Lineare Substitution

<u>Formel:</u> $$\int f(mx+c)dx = \frac{1}{m}\left[F(mx+c)\right] + C$$

<u>Herleitung:</u> innere Funktion linear: $z = mx + c$ mit $z' = m$,

mit $[F(mx+c)]' = f(mx+c) \cdot m$ (Kettenregel) und

$f(mx+c) = \frac{1}{m} \cdot f(mx+c) \cdot m$ (Faktor-1-Trick) folgt

$$f(mx+c) = \frac{1}{m}\left[F(mx+c)\right]' = \left[\frac{1}{m} \cdot F(mx+c)\right]'$$

<u>Beispiel I:</u> $$\int (3x+4)^5 dx = \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{6}(3x+4)^6\right] + C = \frac{1}{18}(3x+4)^6 + C$$

Probe durch Ableitung:

$$\left[\frac{1}{18}(3x+4)^6 + C\right]' = 6 \cdot \frac{1}{18}(3x+4)^5 \cdot 3 = (3x+4)^5\text{, qed.}$$

<u>Beispiel II:</u> $$\int \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx$$

$$= \int (2x+1)^{-0,5} dx = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{0,5}(2x+1)^{0,5}\right] + C = \frac{1}{2} \cdot \left[2 \cdot (2x+1)^{0,5}\right] + C$$

$$= \sqrt{2x+1} + C$$

Probe durch Ableitung:

$$\left[\sqrt{2x+1} + C\right]' = \left[(2x+1)^{0,5} + C\right]' = 0,5 \cdot (2x+1)^{-0,5} \cdot 2 = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}\text{, qed.}$$