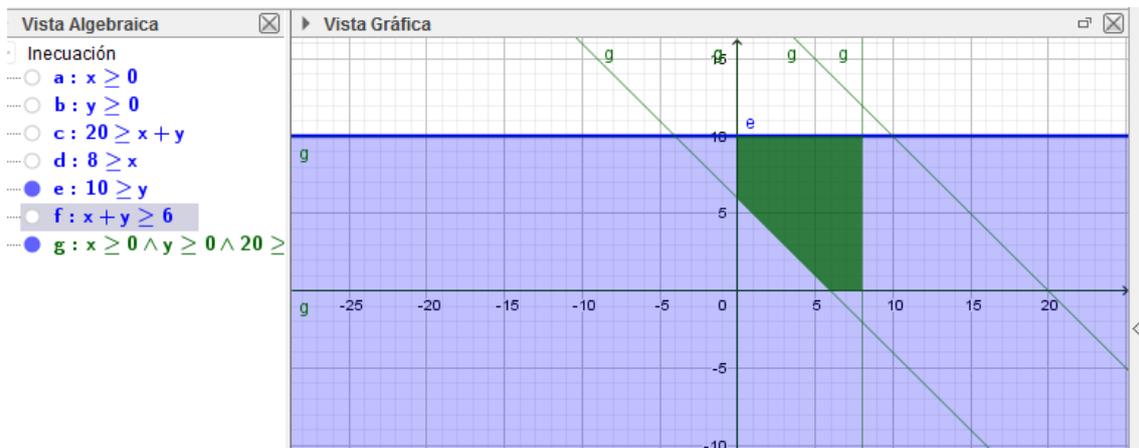


Optimización de una función lineal de dos variables

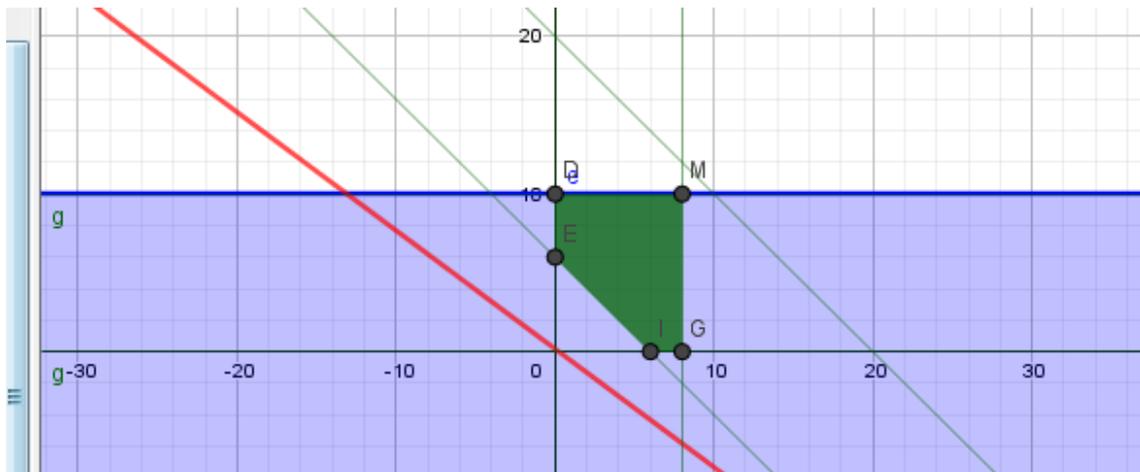
Una función lineal de dos variables es una función del tipo $F(x,y) = ax + by + c$, donde a, b, c son números reales. Para optimizar una función de este tipo en un conjunto convexo, debemos buscar los valores máximo y mínimo que alcanzará, que se encontrarán en los puntos que generen respectivamente la mayor y menor ordenada en el origen de todas las paralelas a la función.

Por ejemplo, vamos a buscar los valores máximos y mínimos de la función $F(x,y)$ en el conjunto convexo siguiente:

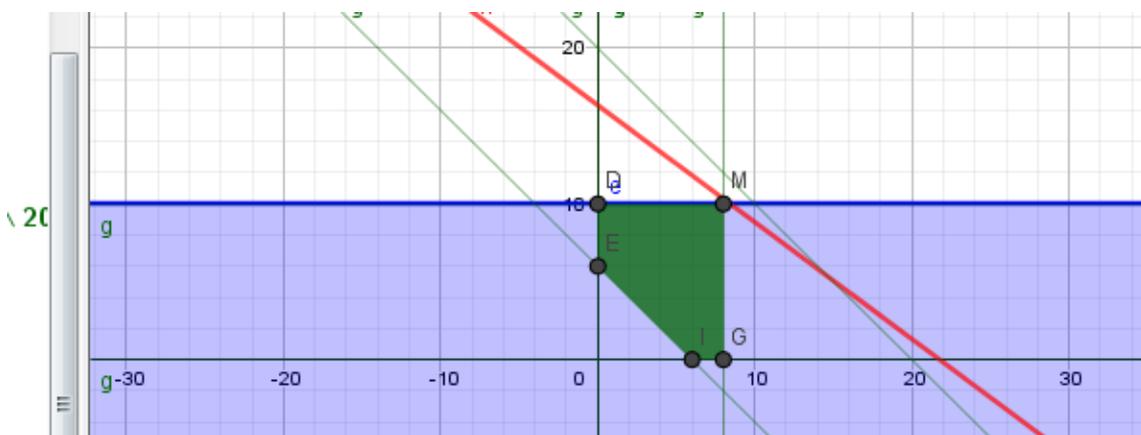
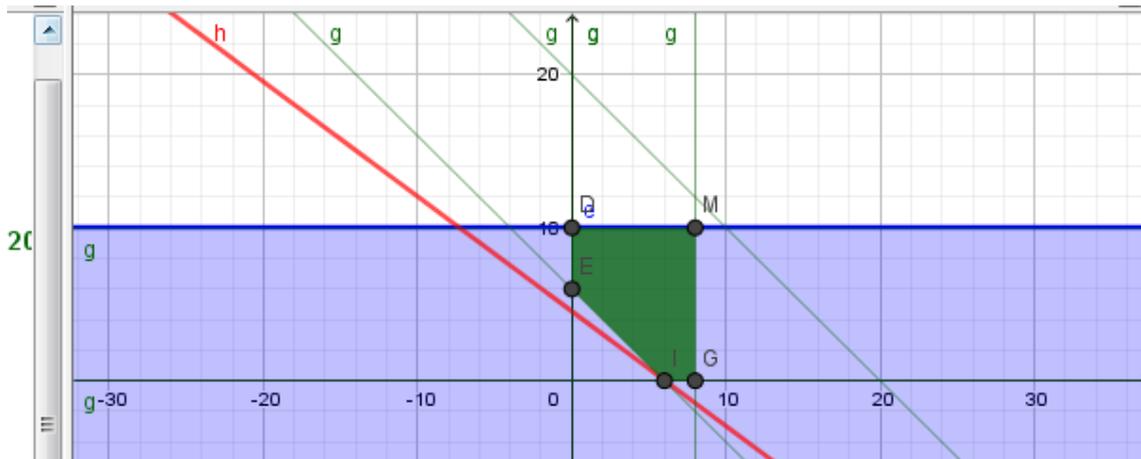
$$F(x,y) = 3x + 4y$$



Vemos en rojo la función objetivo:



Desplazando paralelamente la función objetivo, vemos que los valores máximo y mínimo se alcanzan en dos vértices del conjunto convexo, a saber, el mínimo se alcanza en el vértice I, y corresponde a un valor de la función de 18, mientras que el máximo se encuentra en el vértice M y toma el valor de 68:



También podemos sustituir la función en todos los vértices, y quedarnos con los resultados que den el valor máximo y mínimo.

Por lo tanto, podemos decir que el método para obtener las soluciones óptimas de una función en un sistema de inecuaciones lineales puede ser analítico o gráfico, y los pasos serán los siguientes:

Método analítico:

- 1.- Calculamos las coordenadas de los puntos de la región factible (vértices)
- 2.- Sustituimos los valores de los vértices en la función objetivo
- 3.- Nos quedamos con el valor máximo o con el valor mínimo, según sea el caso.

Método gráfico:

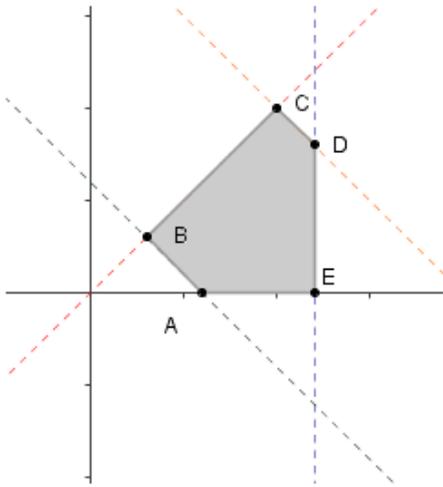
- 1.- Representamos la recta de nivel de la función objetivo
- 2.- Trazamos paralelas que pasen por cada uno de los vértices del recinto.

3.- La función objetivo se hace máxima para la recta que tenga mayor ordenada en el origen, y la solución será el vértice correspondiente. Análogamente, para el mínimo y la menor ordenada en el origen.

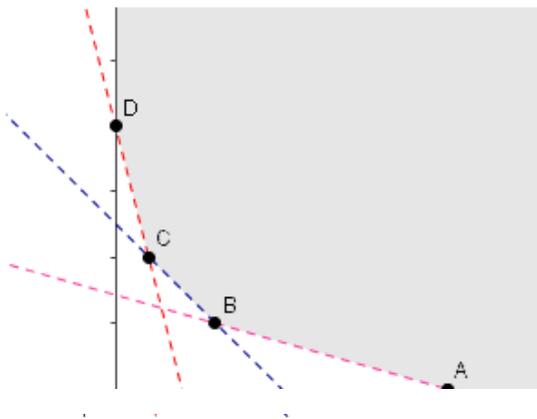
4.- Sustituimos las coordenadas del vértice para calcular el valor máximo o mínimo de la función objetivo.

En función del tipo de solución de nuestro sistema de inecuaciones, podremos tener los siguientes casos:

Región factible acotada. Tiene un único máximo y un único mínimo.



Región factible no acotada. No existe máximo, tiene un único mínimo.



Soluciones múltiples. Todos los puntos del segmento BC.

