15 MINUTA

# Lucija Turčić, 2c

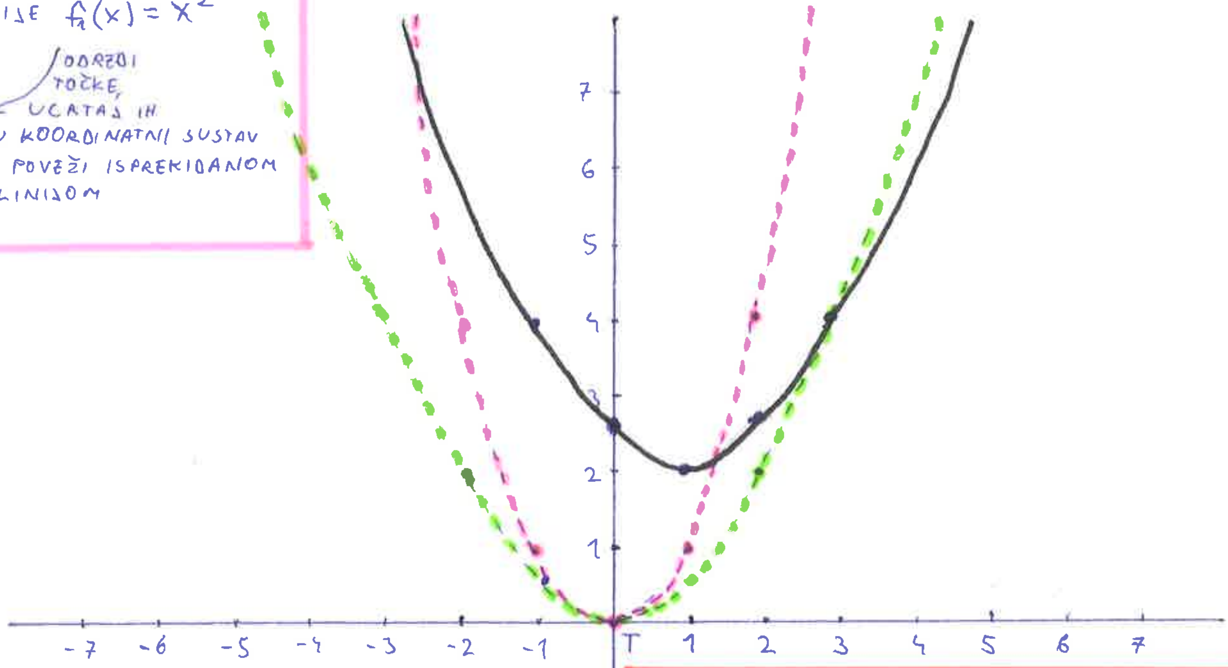
14. 11. 2022.

SKICIRAJ GRAF FUNKCIJE $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$

**1.** SKICIRAJ GRAF FUNKCIJE $f_1(x) = x^2$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| -1 | 1 |
| -2 | 4 |

ODREDI TOČKE, UCRTAJ IH U KOORDINATNI SUSTAV I POVEŽI ISPREKIDANOM LINIJOM




**2.** SKICIRAJ GRAF FUNKCIJE $f_2(x) = \frac{1}{2}x^2$

Y KOORDINATU SVAKE TOČKE POMNOŽI S $\frac{1}{2}$, ZATIM UCRTAJ TOČKE S IZMJENJENOM Y KOORDINATOM U KOORDINATNI SUSTAV I POVEŽI IH ISPREKIDANOM LINIJOM

$y_1 = y \cdot \frac{1}{2}$

| $x$ | $y_1$ |
|---|---|
| 0 | $0 \cdot \frac{1}{2}$ |
| 1 | $1 \cdot \frac{1}{2}$ |
| 2 | $4 \cdot \frac{1}{2}$ |
| -1 | $1 \cdot \frac{1}{2}$ |
| -2 | $4 \cdot \frac{1}{2}$ |

| $x$ | $y_1$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 0,5 |
| 2 | 2 |
| -1 | 0,5 |
| -2 | 2 |

**3.** SKICIRAJ GRAF FUNKCIJE $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$

ODREDI TJEME - KRAJNJU TOČKU IZ GRAFA NJENE KOORDINATE

$T(x_T, y_T)$

$T(1, 2)$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x - \boxed{1})^2 + \boxed{2}$$

$$f(x) = a(x - \boxed{x_T})^2 + \boxed{y_T}$$

KADA BI UNUTAR ZAGRADE BIO + TO BI ZNAČILO DA JE $x_T$ ZAPRAVO $-1$, TE BISMO GRAF POMICALI ZA 1 U LIJEVO $f(x) = \frac{1}{2}(x-(-1))^2 + 2$

KADA BI ISPRED $y_T$ BIO MINUS, GRAF BISMO POMICALI ZA 2 DOLJE JER BI TADA $y_T$ IZNOSIO $-2$

CIJELI GRAF POMAKNI ZA 1 U DESNO, ZA $x_T$ KOJI JE U OVOM SLUČAJU 1

SVAKOJ DOSAD UCRTANOJ TOČCI X KOORDINATU UVEĆAJ ZA 1

| $x_1$ | $y_1$ |
|---|---|
| 0+1 | 0 |
| 1+1 | 0,5 |
| 2+1 | 2 |
| -1+1 | 0,5 |
| -2+1 | 2 |

| $x_1$ | $y_1$ |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | 0,5 |
| 3 | 2 |
| 0 | 0,5 |
| -1 | 2 |

CIJELI GRAF POMAKNI ZA 2 GORE ZA $y_T$ KOJI JE U OVOM SLUČAJU 2

SVAKOJ DOSAD UCRTANOJ TOČCI Y KOORDINATU UVEĆAJ ZA 2

| $x_1$ | $y_2$ |
|---|---|
| 1 | 0+2 |
| 2 | 0,5+2 |
| 3 | 2+2 |
| 0 | 0,5+2 |
| -1 | 2+2 |

| $x_1$ | $y_2$ |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 2 | 2,5 |
| 3 | 4 |
| 0 | 2,5 |
| -1 | 4 |

**4.** UCRTAJ TOČKE DOBIVENE NAKON 3. KORAKA I POVEŽI IH PUNOM LINIJOM, TO JE TVOJE KONAČNO RJEŠENJE.

| $x_1$ | $y_2$ |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 2 | 2,5 |
| 3 | 4 |
| 0 | 2,5 |
| -1 | 4 |

48 MINUTA

15.11.2022.

# NACRTAJ GRAF FUNKCIJE $f(x) = x^2 - x - 2$

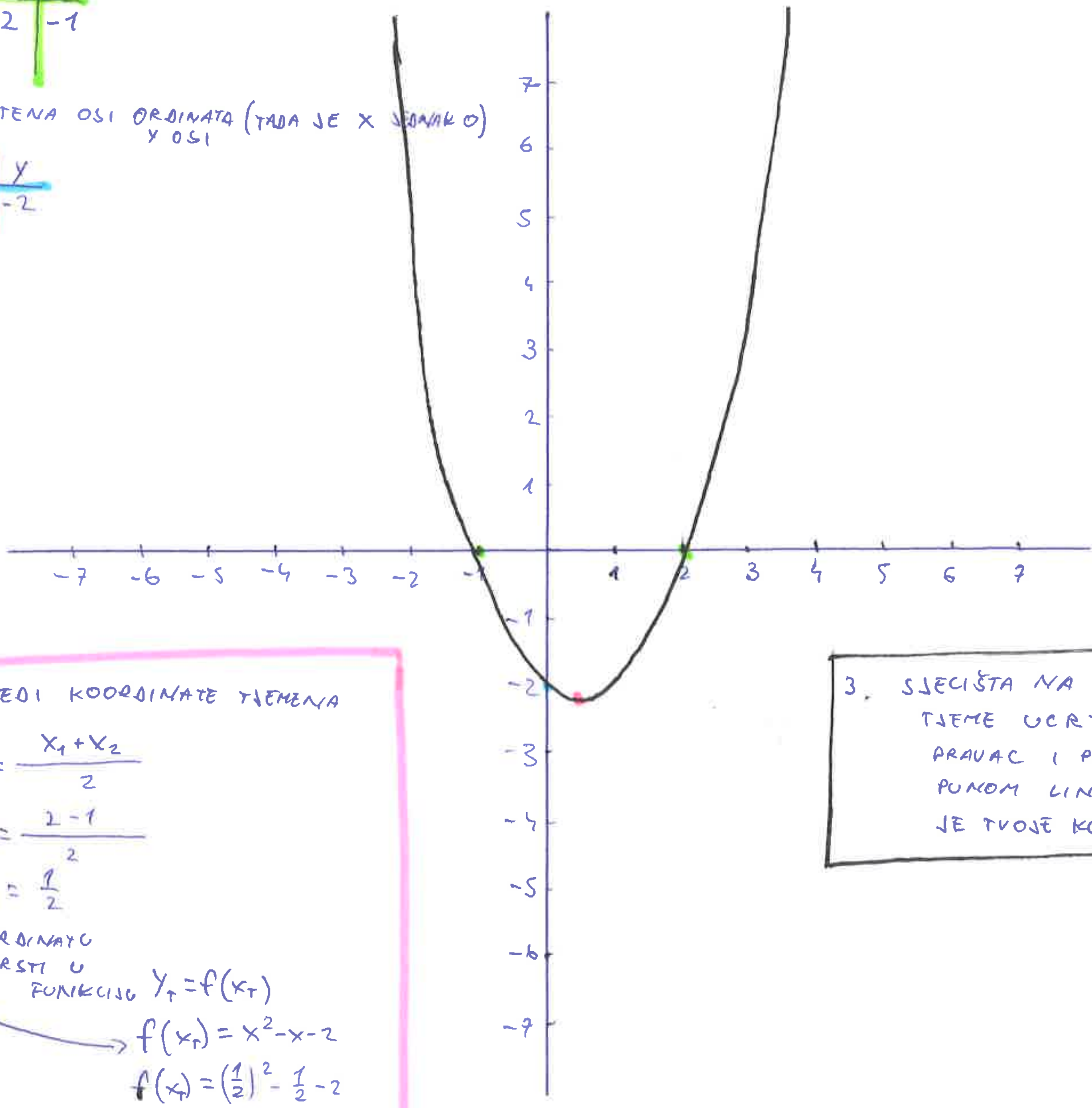
## 1. ODREDI SJECIŠTA NA OSIMA

SJECIŠTE NA OSI APSCISA (X OSI) (TADA JE Y JEDNAK 0)

| Y | $X_1$ | $X_2$ |
|---|---|---|
| 0 | 2 | -1 |

SJECIŠTE NA OSI ORDINATA (Y OSI) (TADA JE X JEDNAK 0)

| X | Y |
|---|---|
| 0 | -2 |




## 2. ODREDI KOORDINATE TJEMENA

$$X_T = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

$$X_T = \frac{2 - 1}{2}$$

$$X_T = \frac{1}{2}$$

$X_T$ (KOORDINATU UVRSTI U FUNKCIJU $Y_T = f(x_T)$

$$f(x_T) = x^2 - x - 2$$

$$f(x_T) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2$$

$$f(x_T) = \frac{1}{4} - \frac{2}{4} - \frac{8}{4}$$

$$f(x_T) = -\frac{9}{4}$$

$$Y_T = -\frac{9}{4}$$

3. SJECIŠTA NA OSIMA I TJEME UCRTAJ NA PRAVAC I POVEŽI PUNOM LINIJOM, TO JE TVOJE KONAČNO RJEŠEN

30 MINUTA 16. 11. 2022.

STR. 74, ZAD. 8.1.

ODREDI KOORDINATE TJEMENA, OPIŠI TIJEK I SKICIRAJ PARABOLE.

$y = x^2 - 4x + 5$

$\boxed{x_1 = 2+i \quad x_2 = 2-i}$

$x_T = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$

$x_T = \dfrac{2+i+2-i}{2}$

$x_T = \dfrac{4}{2}$

$x_T = 2$

$y_T = f(x_T)$

$y_T = 2^2 - 4 \cdot 2 + 5$

$y_T = 4 - 8 + 5$

$y_T = 1$

$\boxed{T(2, 1)}$

$y = 5$

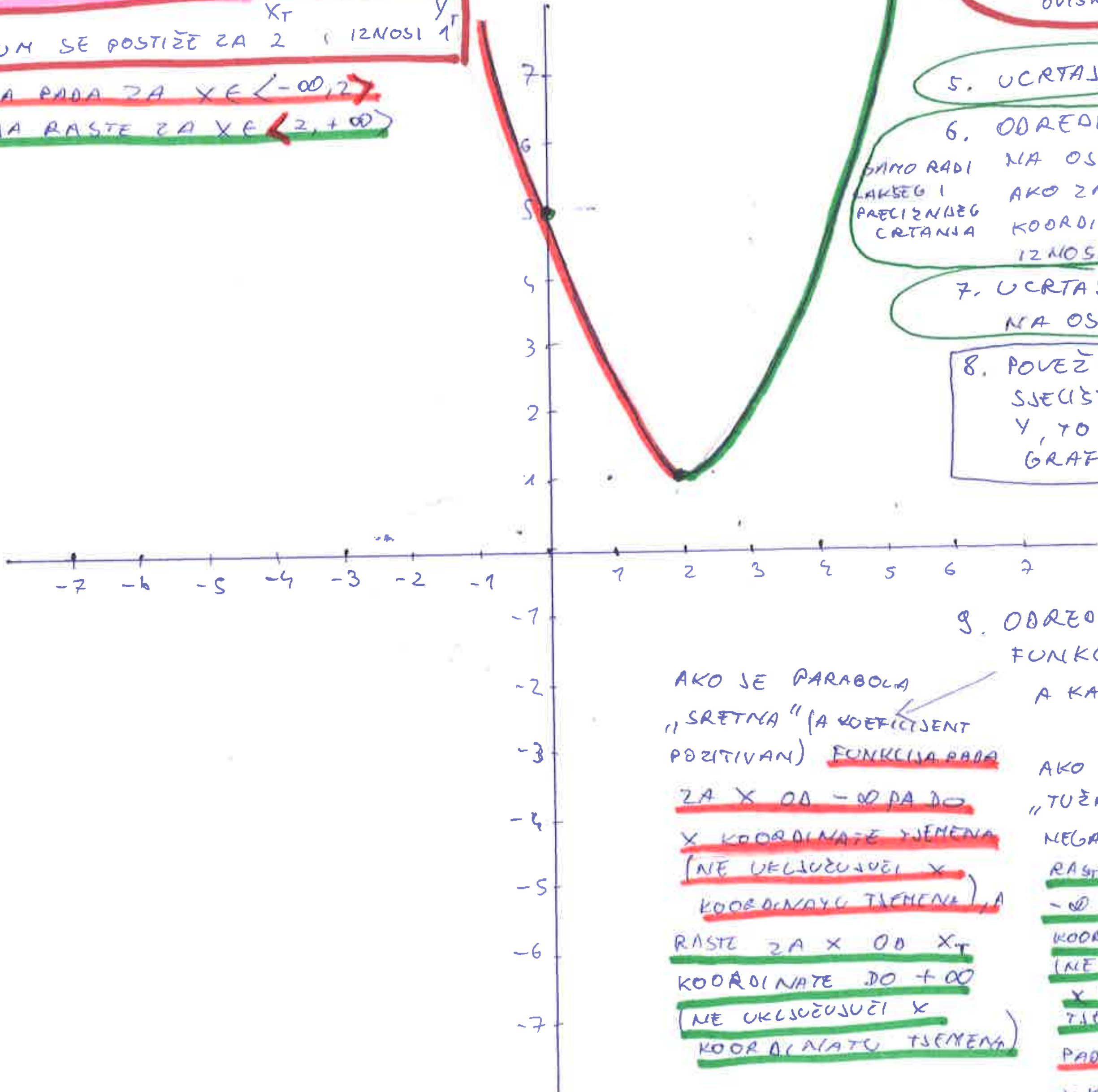
1. ODREDI SJECIŠTA NA X OSI (APSCISI) KAKO BI MOGAO ODREDITI $X_T$
2. IZRAČUNAJ $X_T$ PREMA FORMULI $X_T = \dfrac{X_1 + X_2}{2}$
3. IZRAČUNAJ $Y_T$ AKO ZNAŠ KOLIKI JE $X_T$
4. ODREDI ZA KOJI $X_T$ SE POSTIŽE MINIMUM I KOLIKO IZNOSI ($Y_T$) — KRAJNJA TOČKA, TJEME, MOŽE BITI I MAKSIMUM OVISNO O A KOEFICIJENTU

AKO JE $X_T$ JEDNAKO „NEKI BROJ" $Y_T$ BIT ĆE JEDNAK „NEKI DRUGI BROJ" I POSTIĆI ĆE SE MIN./MAX.

MINIMUM SE POSTIŽE ZA $X_T$ 2 I IZNOSI $Y_T$ 1

FUNKCIJA PADA ZA $x \in \langle -\infty, 2 \rangle$

FUNKCIJA RASTE ZA $x \in \langle 2, +\infty \rangle$



5. UCRTAJ TJEME
6. ODREDI SJECIŠTE NA OSI Y (ORDINATI) AKO ZNAŠ DA X KOORDINATA TADA IZNOSI 0

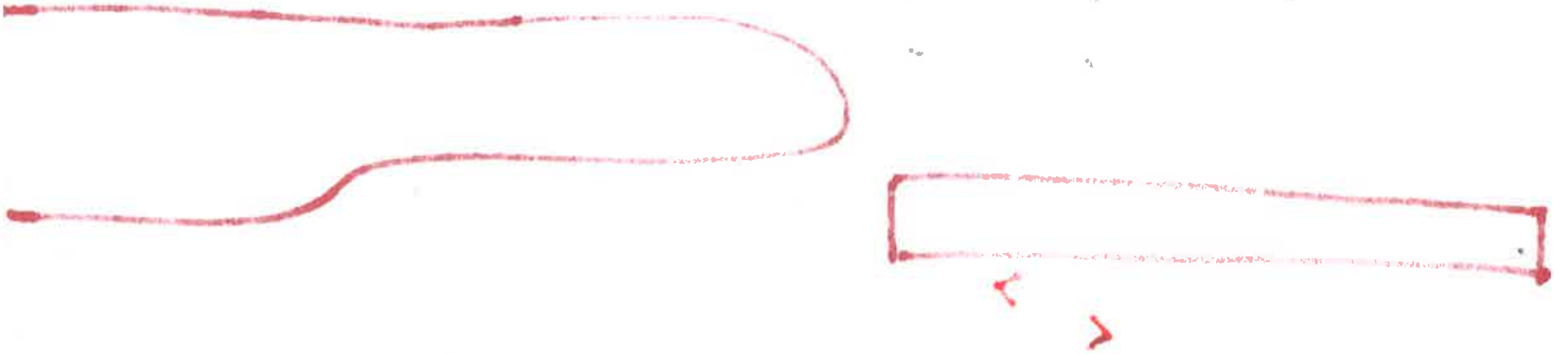
SAMO RADI LAKŠEG I PRECIZNIJEG CRTANJA

7. UCRTAJ SJECIŠTE NA OSI Y
8. POVEŽI TJEME I SJECIŠTE NA OSI Y, TO JE SKICA GRAFA
9. ODREDI KADA FUNKCIJA PADA, A KADA RASTE

AKO JE PARABOLA „SRETNA" (A KOEFICIJENT POZITIVAN) FUNKCIJA PADA ZA X OD $-\infty$ PA DO X KOORDINATE TJEMENA (NE UKLJUČUJUĆI X KOORDINATU TJEMENA), A RASTE ZA X OD $X_T$ KOORDINATE DO $+\infty$ (NE UKLJUČUJUĆI X KOORDINATU TJEMENA)

AKO JE PARABOLA „TUŽNA" (A KOEFICIJENT NEGATIVAN) FUNKCIJA RASTE ZA X OD $-\infty$ PA DO X KOORDINATE TJEMENA (NE UKLJUČUJUĆI X KOORDINATU TJEMENA), A PADA ZA X OD X KOORDINATE TJEMENA DO $+\infty$ (NE UKLJUČUJUĆI X KOORDINATU TJEMENA)

X KOORDINATA TJEMENA NIJE UKLJUČENA JER U TJEMENU GRAF NITI PADA NITI RASTE



23 MINUTE

17.11.2022.

STR. 74. ZAD. 9.

FUNKCIJA $f(x) = ax^2 + 3x - 1$ NAJMANJU VRIJEDNOST PRIMA ZA $x = -1$. KOLIKO TA VRIJEDNOST IZNOSI?

$$f(x) = ax^2 + 3x - 1$$

$$T(-1, y_T) \qquad x_T = -1$$

$$y_T = ?$$

2. KOORDINATE TJEMENA RAČUNAMO PREMA FORMULI

$$T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{-D}{4a}\right)$$

D PREDSTAVLJA DISKRIMINANTU $D = b^2 - 4ac$

$$T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right)$$

1. NAJMANJA VRIJEDNOST JE TJEME, A AKO FUNKCIJA NAJMANJU VRIJEDNOST PRIMA ZA „NEKI BROJ" TAJ BROJ JE X KOORDINATA TJEMENA, A NAJMANJA VRIJEDNOST IZNOSI Y KOORDINATU TJEMENA

3. U FORMULU ZA $y_T$ KOORDINATU UVRŠTAVAMO

$$y_T = \frac{-3^2 + 4 \cdot a \cdot (-1)}{4 \cdot a}$$

$$y_T = \frac{-9 - 4a}{4a}$$

4. U FUNKCIJU UVRSTIMO $x_T$ KAKO BISMO DOBILI $y_T$

$$f(x) = ax^2 + 3x - 1$$

$$y_T = ax_T^2 + 3x_T - 1$$

$$y_T = a(-1)^2 + 3 \cdot (-1) - 1$$

$$y_T = a - 3 - 1$$

$$y_T = a - 4$$

5. SADA IMAMO DVIJE JEDNADŽBE S DVIJE NEPOZNANICE PA UVRSTIMO $y_T$

$$y_T = \frac{-9 - 4a}{4a}$$

$$y_T = a - 4$$

$$a - 4 = \frac{-9 - 4a}{4a} \quad / \cdot 4a \qquad 4a \neq 0 \qquad a \neq 0$$

TREBAMO POSTAVITI UVJETE (NE SMIJEMO MNOŽITI S NULOM)

A KOEFICIJENT NE SMIJE BITI NULA JER ONDA JEDNADŽBA NE BI BILA KVADRATNA

$$4a^2 - 16a = -9 - 4a$$

$$4a^2 - 12a + 9 = 0$$

$$a_{1,2} = \frac{3}{2}$$

UVRSTIMO A U JEDAN OD IZRAZA ZA $y_T$ (ŽUTO OZNAČENE JEDNADŽBE)

$$y_T = \frac{3}{2} - 4$$

$$y_T = \frac{3}{2} - \frac{8}{2}$$

$$y_T = -\frac{5}{2}$$

KONAČNO RJEŠENJE

NAJMANJA VRIJEDNOST IZNOSI $-\frac{5}{2}$ AKO JE $x_T$ JEDNAKO $-1$

47 MINUTA 18. 11. 2022.

STR. 44. ZAD. 10.

NAJVEĆA VRIJEDNOST FUNKCIJE $f(x) = -2x^2 + bx + 1$ IZNOSI 3. ZA KOJI $x$ FUNKCIJA POSTIŽE TU VRIJEDNOST?

$$f(x) = -2x^2 + bx + 1$$

$y_T = 3$ → NAJVEĆA VRIJEDNOST FUNKCIJE IZNOSI Y KOORDINATU TJEMENA

UVRSTIMO $Y_T$ U FUNKCIJU

$x_T = ?$ → $Y_T$ SE POSTIŽE ZA $X_T$ $T(x_T, y_T)$ $= \frac{-D}{4a}$

$$3 = -2x^2 + bx + 1 \qquad T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$$

$$2x^2 - bx + 2 = 0$$

UPOTRIJEBIMO FORMULU ZA $X_T$ DA BISMO IZRAZILI $b$ KOEFICIJENT

$$x_T = -\frac{b}{2a}$$

$$x_T = -\frac{-b}{4}$$

$$x_T = \frac{b}{4} \,/\cdot 4$$

$$b = x_T \cdot 4$$

$$b = x \cdot 4$$

$b$ KOEFICIJENT UVRŠTAVAMO U ŽUTU FUNKCIJU

$$2x^2 - x \cdot 4x + 2 = 0$$

$$2x^2 - 4x^2 + 2 = 0$$

$$-2x^2 = -2 \,/:(-2)$$

$$x^2 = 1 \,/\sqrt{\ }$$

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 1 \\ x_2 &= -1 \end{aligned}}$$

RJEŠAVAMO KVADRATNU JEDNADŽBU PAZEĆI NA TO DA IMA DVA RJEŠENJA POZITIVNO I NEGATIVNO

FUNKCIJA POSTIŽE NAJVEĆU VRIJEDNOST ZA $x_1 = 1$, $x_2 = -1$

15 MINUTA 21. 11. 2022.

STR. 67, ZAD. 9.

ODREDI POLINOM DRUGOG STUPNJA I NACRTAJ NJEGOV GRAF AKO JE
$f(2) = f(-2) = 2$ TE $f(0) = -2$.

$f(2) = f(-2) = 2$ UVRSTI $x$ I $y$ U FORMULU

$f(0) = -2$

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f(2) = 4a + 2b + c = 2$

$f(-2) = 4a - 2b + c = 2$

$f(0) = c = -2$

RIJEŠI DOBIVENE JEDNADŽBE

$4a + 2b - 2 = 2$ $\qquad$ $4a - 2b - 2 = 2$

$4a + 2b = 4 \,/:2$ $\qquad$ $4a - 2b = 4 \,/:2$

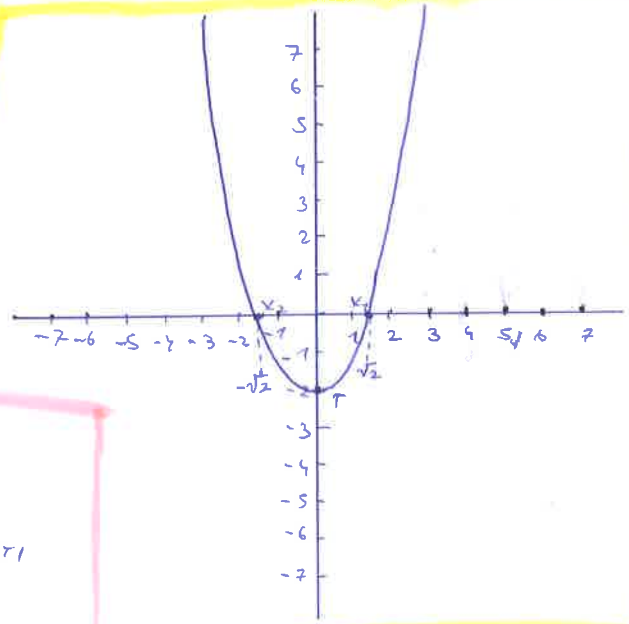
I $\; 2a + b = 2$ $\qquad$ II $\; 2a - b = 2$

I + II $\qquad$ I − II

$4a = 4 \,/:4$ $\qquad$ $2b = 0 \,/:2$

$a = 1$ $\qquad$ $b = 0$

$\boxed{f(x) = x^2 - 2}$




SAMO RADI LAKŠEG CRTANJA

$f(x) = x^2 - 2$

$x_1 = \sqrt{2}$

$x_2 = -\sqrt{2}$

$x_T = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$x_T = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$

$x_T = 0$

$y_T = -2$

$y = -2$ ← SJECIŠTE NA Y OSI (ORDINATI)

$T(0, -2)$

15 MINUTA 22.11.2022.

STR. 67. ZAD. 11.

POLINOM $f(x) = a(x-x_T)^2 + y_T$ NAJVEĆU VRIJEDNOST $y_T = 1$ PRIMA ZA $x_T = 2$ I VRIJEDI $f(1) = 0$. ODREDI KOEFICIJENT $a$ (NACRTAJ GRAF TOG POLINOMA)

$f(x) = a(x-x_T)^2 + y_T$

$T(2,1)$ — UVRSTI KOORDINATE TJEMENA U FUNKCIJU → $\boxed{f(x) = a(x-2)^2 + 1}$

$f(1) = 0$ — UVRSTI X I Y U FUNKCIJU PRETHODNO DOBIVENU (ZELENO) → $f(1) = a + 1 = 0 \rightarrow \boxed{a = -1}$

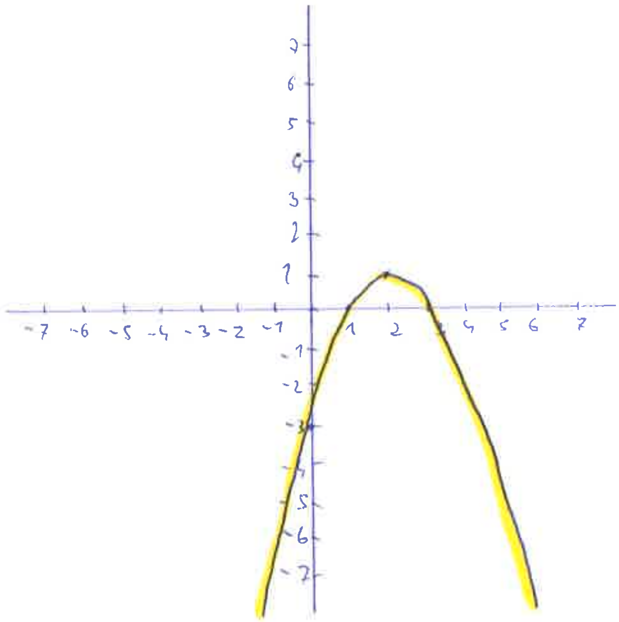
$f(x) = -1(x-2)^2 + 1$

$f(x) = -(x-2)^2 + 1 \rightarrow f(x) = -x^2 + 4x - 3$

$x_1 = 1$

$x_2 = 3$

| X | Y | |
|---|---|---|
| 2 | 1 | → TJEME |
| 1 | 0 | → SJECIŠTE S X OSI |
| 0 | -3 | → SJECIŠTE S Y OSI |
| 3 | 0 | → SJECIŠTE S X OSI |



* ŽUTO RADI LAKŠEG ČITANJA

15 MINUTA 24.11.2022.

STR. 87, ZAD. 13.1.

RIJEŠI SUSTAVE NEJEDNADŽBI

$$\begin{cases} x^2-1 \geq 0 \\ x^2+2x > 0 \end{cases}$$

ODREDI NULTOČKE

KADA JE LIJEVA STRANA JEDNADŽBE JEDNAKA 0

SJECIŠTA NA X OSI

$x_1=-1$   $x_2=1$

$x_3=0$   $x_4=-2$

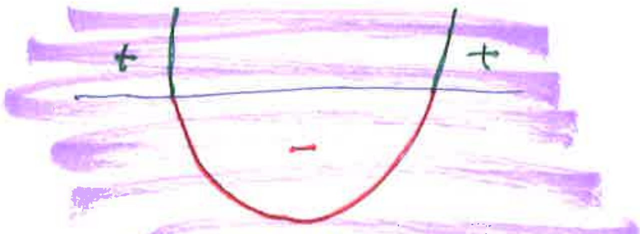
NACRTAJ TABLICU

NULTOČKE POREDAJ PO VELIČINI

$x=0, y=0$

| | $-\infty$ … $-2$ | $-2$ … $-1$ | $-1$ … $0$ | $0$ … $1$ | $1$ … $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x^2-1$ | + | + | − | − | + |
| $x^2+2x$ | + | − | − | + | + |

PARABOLA JE SRETNA
KOEFICIJENT A JE POZITIVAN



PARABOLA JE SRETNA
KOEFICIJENT A JE POZITIVAN

ZA SVAKI X KOJI JE MANJI OD −1 Y JE POZITIVAN, GRAF JE IZNAD X OSI

$x=-1$
$y=0$

SJECIŠTA S X OSI

$x=-2$
$y=0$

ZA SVAKI X KOJI JE MANJI OD Y JE POZITIVAN, GRAF JE IZNAD X OSI

ZA SVAKI X KOJI JE IZMEĐU −1 I 1 Y JE NEGATIVAN, GRAF JE ISPOD X OSI

NULTOČKE → $x=-1$, $x=1$, $y=0$

SJECIŠTA S X OSI

$x=-2$
$x=0$
$y=0$

ZA SVAKI X KOJI JE IZMEĐU −2 I 0 Y JE NEGATIVAN, GRAF JE ISPOD X OSI

ZA SVAKI X KOJI JE VEĆI OD 1 Y JE POZITIVAN, GRAF JE IZNAD X OSI

$x=1$
$y=0$

SJECIŠTA S X OSI

$x=0$
$y=0$

ZA SVAKI X KOJI JE VEĆI OD 0 Y JE POZITIVAN, GRAF JE IZNAD X OSI

MI TREBAMO ODREDITI RJEŠENJA ZA KOJI X JE ZA KOJA JE $x^2-1 \geq 0$, A $x^2+2x > 0$

UVJETI

$x^2-1$ SMIJE MOŽE BITI I 0, NULTOČKA OD $x^2-1$ JE 1 PA

K.R. $\boxed{x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup [1, +\infty \rangle}$

X MORA BITI POZITIVAN ~~NE~~ 0 JER TADA NE BI ISPUNJAVAO OVE

$x^2+2x$ ~~NE~~ SMIJE MOŽE BITI 0, NULTOČKA OD $x^2+2x$ JE −2 PA

OBJE SU NEJEDNADŽBE POZITIVNE ZA ZELENI INTERVAL

15 MINUTA 23. 11. 2022.

STR. 86, ZAD. 3.3

RIJEŠI NEJEDNADŽBE:

CRTAMO SRETNU PARABOLU JER JE KOEFICIJENT A POZITIVAN

RJEŠAVAMO NEJEDNADŽBU KAO DA JE JEDNADŽBA

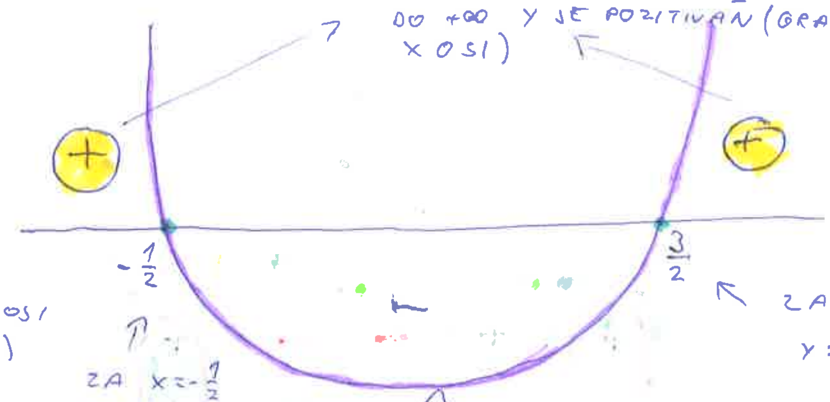
$4x^2 - 4x - 3 \geq 0$

$4x^2 - 4x - 3 = 0$

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= \frac{3}{2} \\ x_2 &= -\frac{1}{2} \end{aligned}}$$

NULTOČKE (SJECIŠTA NA OSI X - APSCISI)

ZA SVAKI X OD $-\infty$ DO $-\frac{1}{2}$ I OD $\frac{3}{2}$ DO $+\infty$ Y JE POZITIVAN (GRAF JE IZNAD X OSI)




ZA $x = -\frac{1}{2}$, $y = 0$

ZA $x = \frac{3}{2}$, $y = 0$

ZA SVAKI X IZMEĐU $-\frac{1}{2}$ I $\frac{3}{2}$ Y JE NEGATIVAN (ISPOD X OSI)

ZADANO JE DA $4x^2 - 4x - 3$ MORA BITI VEĆE ILI JEDNAKO 0 PA KAO RJEŠENJE PIŠEMO SVE VRIJEDNOSTI X-A ZA KOJE JE Y POZITIVAN ILI JEDNAK NULI

$$\boxed{x \in \left\langle -\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right\rangle}$$

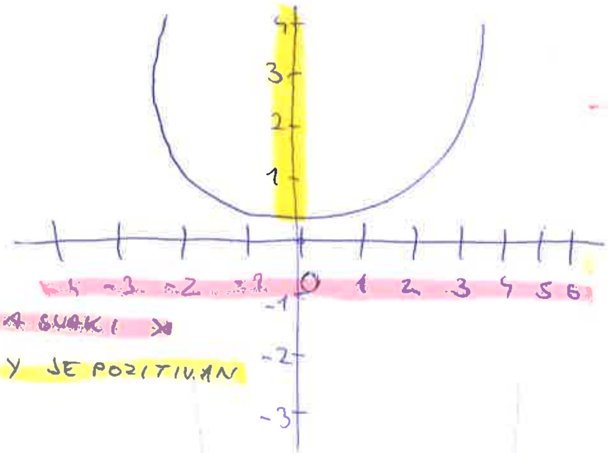
15 MINUTA 28.11.2022.

STR. 87. ZAD. 20.

ZA KOJE VRIJEDNOSTI REALNOG PARAMETRA $m$ POLINOM $f(x)=(2m+1)x^2-(2m+1)x+m$ PRIMA POZITIVNE VRIJEDNOSTI ZA SVAKI REALNI BROJ $x$?

(TO ZNAČI

ZA KOJI $m$ ĆE PARABOLA PRIMATI POZITIVNE VRIJEDNOSTI ($y>0$, PARABOLA ĆE BITI IZNAD $x$ OSI) ZA SVAKI REALNI BROJ $x$



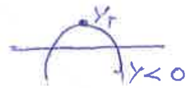
ZA SVAKI $x$

$y$ JE POZITIVAN

PARABOLA SE NE DODIRUJE NITI PRESJECA $x$ OS JER $y_T$ (TJEME, $y$ KOORDINATA) MORA BITI VEĆA OD NULE

AKO JE $y_T$ VEĆI OD NULE, A PARABOLA ZA BILO KOJ REALNI $x$ POSTIŽE TJ. PRIMA $y$ KOJI JE POZITIVAN A KOEFICIJENT MORA BITI POZITIVAN (PARABOLA MORA BITI SRETNA)

* DA JE PARABOLA TUŽNA POLINOM $f(x)=(2m+1)x^2-(2m+1)x+m$ NE BI ZA SVAKI REALNI $x$ MOGAO POSTIĆI POZITIVAN $y$



AKO PARABOLA NE PRESIJECA $x$ OS $x_1, x_2$ SU IMAGINARNI

~~ONDA~~ JE DISKRIMINANTA MANJA OD 0

$D<0$ $a>0$

K.R. JE ZAJEDNIČKO $m\in\langle-\infty,-\frac{1}{2}\rangle\cup\langle\frac{1}{2},+\infty\rangle$ I $m\in\langle-\frac{1}{2},+\infty\rangle$, A TO JE

K.R. $\boxed{m\in\langle\frac{1}{2},+\infty\rangle}$

## PRVI UVJET

$$\left(-(2m+1)\right)^2-4m(2m+1)<0$$

$$4m^2+4m+1-8m^2-4m<0$$

$$-4m^2+1<0$$

ODREDIMO NULTOČKE GDJE PARABOLA PRESIJECA $x$ OS ($y=0$)

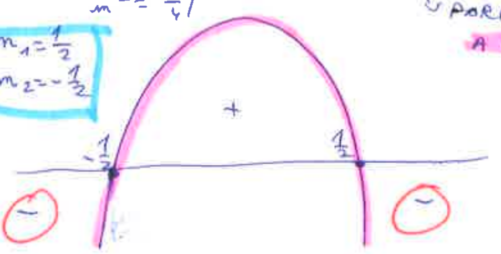
$-4m^2+1=0$

$-4m^2=-1/:(-4)$

$m^2=\frac{1}{4}/\sqrt{\ }$

$\boxed{m_1=\frac{1}{2},\ m_2=-\frac{1}{2}}$

PARABOLA JE TUŽNA A KOEFICIJENT JE NEGATIVAN.



$m\in\langle-\infty,-\frac{1}{2}\rangle\cup\langle\frac{1}{2},+\infty\rangle$

ŠPIC JER $-4m^2+1$ MORA BITI MANJE OD 0 PA ISKLJUČUJEMO NULTOČKE

## DRUGI UVJET

$a>0$

$2m+1>0$

$2m>-1/:2$

$m>-\frac{1}{2}$

$m\in\langle-\frac{1}{2},+\infty\rangle$

$-\frac{1}{2}$ ISKLJUČENA JER JE A KOEFICIJENT POZITIVAN ISKLJUČIVO ZA $m$ KOJI JE VEĆI OD $-\frac{1}{2}$, A NE I JEDNAK $\frac{1}{2}$ JER BI TADA A KOEFICIJENT BIO JEDNAK NULI

25.11.2022.

STR. 87. ZAD. 15,3.

$$\frac{4x-x^2}{x^2-x-2} \le 0$$

ODREDI NULTOČKE (SJECIŠTA SA OSI X) $\longrightarrow$ $\boxed{x_1=0}$. $\boxed{x_2=4}$.

KADA JE BROJNIK ODNOSNO NAZIVNIK JEDNAKO 0 $\longrightarrow$ $\boxed{x_3=2}$. $\boxed{x_4=-1}$.

NULTOČKE POREDAJ PO VELIČINI NACRTAJ TABLICU

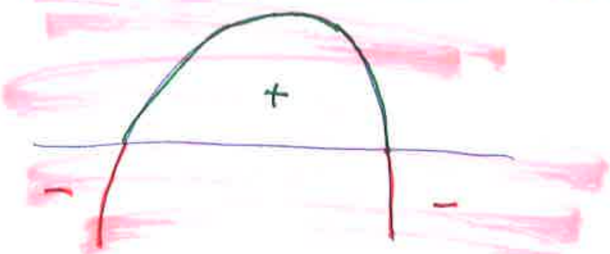
| | $-\infty$ do $-1$ | $-1$ do $0$ | $0$ do $2$ | $2$ do $4$ | $4$ do $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $4x-x^2$ | − | − | + | + | − |
| $x^2-x-2$ | + | − | − | + | + |
| | − | + | − | + | − |

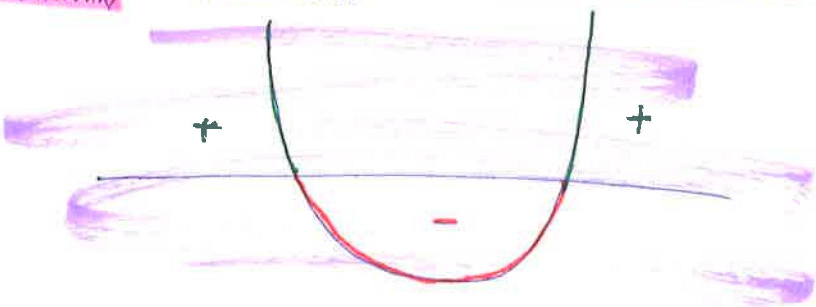
KADA JE BROJNIK NEGATIVAN A NAZIVNIK POZITIVAN CIJELI IZRAZ JE NEGATIVAN

PRIMJENIMO TO NA DRUGE SLUČAJEVE

PARABOLA JE TUŽNA A KOEFICIJENT JE NEGATIVAN

PARABOLA JE SRETNA A KOEFICIJENT JE POZITIVAN




ZA SVAKI X MANJI OD 0 Y JE NEGATIVAN, GRAF JE ISPOD X OSI

$x=0$
$y=0$

SJECIŠTA S X OSI

$x=-1$
$y=0$

ZA SVAKI X MANJI OD −1 Y JE POZITIVAN, GRAF JE IZNAD X OSI

ZA SVAKI X KOJI JE IZMEĐU 0 I 4 Y JE POZITIVAN, GRAF JE IZNAD X OSI

$x=0$
$x=4$
$y=0$

$x=-1$
$x=2$
$y=0$

ZA SVAKI X KOJI JE IZMEĐU −1 I 2 Y JE NEGATIVAN, GRAF JE ISPOD X OSI

ZA SVAKI X KOJI JE VEĆI OD 4 PARABOLA JE ISPOD X OSI Y JE NEGATIVAN

$x=4$
$y=0$

$x=2$
$y=0$

ZA SVAKI X VEĆI OD 2 Y JE POZITIVAN, GRAF JE IZNAD X OSI

MI TREBAMO ODREDITI ZA KOJI X JE $\frac{4x-x^2}{x^2-x-2}$ MANJI ILI JEDNAKO 0

$\frac{4x-x^2}{x^2-x-2}$ JE MANJI ILI JEDNAKO ZA X $\rightarrow$

NULTOČKA OD BROJNIKA CIJELI IZRAZ SMIJE BITI JEDNAK NULI PA I BROJNIK SMIJE BITI 0

K.R. $\boxed{x \in \langle -\infty, -1\rangle \cup [0, 2\rangle \cup [4, +\infty\rangle}$

NULTOČKA OD NAZIVNIKA PA IDE ŠPIC JER NAZIVNIK NIKAD NE SMIJE BITI 0

15 MINUTA 30.11.2022.

ZADATCI S DRŽAVNE MATURE

ODREDI X, ZA KOJI VRIJEDI:

$1x^2 + 7x + 12 \geq 0$

RJEŠAVAMO NEJEDNADŽBU KAO JEDNADŽBU DA BISMO DOBILI NULTOČKE (SJECIŠTA S X OSI)

$x^2 + 7x + 12 = 0$

$\boxed{x_1 = -3 \quad x_2 = -4}$

KVADRATNE NEJEDNADŽBE RJEŠAVAMO UZ POMOĆ SKICE

PARABOLA JE SRETNA JER JE A KOEFICIJENT POZITIVAN


OZNAČIMO DOBIVENE NULTOČKE NA SKICI PAZI NA REDOSLIJED PRVO MANJA PA VEĆA NULTOČKA

ZA SVAKI X OD -3 DO +∞ I -∞ DO -4 Y JE POZITIVAN (-3 I -4 NISU UKLJUČENI, ZA NJIH JE Y=0)

A ZA SVAKI X IZMEĐU -4 I -3 (OPET -4 I -3 NISU UKLJUČENI JER JE ZA NJIH Y=0) Y JE NEGATIVAN

MI TRAŽIMO KADA ĆE Y BITI VEĆI ILI JEDNAK NULI PA STOGA

$$x \in \langle -\infty, -4] \cup [-3, +\infty\rangle$$

Y MORA BITI VEĆI ILI JEDNAK NULI PA ZATO UKLJUČUJEMO NULTOČKE

15 MINUTA 29.11.2022.

POLOŽAJ PRAVCA I PARABOLE

ODREDI SIJEKU LI SE, DODIRUJU ILI SE PRAVAC I PARABOLA NE SIJEKU

$y = x^2 - 5x + 6$ → JEDNADŽBA PARABOLE

$-x + y + 2 = 0$ → JEDNADŽBA PRAVCA

IZRAZI JEDNU OD NEPOZNANICA IZ JEDNE JEDNADŽBE I UVRSTI U DRUGU

$y = x - 2 \longrightarrow y = x^2 - 5x + 6$

$x - 2 = x^2 - 5x + 6$

$-x^2 + 6x - 8 = 0$

ODREDI MOGUĆA RJEŠENJA KALKULATOROM (MOD 5, 3) ILI VIETOVIM FORMULAMA

RJEŠENJA SU REALNA: $x_1 = 4$, $x_2 = 2$ → ODREDI $y$

$y = x - 2$

$y_1 = 4 - 2$ $\quad$ $y_2 = 2 - 2$

$y_1 = 2$ $\quad$ $y_2 = 0$

A (4, 2), B (2, 0) PRAVAC I PARABOLA SE SIJEKU JER IMAJU DVIJE ZAJEDNIČKE TOČKE

* KAO BI JEDNADŽBA PRAVCA I JEDNADŽBA PARABOLE IMALE JEDNO ZAJEDNIČKO RJEŠENJE X, TADA BI IMALE I JEDNO ZAJEDNIČKO RJEŠENJE Y, A TO BI ZNAČILO DA SE DODIRUJU U JEDNOJ ZAJEDNIČKOJ TOČKI

* KAD BI JEDNADŽBA PRAVCA I JEDNADŽBA PARABOLE IMALE DVA ZAJEDNIČKA IMAGINARNA RJEŠENJA X TO BI ZNAČILO DA SE PRAVAC I PARABOLA NE SIJEKU NI U JEDNOJ REALNOJ TOČKI

15 MINUTA 2.12.2022.

DULJINA STRANICE JEDNAKOKRAČNOG TROKUTA IZNOSI 12 CM, ZA KOJI SE TROKUT POSTIŽE MAKSIMALNA POVRŠINA?

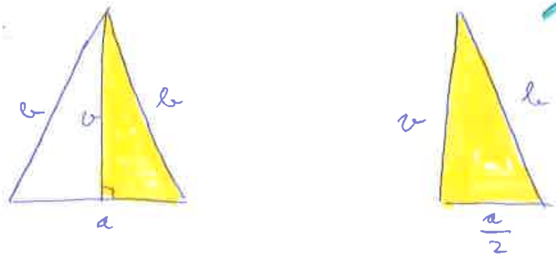
ZADANA JE STRANICA, $b$, A TRAŽI SE ZA KOJI TROKUT, ZA KOJU OSNOVICU, TJ. STRANICU $a$ SE POSTIŽE MAKSIMALNA POVRŠINA

$b = 12$ cm

P - NAJVEĆA

$a = ?$

SKICA




$$b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + v^2$$

$$v^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$v^2 = 144 - \frac{a^2}{4} \Big/ \sqrt{\ }$$

$$\boxed{v = \sqrt{144 - \frac{a^2}{4}}}$$

$$P = \frac{a \cdot v}{2}$$ ← FORMULA ZA POVRŠINU JEDNAKOKRAČNOG TROKUTA

DA BISMO DOBILI V, VISINU KOJA NAM JE NUŽNA KORISTIMO PITAGORIN POUČAK

UVRŠTAVAMO VISINU U FORMULU ZA POVRŠINU

$$P = \frac{a \cdot \boxed{\sqrt{144 - \frac{a^2}{4}}}}{2}$$

a ULAZI POD KORIJEN PA POSTAJE $a^2$ KOJI SE MNOŽI SA SVAKIM ČLANOM ISPOD KORIJENA

$$P = \frac{\sqrt{144a^2 - \frac{a^4}{4}}}{2}$$

$$a^2 \cdot \left(-\frac{a^2}{4}\right)$$

RJEŠAVAMO KVADRATNU FUNKCIJU, ZA KOJU VRIJEDNOST OD $a$ POVRŠINA IZNOSI 0 TRAŽIMO NULTOČKE

$$0 = \frac{\sqrt{144a^2 - \frac{a^4}{4}}}{2} \Big/ \cdot 2$$

$$0 = \sqrt{144a^2 - \frac{a^4}{4}} \Big/ ^2$$

SUPSTITUCIJA $a^2 = t$

$$0 = 144a^2 - \frac{a^4}{4}$$

$$0 = -\frac{a^4}{4} + 144a^2$$

$$0 = -\frac{t^2}{4} + 144t$$

$$0 = -\frac{1}{4}t^2 + 144t$$

$$\boxed{\begin{aligned} t_1 &= 576 \\ t_2 &= 0 \end{aligned}}$$

→ IZ TOGA JE $a$ JEDNAKO

$$t = a^2$$

$$576 = a^2 \Big/ \sqrt{\ }$$

$$\pm 24 = a$$

$$a = \pm 24$$

$$\boxed{a_1 = 24}$$

$$\cancel{a_2 = -24}$$

$$\boxed{a_3 = 0}$$

U OBZIR UZIMAMO SAMO POZITIVNU VRIJEDNOST JER GOVORIMO O DULJINI

$$t = a^2$$

$$0 = a^2 \Big/ \sqrt{\ }$$

$$a = 0$$

DOBILI SMO DULJINE STRANICE $a$ AKO JE POVRŠINA JEDNAKA 0, NULTOČKE

12 FORMULE ZA $X_T$ RAČUNAMO ZA KOJU DULJINU STRANICE $a$ POSTIŽEMO NAJVEĆU POVRŠINU

$$\boxed{\begin{aligned} a_1 &= 24 \\ a_2 &= 0 \end{aligned}}$$

$$a = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

$$a = \frac{24 + 0}{2}$$

$$a = 12$$

ZA DULJINU STRANICE $a$ 12 POSTIŽEMO NAJVEĆU POVRŠINU

ODNOSNO NAJVEĆA SE POVRŠINA POSTIŽE ZA JEDNAKOSTRANIČAN TROKUT

K.R.

15 MINUTA 1.12.2022.

ZADATCI S DRŽAVNE MATURE

ODREDI DISKRIMINANTU.

$f(x)=4(x+2)^2-5 \xrightarrow[\text{FUNKCIJU}]{\text{RASPIŠI}}$

KVADRAT ZBROJA

$f(x)=4(x^2+4x+4)-5$

POMNOŽI 4 SA SVAKIM ČLANOM ZAGRADE

$f(x)=4x^2+16x+16-5$

$f(x)=4x^2+16x+11$

$D=?$

FORMULA ZA DISKRIMINANTU

$D=b^2-4ac$

$D=16^2-4\cdot4\cdot11$

$D=256-176$

K.R. $\boxed{D=80}$