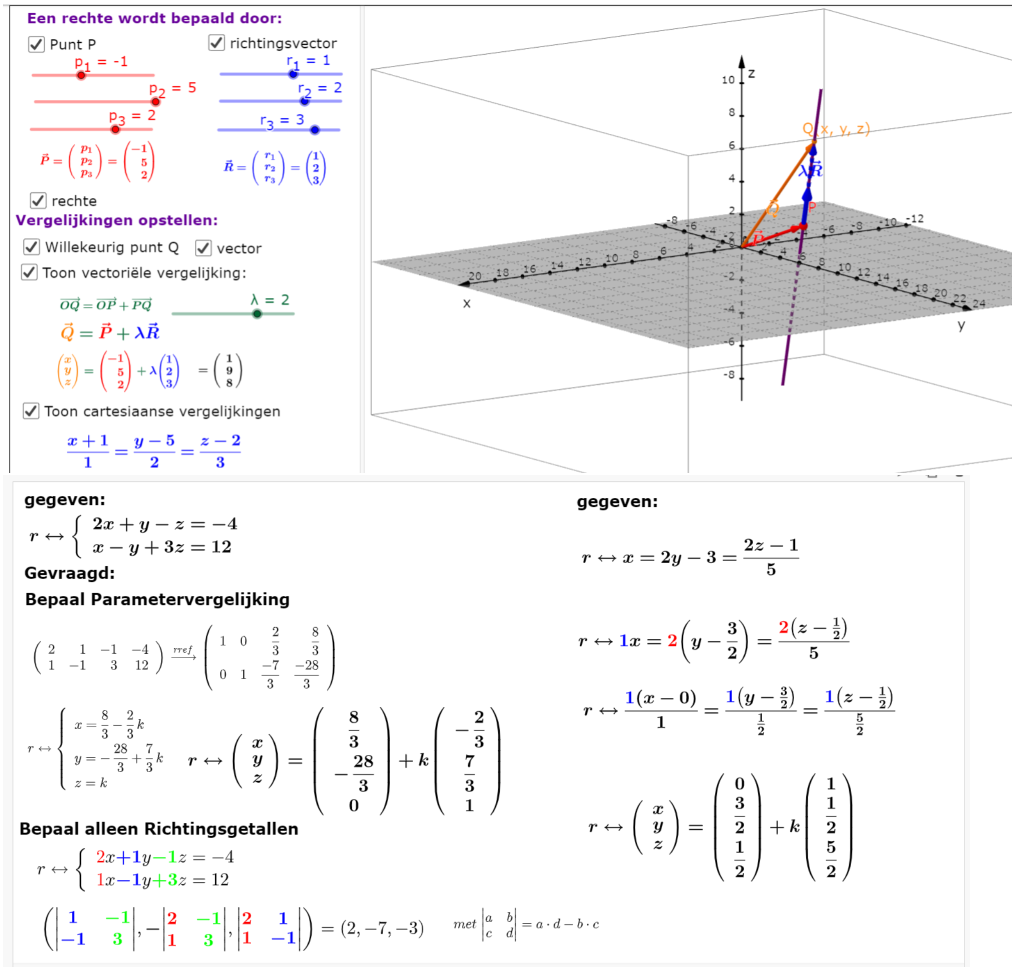


Figure 10: https://www.geogebra.org/m/h2NSnEu4

3.3 onderlinge stand twee rechten

3.3.1 mogelijke gevallen

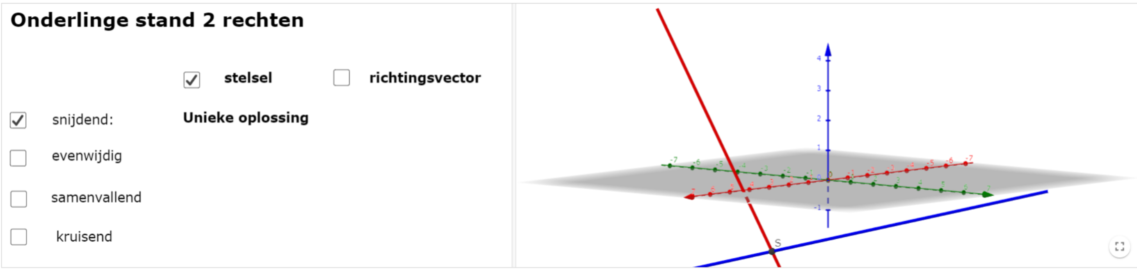


Figure 11: https://www.geogebra.org/m/tmzxrbbh

3.3.2 snijdende rechten

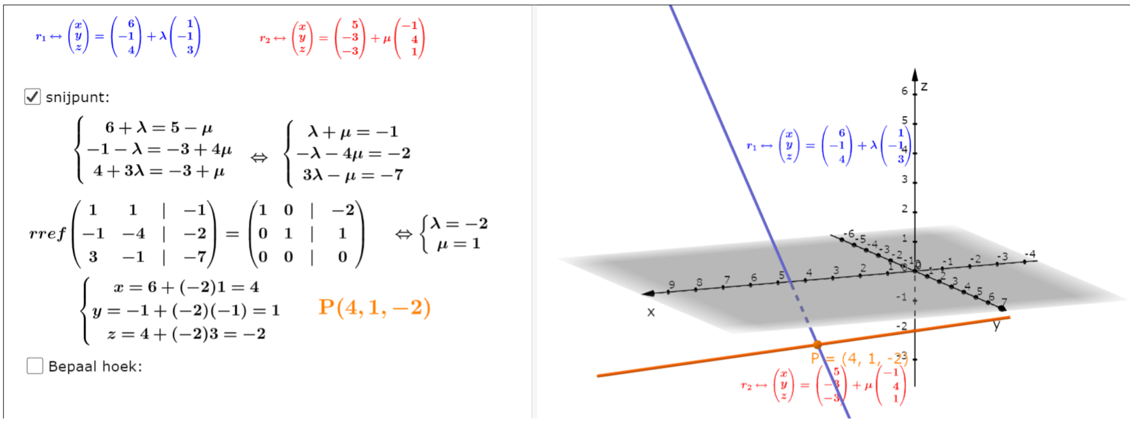


Figure 12: https://www.geogebra.org/m/tmzxrbbh

4 vlak

4.1 begripsvorming

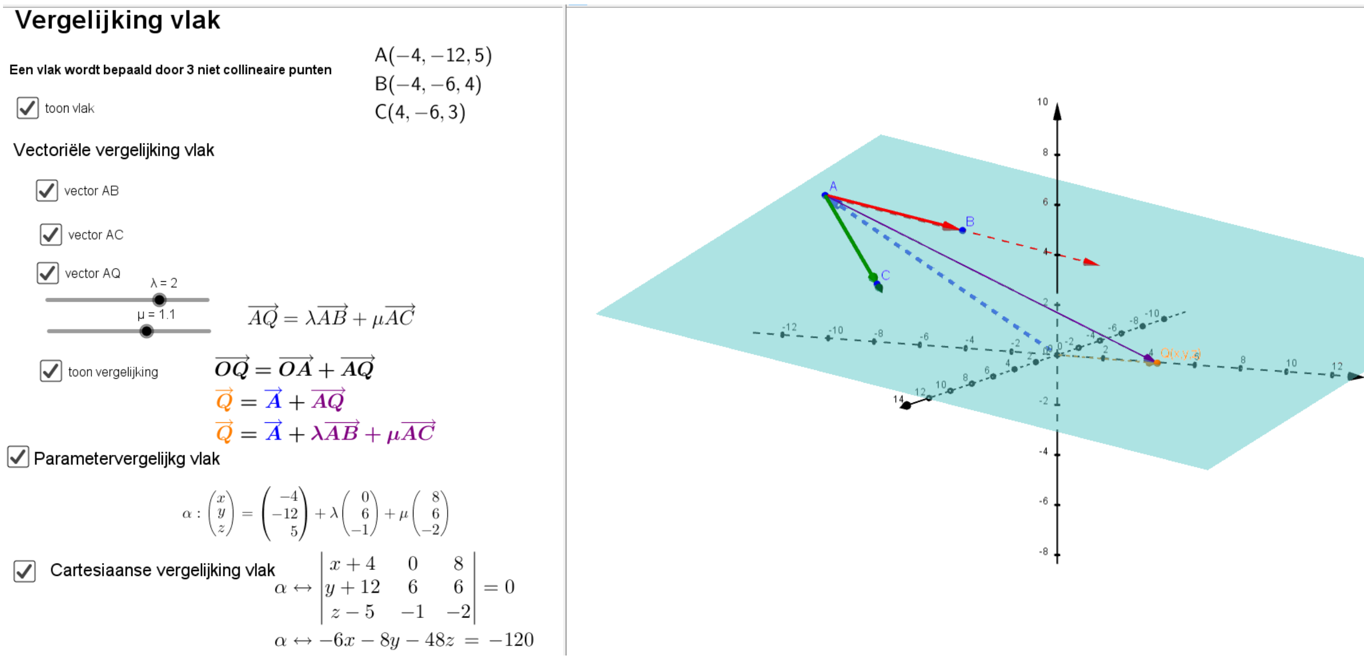


Figure 13: https://www.geogebra.org/m/tyxzar6k

4.2 onderlinge stand twee vlakken

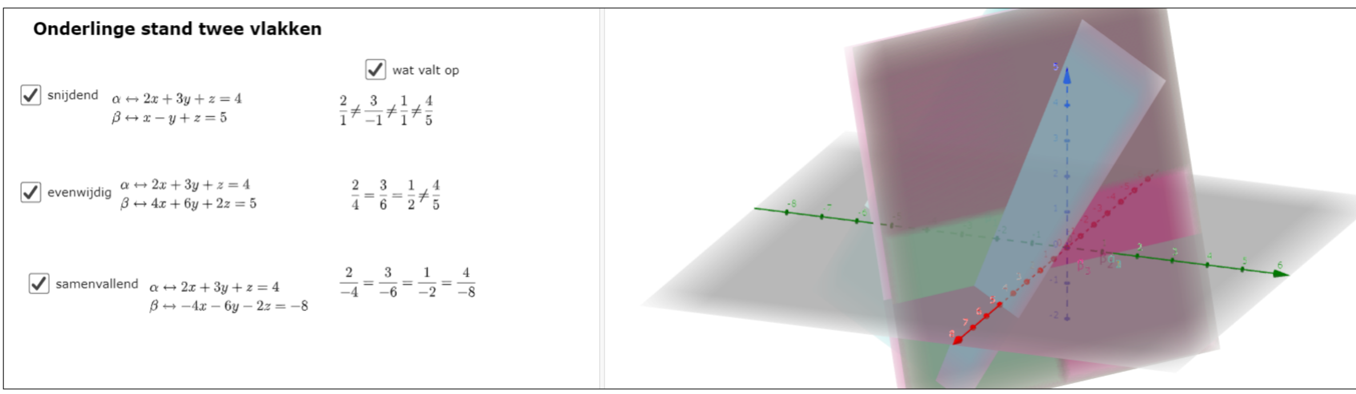


Figure 14: https://www.geogebra.org/m/r3tjnhga

4.3 vlakkenwaaier

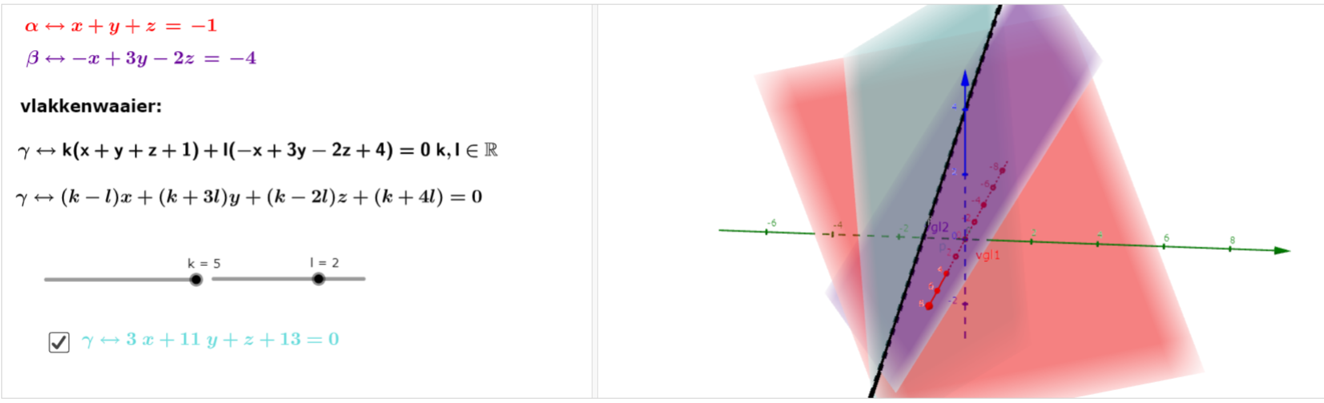


Figure 15: https://www.geogebra.org/m/zkqecuwg

4.4 onderlinge stand rechte en vlak

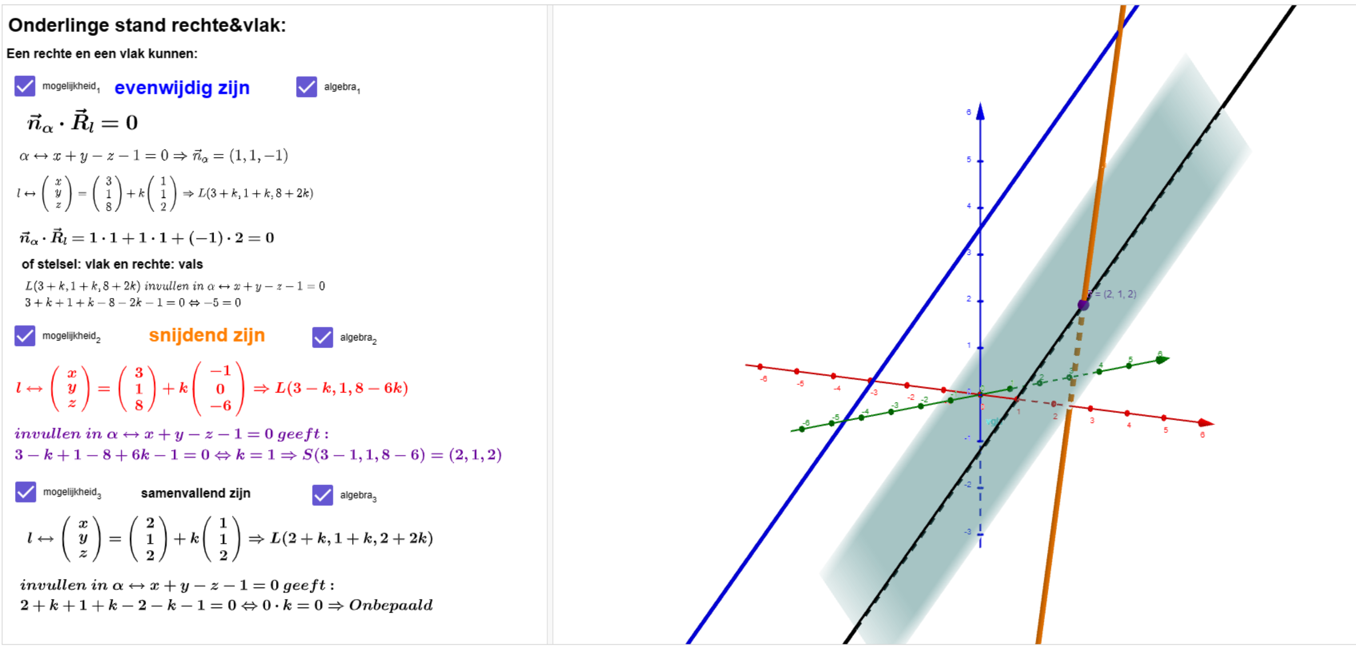


Figure 16: https://www.geogebra.org/m/qpjszrty

5 loodrechte stand

5.1 norm&scalair product van twee vectoren

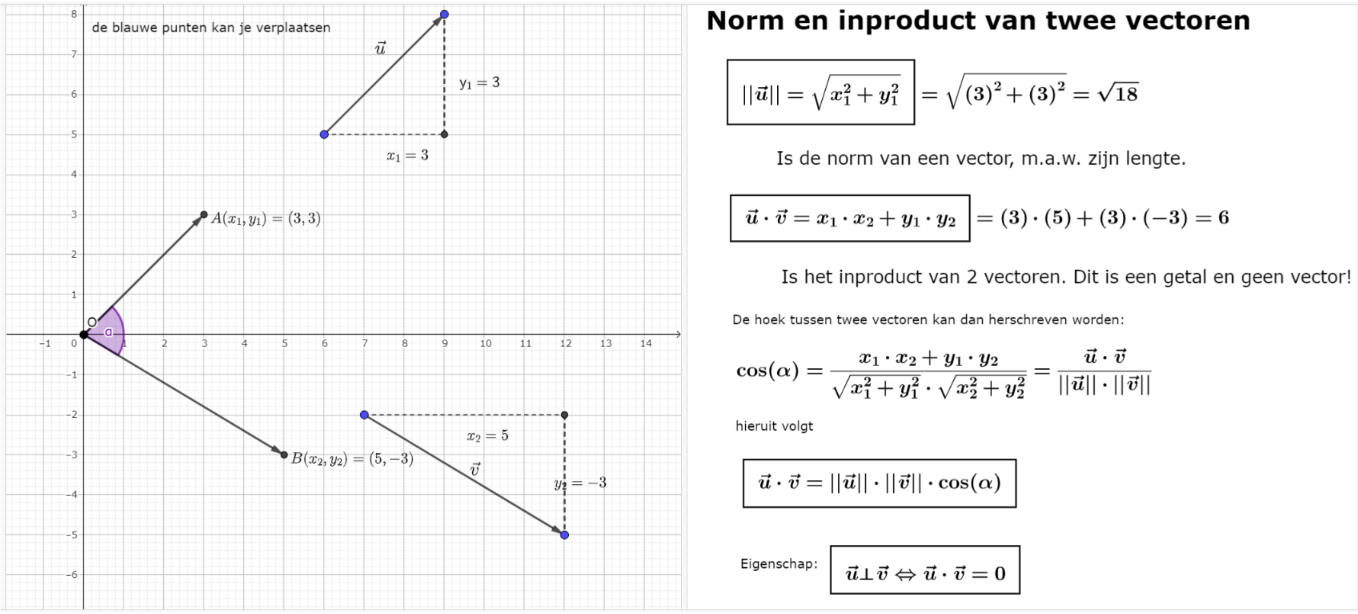


Figure 17: https://www.geogebra.org/m/Up7HKEmg

5.2 loodrechte stand van twee rechten

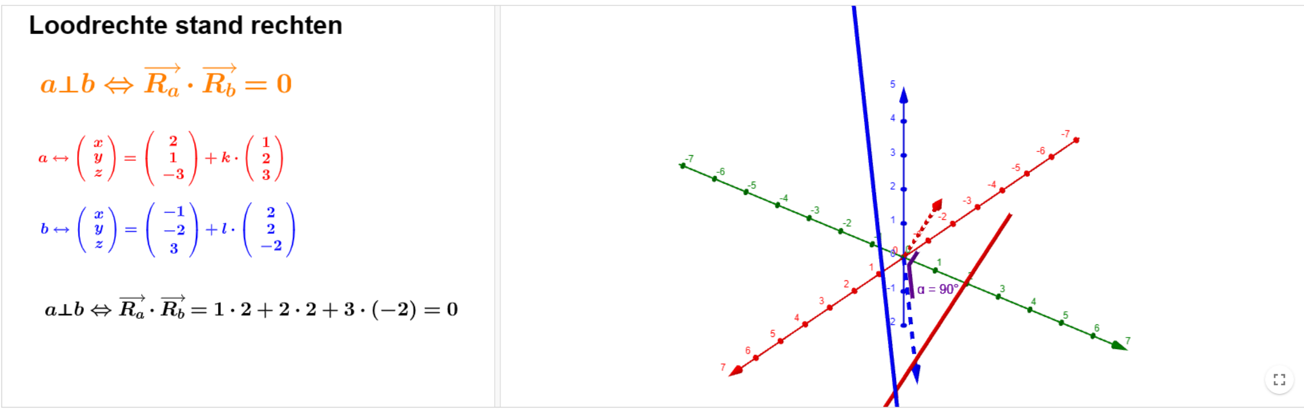


Figure 18: https://www.geogebra.org/m/furru9tk

5.3 normaalvectoren van vlakken

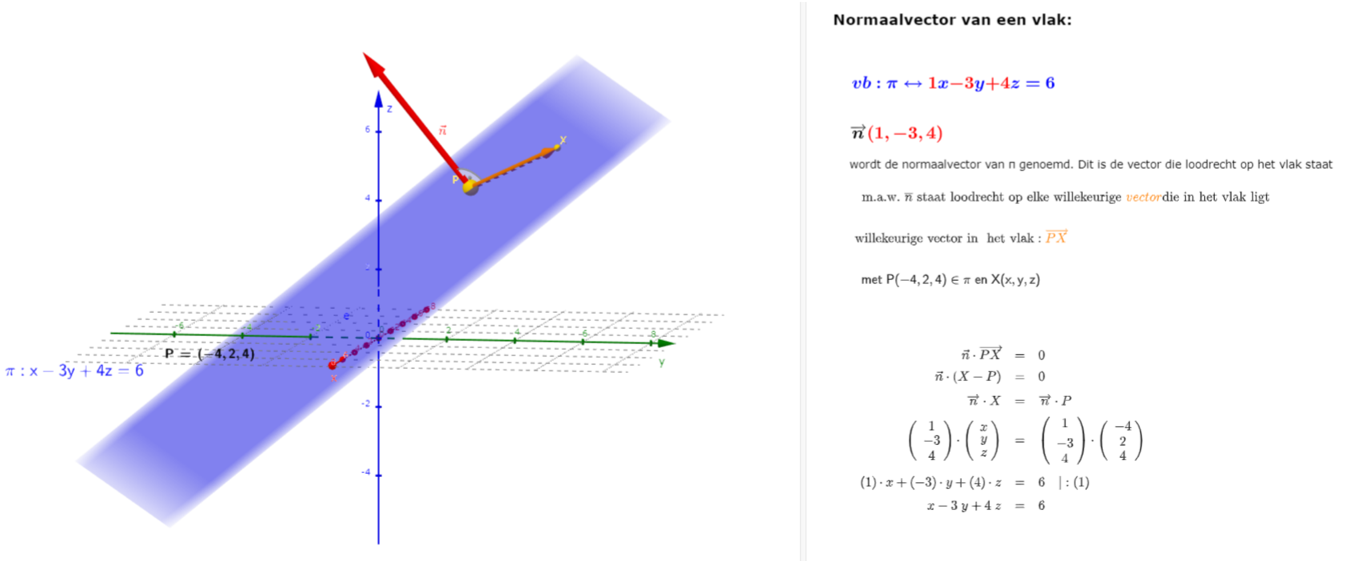


Figure 19: https://www.geogebra.org/m/tyxzar6k

5.4 loodrechte stand van twee vlakken

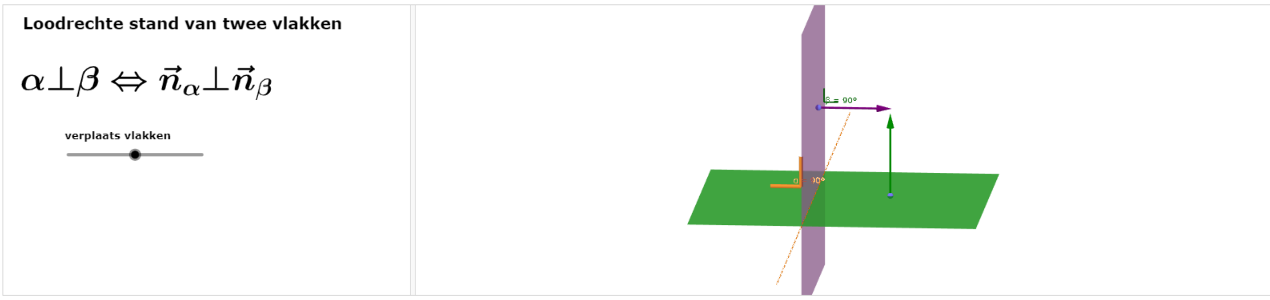


Figure 20: https://www.geogebra.org/m/r3tjnhga

6 afstanden

6.1 afstand tussen twee punten

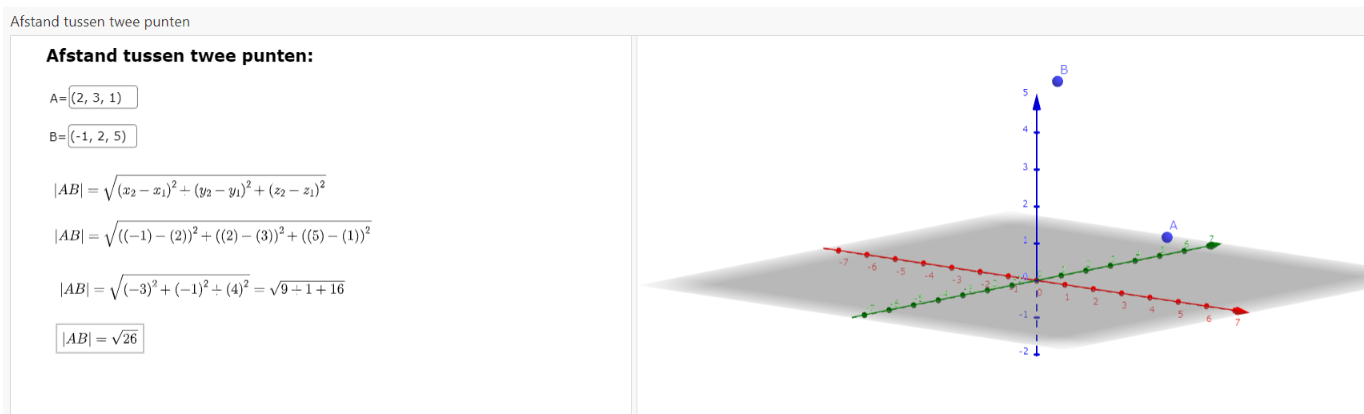


Figure 21: https://www.geogebra.org/m/a7fx9aqv

6.2 afstand tussen punt en rechte

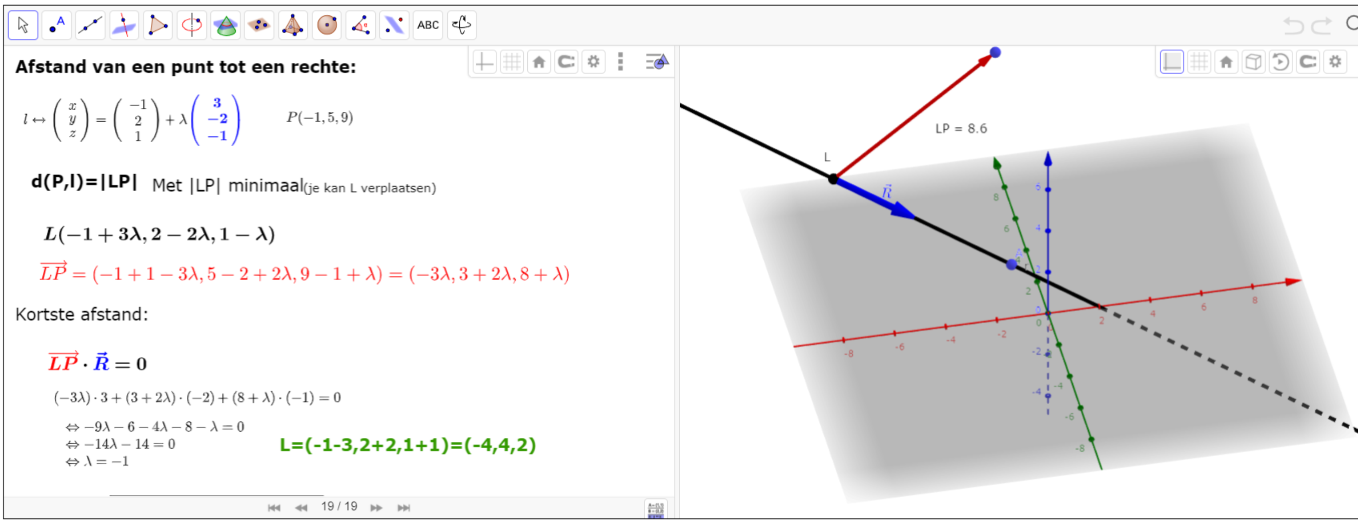


Figure 22: https://www.geogebra.org/m/a7fx9aqv

6.3 afstand tussen twee kruisende rechten

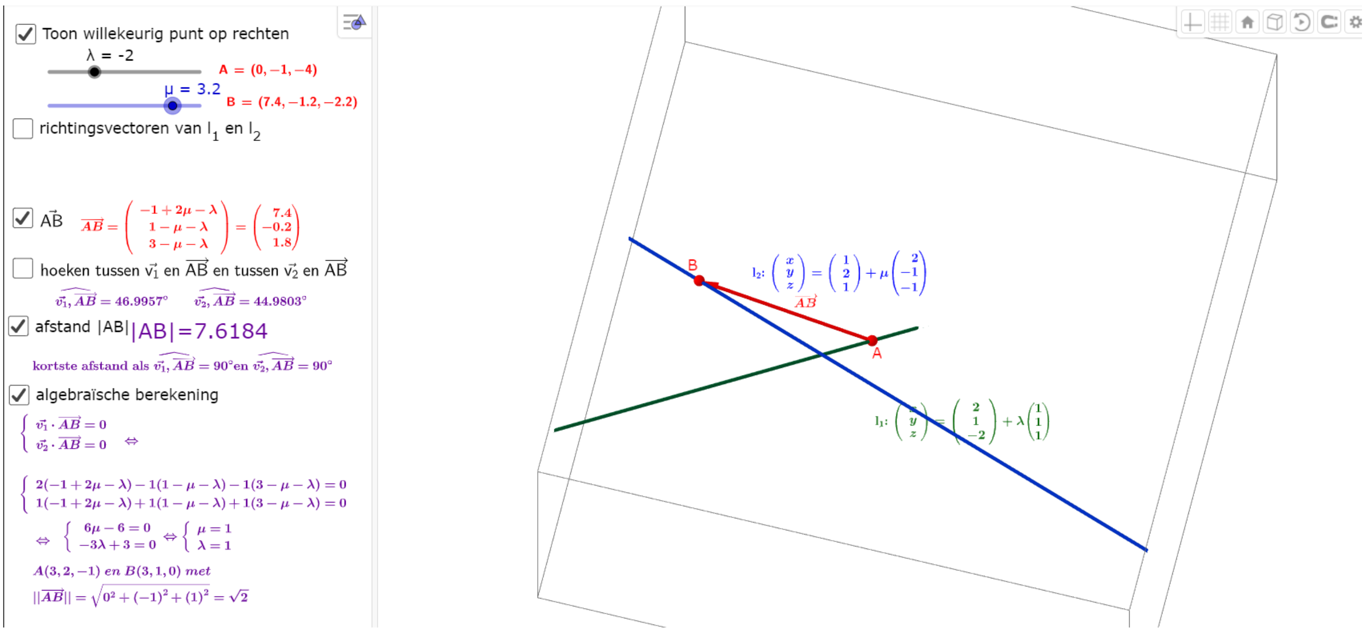


Figure 23: https://www.geogebra.org/m/a7fx9aqv

6.4 afstand tussen punt en vlak

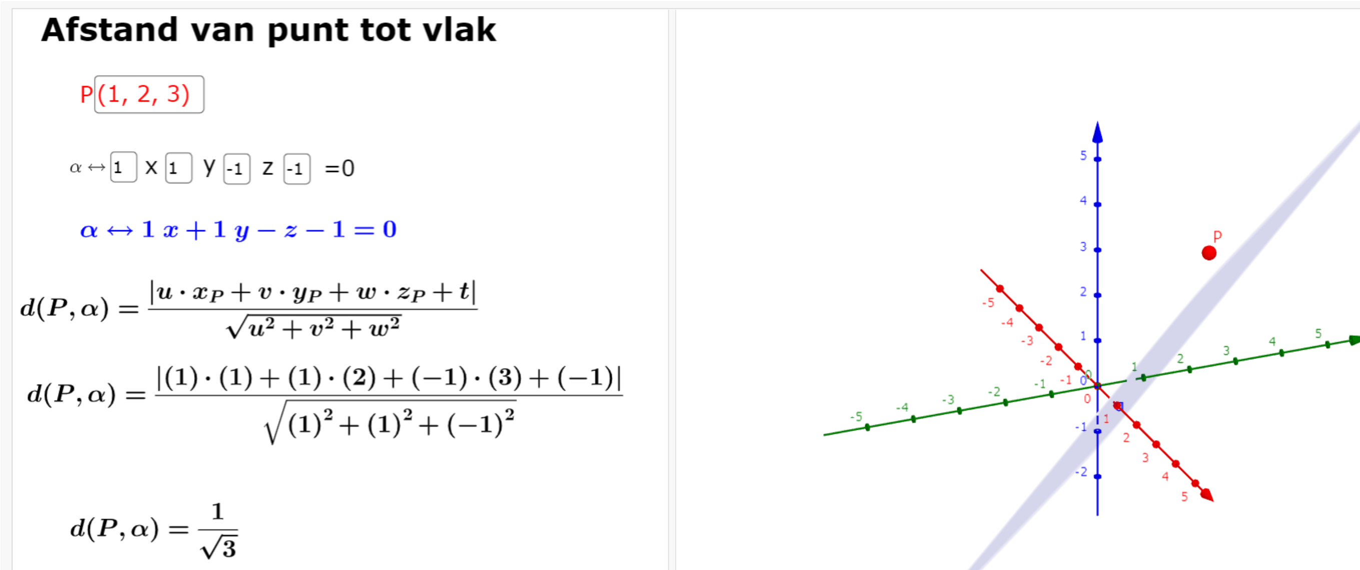


Figure 24: https://www.geogebra.org/m/a7fx9aqv

7 hoeken

7.1 tussen 2 rechten

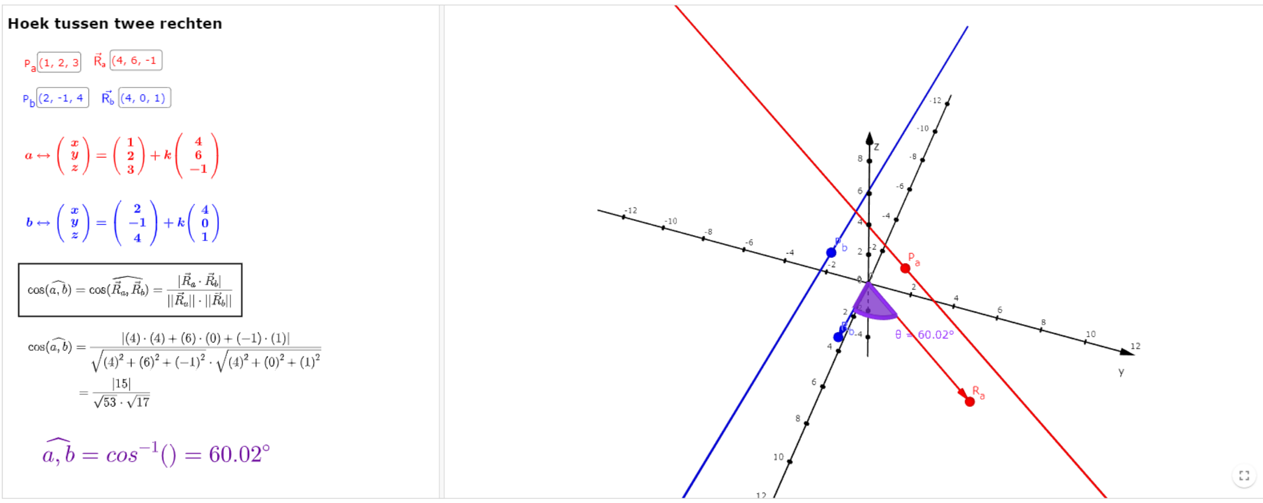


Figure 25: https://www.geogebra.org/m/furru9tk

7.2 tussen 2 snijdende vlakken

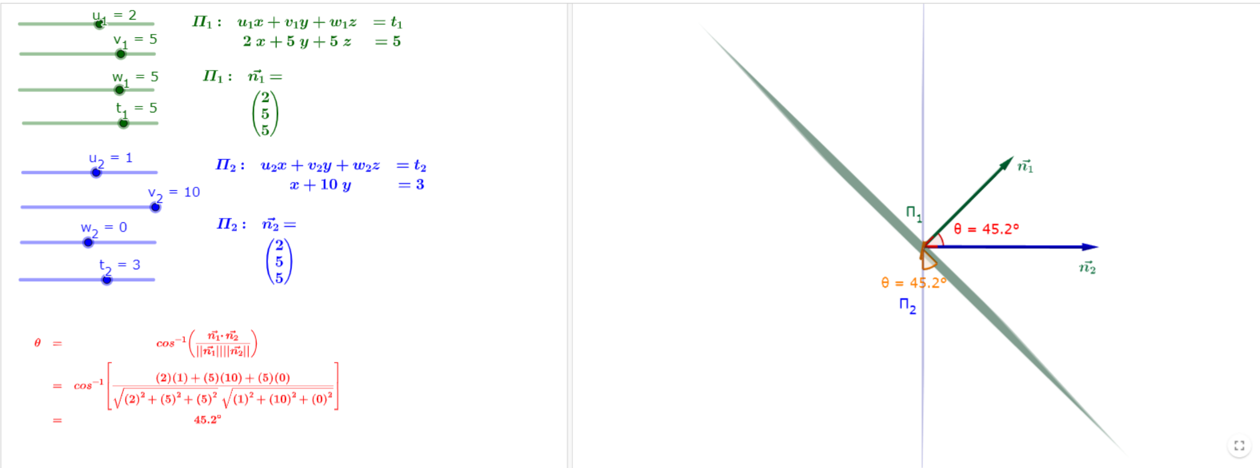


Figure 26: https://www.geogebra.org/m/r3tjnhga

7.3 tussen een rechte en een vlak

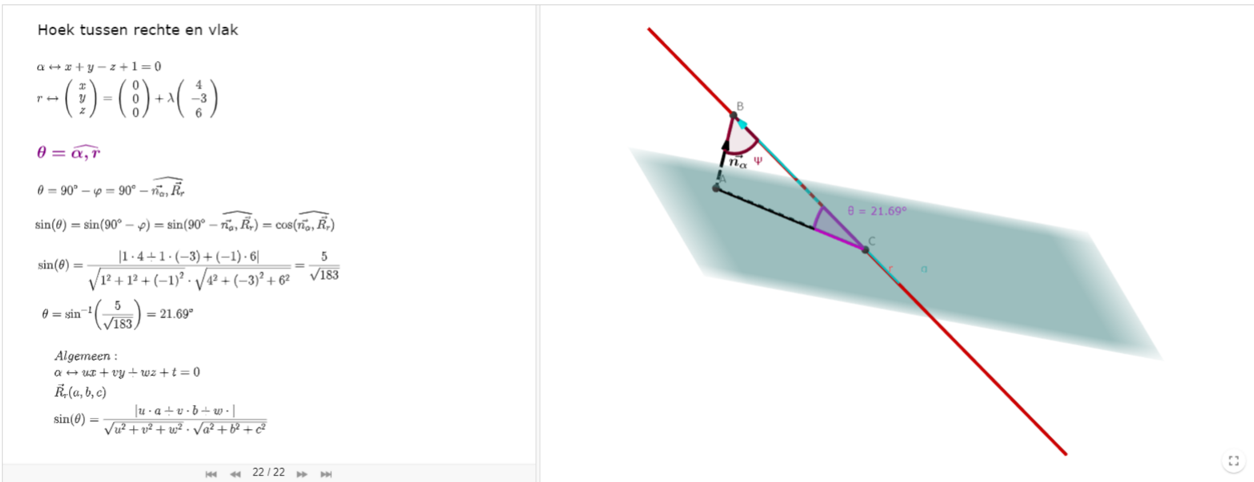


Figure 27: https://www.geogebra.org/m/qpjszrty

8 meetkundige plaatsen

8.1 bollen

Figure 28: https://www.geogebra.org/m/jsffxvqd

8.2 middelloodvlakken

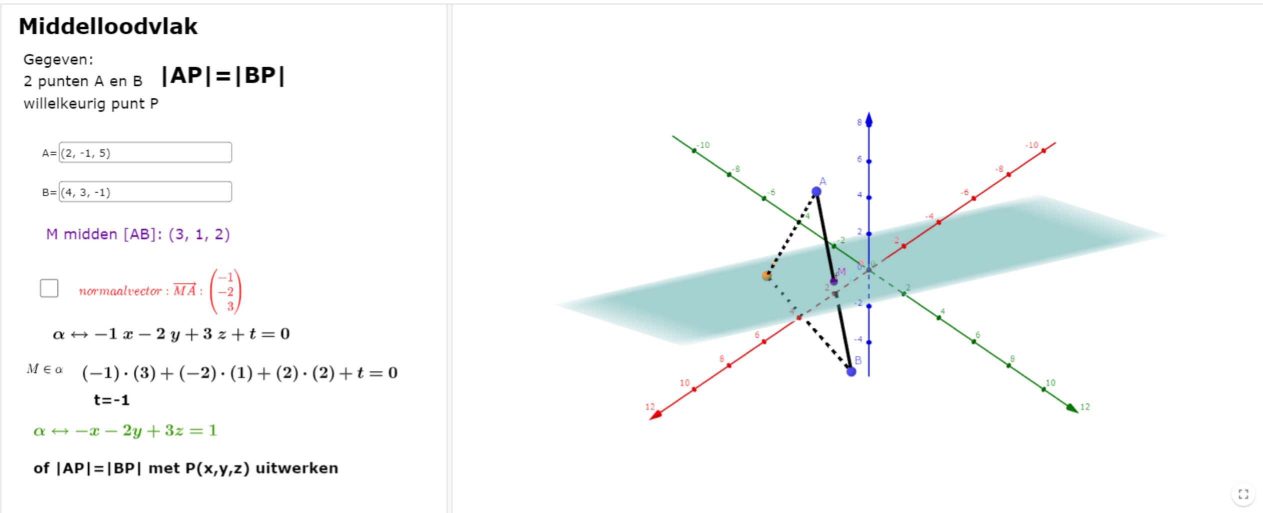


Figure 29: https://www.geogebra.org/m/jsffxvqd

8.3 bissectorvlakken

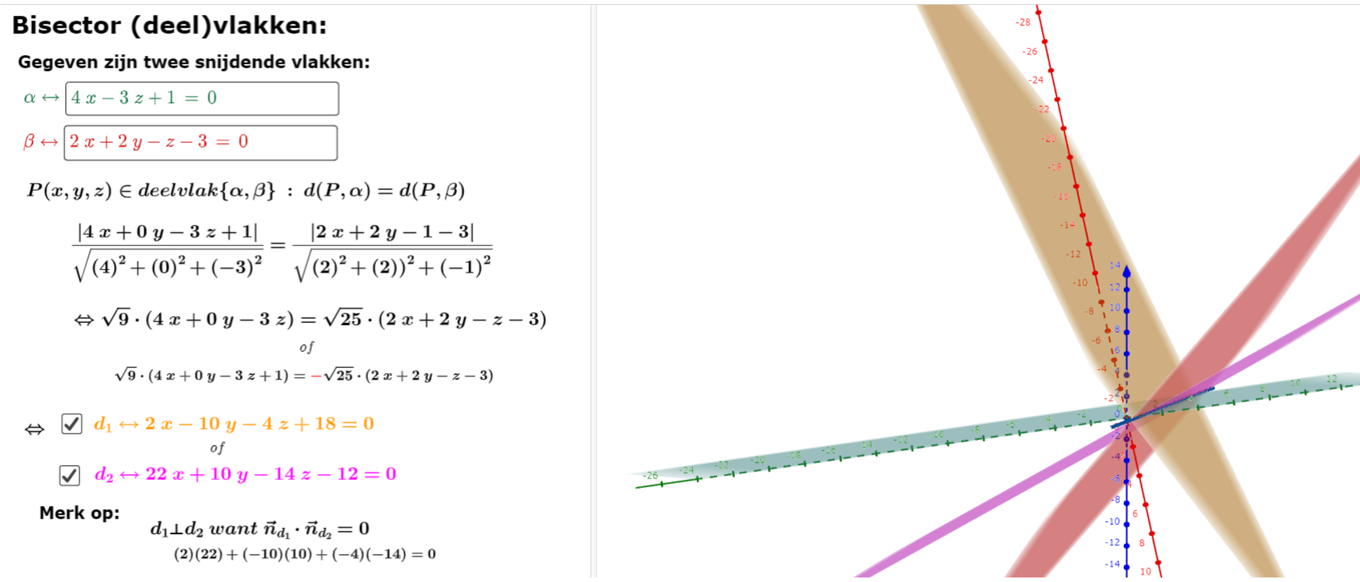


Figure 30: https://www.geogebra.org/m/jsffxvqd

8.4 zadeloppervlak

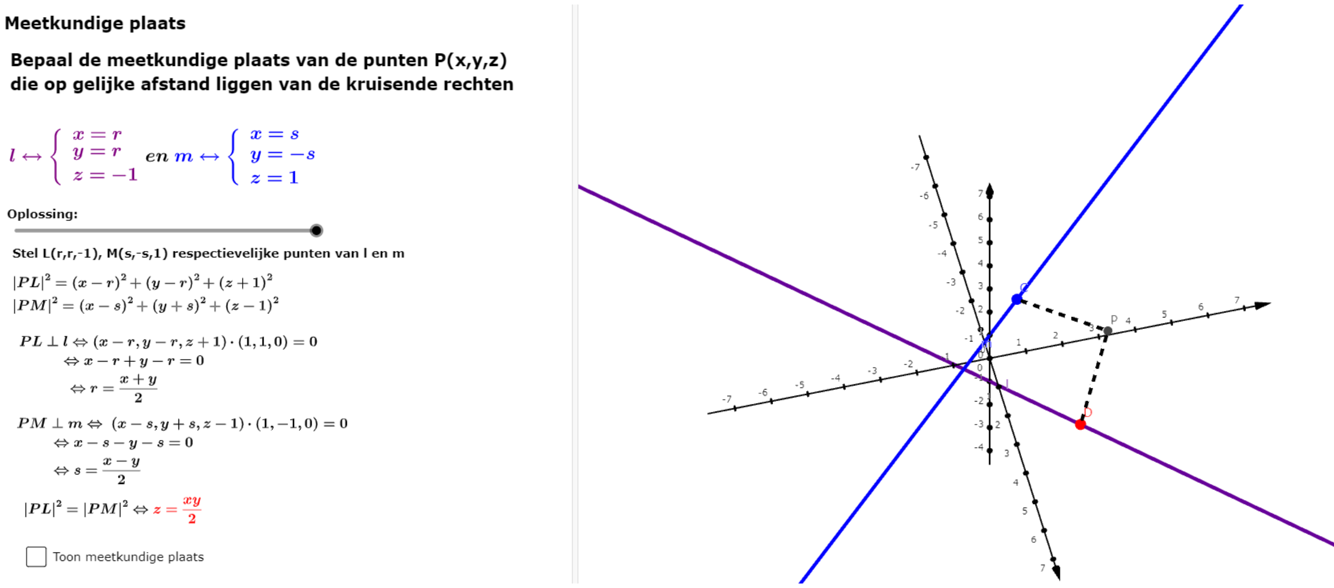
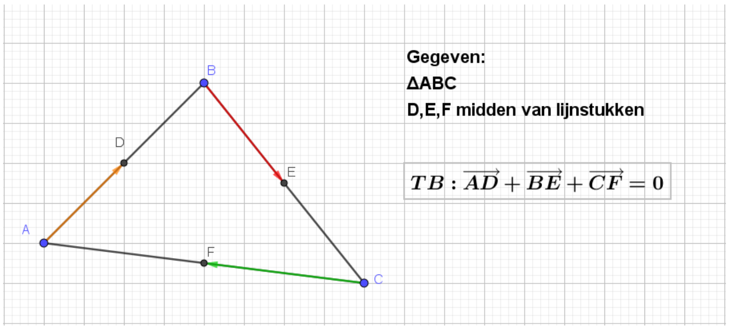


Figure 31: https://www.geogebra.org/m/jsffxvqd

9 Oefeningen

9.1 vectoren

1. Bewijs:



2. midden van een lijnstuk

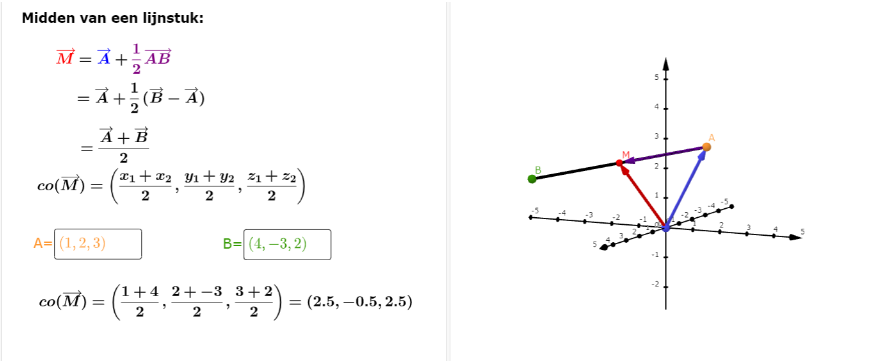


Figure 32: https://www.geogebra.org/m/msnt9fvp

3. zwaartepunt van een driehoek

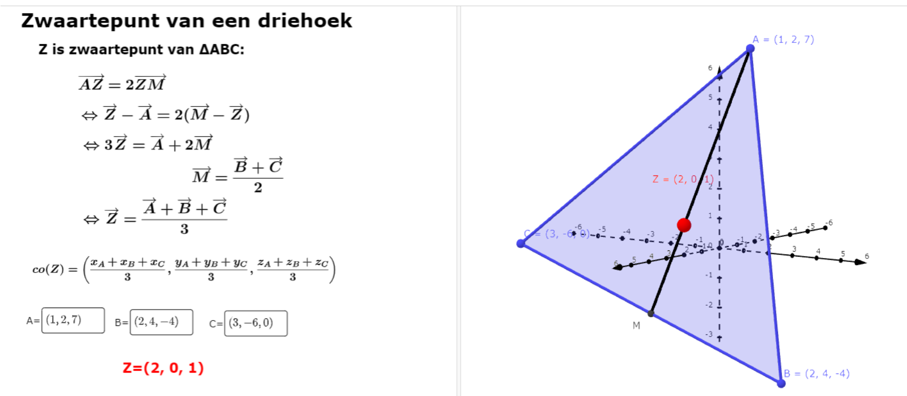


Figure 33: https://www.geogebra.org/m/msnt9fvp

4. Bewijs

VABCD is a pyramid with a rectangular base ABCD.

Relative to some appropriate axes,

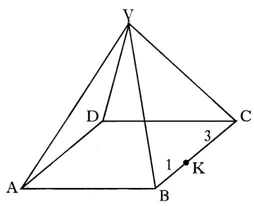
$\overrightarrow{VA}$ represents $-7\boldsymbol{i} - 13\boldsymbol{j} - 11\boldsymbol{k}$

$\overrightarrow{AB}$ represents $6\boldsymbol{i} + 6\boldsymbol{j} - 6\boldsymbol{k}$

$\overrightarrow{AD}$ represents $8\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j} + 4\boldsymbol{k}$.

K divides BC in the ratio 1:3.

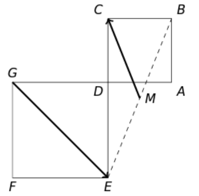
Find $\overrightarrow{VK}$ in component form.



3

5. Bereken

Onderstaande figuur toont twee vierkanten $ABCD$ en $DEFG$. De lengtes van de zijden zijn $|AB| = 4$ en $|GD| = 6$. Het punt M is het midden van het lijnstuk $[EB]$. Welke waarde heeft het scalair product (ook wel inproduct genoemd) $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{GE}$?



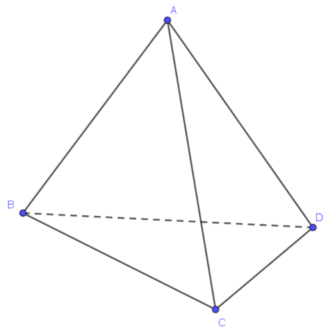
(A) −45 (B) −42 (C) −40 (D) −36

6. Onderzoek of de vierhoeken ABCD parallellogrammen zijn.

    (a) $A(1,2,4), B(0,-3,2), C(1,0,-1), D(4,3,-2)$

    (b) $A(1,1,1), B(2,2,0), C(1,0,1), D(4,3,-2)$

7. Gegeven is de tetraëder ABCD. De punten I,J,K en L worden gedefinieerd door $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$ en $\overrightarrow{DL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$



    (a) Plaat de punten I,J,K en L op de tetraëder

    (b) Toon aan $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

9.2 vectorruimten

9.3 rechten

1. Geef VV, PV van CV $y = -x + 4$

2. Schrijf een parametervoorstelling en de cartesiaanse vergelijkingen van de rechte l met richtingsvector $\vec{A}(-1,0,1)$ en waarvan $P(2,1,4)$ een steunpunt is. Zoek ook de snijpunten van deze rechte met de coördinaatvlakken.

3. Bepaal een parametervoorstelling en de cartesiaanse vergelijkingen van de rechte die de $A(1,2,3)$ en $B(2,3,4)$ bevat. Behoort $C(3,4,5)$ tot de rechte AB?

4. Gegeven zijn de rechten:

$$a \leftrightarrow \frac{x-9}{2} = y - 6 = \frac{z}{-2}$$

$$b \leftrightarrow \begin{cases} x + y + 3 = 0 \\ z + 5 = 0 \end{cases}$$

$$c \leftrightarrow x = \frac{y+8}{4} = \frac{2z+3}{-7}$$

$$d \leftrightarrow \frac{x+7}{4} = \frac{y-1}{2}\frac{z+3}{-4}$$

Onderzoek de onderlinge ligging (snijdend, kruisend, evenwijdig) van de rechten

    (a) a en b

(b) a en c
(c) a en d
(d) b en c
(e) b en d
(f) c en d

5. Onderzoek de onderlinge stand van de rechten $a \leftrightarrow \frac{x+3}{-4} = \frac{y-5}{-6} = \frac{z-7}{8}$ en $b \leftrightarrow \begin{cases} x = s \\ y = 2 - s \\ z = 3 + 2s \end{cases}$

6. Gegeven zijn de rechten $a \leftrightarrow \frac{2x-3}{2} = \frac{y}{2} = \frac{2z+1}{6}$ en $b \leftrightarrow \begin{cases} 3x = 5 \\ 3y + 3z + 2 = 0 \end{cases}$
   (a) Ga na dat a en b kruisend zijn
   (b) Schrijf een parametervoorstelling van de rechte a en b
   (c) Zoek een punt A op a en een punt B op b zodat AB evenwijdig is met $c \leftrightarrow x = \frac{y}{6} = \frac{z}{2}$

7. Beschouw de driedimensionale ruimte met cartesiaans assenstelsel en de rechte r met parametervergelijking $r \leftrightarrow \begin{cases} x = -3t + 2 \\ y = 2 \\ z = -3t + 2, \ t \in \mathbb{R} \end{cases}$. Welk van de onderstaande vectoren is evenwijdig met de rechte r?
   (a) $(1, -1, 1)$
   (b) $(1, 0, 1)$
   (c) $(1, 1, 1)$
   (d) $(1, 2, 1)$

   (antw. b)

8. gegeven zijn de rechten $d_1 \leftrightarrow \begin{cases} x = z \\ y = 0 \end{cases}$, $d_2 \leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ z = 1 \end{cases}$ en $d_3 \leftrightarrow \begin{cases} z = y \\ x = -z \end{cases}$. Bepaal de CV van de rechte die d_1 en d_2 snijdt en die evenwijdig met d_3 is.

9.4 vlakken

1. Bepaal een parametervoorstelling en de cartesiaanse vergelijking van het vlak α met richtingsvectoren $\vec{A}(1, -1, 0$ en $\vec{B}(0, 3, -1$ en dat het punt $P(-1, -5, 2)$ bevat.

2. Bepaal de cartesiaanse vergelijking van het vlak α dat de punten $A(2, 3, 1$ en $B(0, 1, -1)$ bevat en evenwijdig is met de z-as.

3. Bepaal de cartesiaanse vergelijking van het vlak α dat de snijlijn van de vlakken $\gamma \leftrightarrow x + y + z + 1 = 0$ en $\beta \leftrightarrow 2x - y + 4z + 1 = 0$ omvat en door het punt $P(1, 1, 1)$ gaat.

4. Ga na of de volgende punten coplanair zijn:
   (a) $A(2, 0, 1), B(-1, 2, 1), C(2, 1, -1), D(2, 3, -1)$
   (b) $A(2, -1, -2), B(2, 3, 1), C(3, -1, 4), D(7, 1, 3)$

5. In een driedimensionale ruimte beschouwen we het vlak door het punt $(1, 0, 0)$ evenwijdig met het vlak met vergelijking $2x + 3y + z = 0$. Ligt het punt $(0, 1, -1)$ in dit vlak? (A. ja)

6. Gegeven:

$$d \leftrightarrow \begin{cases} x + y - 2z + 4 = 0 \\ 2x - y + 3z - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\alpha \leftrightarrow x + 2y - 5z - 7 = 0$$

$$P(2, 1, -1)$$

(a) Bepaal de projectie P' van P op α volgens de richting d

(b) Schrijf een stelsel cartesiaanse vergelijkingen van de rechte a die door P gaat en evenwijdig is met $b \leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$

(c) Bepaal een stelsel cartesiaanse vergelijkingen van de projectie a' van a op α volgens richting d.

7. Onderzoek in de volgende gevallen de onderlinge ligging van de vlakken α en β (samenvallend, parallel of snijdend):

   (a) $\alpha \leftrightarrow x + 2y + z - 3 = 0$ en $\beta \leftrightarrow 2x + 4y + 2z + 1 = 0$

   (b) $\alpha \leftrightarrow x - y + z - 2 = 0$ en $\beta \leftrightarrow 2x - 2y + z - 3 = 0$

   (c) $\alpha \leftrightarrow x - 2y + 3z - 1 = 0$ en $\beta \leftrightarrow -3x + 6y - 9z + 3 = 0$

8. Onderzoek in de volgende gevallen de onderlinge ligging van de rechte a en het vlak α. Bepaal het eventuele snijpunt

   (a) $\alpha \leftrightarrow x + y + z - 3 = 0$ en $a \leftrightarrow \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-2}$

   (b) $l \leftrightarrow (x, y, z) = (1, 2, -1) + k(1, -1, 3)$ en $\alpha \leftrightarrow 2x - y - 7 + 1 = 0$

9. Gegeven:

$$b \leftrightarrow \frac{x - 4a - 1}{a} = \frac{y - 2a - 2}{1} = \frac{z}{-a} \ (a \in \mathbf{R}_0)$$

$$c \leftrightarrow \begin{cases} x + y + 2a - 1 = 0 \\ z + a + 3 = 0 \end{cases} \quad (a \in \mathbf{R}_0)$$

$$d \leftrightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{a} = \frac{z}{a+1} \ (a \in \mathbf{R}_0) \setminus 1$$

   (a) Toon aan: b en c zijn kruisend

   (b) Bepaal de cartesiaanse vergelijking van het vlak α dat rechte b omvat en evenwijdig is met de rechte d

   (c) Bepaal de cartesiaanse vergelijking van het vlak β dat rechte c omvat en evenwijdig is met de rechte d

   (d) Toon aan dat de vlakken α en β altijd snijden zijn en dat de snijlijn altijd door een vast punt gaat. Welk is dat punt?

9.5 loodrechte stand

1. Bepaal de cartesiaanse vergelijking van het loodvlak π uit het punt P op de rechte a als $P(1, 0, 5)$ en $a \leftrightarrow \begin{pmatrix} \text{x} \\ \text{y} \\ \text{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. Onderzoek of $\alpha \leftrightarrow x + 2y - 3z + 7 = 0$ en $\beta \leftrightarrow 2x + 3y + z - 3 = 0$ loodrecht op elkaar staan

3. Gegeven zijn de punten $A(2, 3, 4)$ en $B(9, 0, 10)$ alsook de rechte $a \leftrightarrow \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-1}{7}$. Bepaal de punten P van a waarvoor de driehoek PAB rechthoekig is in P.

4. Bepaal de cartesiaanse vergelijking van het vlak π dat het punt $A(1, 2, 0)$ bevat en loodrecht staat op de vlakken $\alpha \leftrightarrow x - 2y + z = 5$ en $\beta \leftrightarrow 2x + 3y - 2z = 1$

5. Gegeven zijn de rechte $a \leftrightarrow x - p = \frac{y+2}{q} = 3 - z$ en het vlak $\alpha \leftrightarrow x - y - 2z = -3$. Bepaal de waarden van p en q als je weet dat de rechte volledig in het vlak ligt.

6. Gegeven:

$$\alpha \leftrightarrow 4x - 5y + 4z - 3 = 0$$

$$a \leftrightarrow \begin{cases} 11x - 2y - 9 = 0 \\ 9x - 2z - 7 = 0 \end{cases}$$

$$P(5, 2, 1)$$

(a) Bepaal een stelsel cartesiaanse vergelijkingen van de rechte l die door P gaat, evenwijdig is met α en a snijdt.

(b) Zoek het snijpunt S van l en a.

7. Bepaal de orthogonale projectie P' van punt $P(4,0,5)$ op $\alpha \leftrightarrow 2x - 3y + 4z - 57 = 0$. Bepaal ook het symmetrisch punt Q van P t.o.v. α

8. Beschouw de driedimensionale ruimte met cartesiaans assenstelsel en de rechte r met parametervergelijking $r \leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t,\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$. Verder hebben we twee vlakken v_1 en v_2 met vergelijkingen $v_1 \leftrightarrow x + 2y + 3z = 3$ en $v_2 \leftrightarrow x + y + z = 6$. Welk van de volgende uitspraken is waar?

   (a) de rechte r is evenwijdig met het vlak v_1

   (b) de rechte r is evenwijdig met het vlak v_2

   (c) de rechte r staat loodrecht op het vlak v_1

   (d) de rechte r staat loodrecht op het vlak v_2

   (antw: d)

9. Beschouw de driedimensionale ruimte met cartesiaans assenstelsel, het punt P(0,1,-1) en de rechte r met parametervergelijking $r \leftrightarrow \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t,\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$. Wat is de x-coördinaat van het punt op de rechte r dat het dichtst bij het punt P ligt?

   (a) $\frac{1}{14}$

   (b) $\frac{3}{14}$

   (c) 1

   (d) 3

   (antw.b)

9.6 afstanden

1. Bepaal de afstand van het punt $P(3,-1,2)$ tot het vlak $\alpha \leftrightarrow x - 2y + 3z + 5 = 0$

2. Bepaal de afstand van het punt $P(2,-3,-5)$ tot de rechte $l \leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 2 \end{cases}$

3. Gegeven zijn de kruisende rechten a en b. Bepaal een stelsel cartesiaanse vergelijkingen van hun gemeenschappelijke loodlijn l. Zoek de snijpunten A van l met a en B van l met b en bereken de afstand $|AB|$

   (a) $a \leftrightarrow \frac{x+1}{-2} = \frac{y-6}{-2} = z - 4$ en $b \leftrightarrow \frac{x+1}{2} = y - 3 = \frac{z-3}{-2}$

   (b) $a = CD$ met $C(1,-1,1$ en $D(2,1,-1)$ en $b \leftrightarrow \begin{cases} y + 2 = 0 \\ x + 2z - 2 = 0 \end{cases}$

4. Bepaal de vergelijking van een vlak π dat door de rechte $a \leftrightarrow \begin{cases} x + y - z = 3 \\ x + 2y + 7z + 6 = 0 \end{cases}$ gaat en op een afstand 2 van het punt $P(1,1,1)$ gelegen is.

5. Gegeven zijn de punten $A(2,1,3)$, $B(1,1,-2)$ en $C(2,-1,1)$. Bepaal de oppervlakte van de ΔABC

6. Gegeven: het vlak $\alpha \leftrightarrow 4x - 2y + 4z = 1$ en het punt $P(1,1,1)$. Er zijn twee vlakken β evenwijdig met α zodat de afstand van het vlak α tot het vlak β gelijk is aan de afstand tussen het punt P en het vlak α. Welk van de onderstaande vergelijkingen is een cartesiaanse vergelijking van één van deze vlakken β?

   (a) $4x - 2y + 4z = -8$

   (b) $4x - 2y + 4z = -4$

   (c) $4x - 2y + 4z = \frac{1}{6}$

   (d) $4x - 2y + 4z = \frac{11}{6}$

   (antw: b)

9.7 hoeken

1. Bepaal in de volgende gevallen de hoek tussen de rechten a en b

   (a) $a \leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}$ en $b \leftrightarrow \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$

2. Bepaal in de volgende gevallen de hoek tussen de vlakken α en β

   (a) $\alpha \leftrightarrow x - y - 3 = 0$ en $\beta \leftrightarrow x - z + 1 = 0$

3. Bepaal in de volgende gevallen de hoek tussen de rechten a en het vlak α

   (a) $a \leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 2y - 3 = 0 \end{cases} \quad \alpha \leftrightarrow xy - vlak$

4. Het vlak $\alpha \leftrightarrow \frac{x}{100} + \frac{y}{75} + \frac{z}{60} = 1$ snijdt de x-as,y-as en z-as van het orthonormale assenstelsel respectievelijk in de puntan A, B en C. Het punt P doorloopt de rechte AB. De hoek die de rechte PC insluit met het xy-vlak varieert met de stand van P. Bereken de coördinaten van P waarvoor die hoek maximaal is

9.8 Meetkundige plaatsen

1. Bepaal de cartesiaanse vergelijking van het middelloodvlak π van lijnstuk $[AB]$ als $A(2,1,4)$ en $B(0,1,2)$

2. Bepaal de bissectorvlakken van $\alpha \leftrightarrow x + 2y + 2z - 1 = 0$ en $\beta \leftrightarrow 2x - 6y + 3z - 3 = 0$

3. Bepaal de verzameling van punten even ver van de kruisende rechten $r \leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = r \\ z = -r, \ r \in \mathbb{R} \end{cases}$

   en $r \leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = s \\ z = s, \ s \in \mathbb{R} \end{cases} \qquad$ (A. $z = \frac{xy}{2}$)

9.9 Toepassing

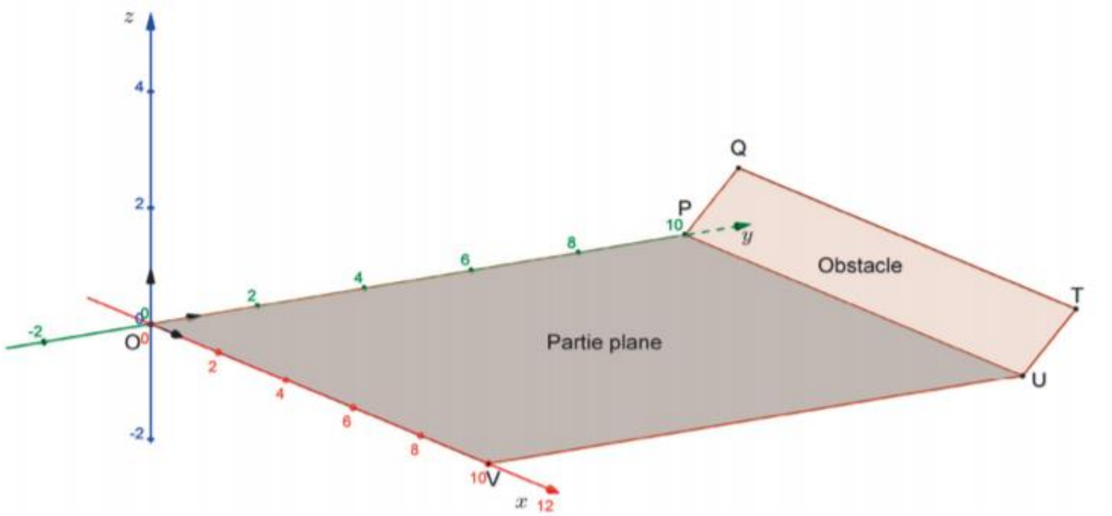
Meetkundig probleem met diverse hulpmiddelen voorstellen en oplossen

Alex et Élisa, deux pilotes de drones, s'entraînent sur un terrain constitué d'une partie plane qui est bordée par un obstacle.

On considère un repère orthonormé $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, une unité correspondant à dix mètres. Pour modéliser le relief de la zone, on définit six points O, P, Q, T, U et V par leurs coordonnées dans ce repère :

$$O(0 ; 0 ; 0),\ P(0 ; 10 ; 0),\ Q(0 ; 11 ; 1),\ T(10 ; 11 ; 1),\ U(10 ; 10 ; 0) \text{ et } V(10 ; 0 ; 0)$$

La partie plane est délimitée par le rectangle OPUV et l'obstacle par le rectangle PQTU.



Les deux drones sont assimilables à deux points et on suppose qu'ils suivent des trajectoires rectilignes :

- le drone d'Alex suit la trajectoire portée par la droite (AB) avec $A(2 ; 4 ; 0{,}25)$ et $B(2 ; 6 ; 0{,}75)$;
- le drone d'Élisa suit la trajectoire portée par la droite (CD) avec $C(4 ; 6 ; 0{,}25)$ et $D(2 ; 6 ; 0{,}25)$.

Partie A : Étude de la trajectoire du drone d'Alex

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).

2.
   a. Justifier que le vecteur $\vec{n}(0 ; 1 ; -1)$ est un vecteur normal au plan (PQU).
   b. En déduire une équation cartésienne du plan (PQU).

3. Démontrer que la droite (AB) et le plan (PQU) sont sécants au point I de coordonnées$\left(2\,;\,\frac{37}{3}\,;\,\frac{7}{3}\right)$.
4. Expliquer pourquoi, en suivant cette trajectoire, le drone d'Alex ne rencontre pas l'obstacle.

Partie B : Distance minimale entre les deux trajectoires

Pour éviter une collision entre leurs deux appareils, Alex et Élisa imposent une distance minimale de 4 mètres entre les trajectoires de leurs drones.

L'objectif de cette partie est de vérifier si cette consigne est respectée.

Pour cela, on considère un point M de la droite (AB) et un point N de la droite (CD).

Il existe alors deux réels a et b tels que $\overrightarrow{\mathrm{AM}} = a\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CN}} = b\,\overrightarrow{\mathrm{CD}}$.

On s'intéresse donc à la distance MN.

1. Démontrer que les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ sont $(2-2b\,;2-2a\,;\,-0{,}5a)$.

2. On admet que les droites (AB) et (CD) ne sont pas coplanaires. On admet également que la distance MN est minimale lorsque la droite (MN) est perpendiculaire à la fois à la droite (AB) et à la droite (CD).
   Démontrer alors que la distance MN est minimale lorsque $a = \frac{16}{17}$ et $b = 1$.

3. En déduire la valeur minimale de la distance MN puis conclure.