

9. Potencia, eje radical y polaridad

9.1. Potencia

Se llama potencia de un punto P , respecto a una circunferencia, situados en el mismo plano, al producto de los segmentos determinados por dicho punto y los de intersección con la circunferencia de una secante trazada por P .

PROPIEDADES

1. Es independiente de la secante elegida y siempre tiene un valor constante k .
2. El valor de la tangente es
3. El segmento \overline{PT} es media proporcional de \overline{PA} y \overline{PB}
4. Si la secante es diametral, la potencia se puede calcular en función del radio y de la distancia del punto al centro.

5 El valor de la potencia dependiendo de la posición de P es:

EXTERIOR

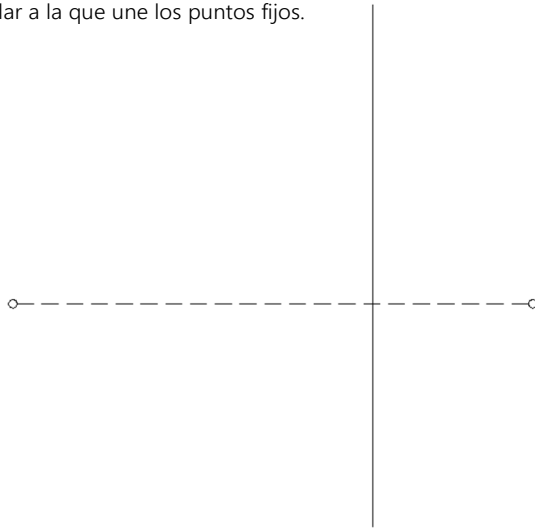
INTERIOR

PERTENECIENTE

9.2. Eje radical

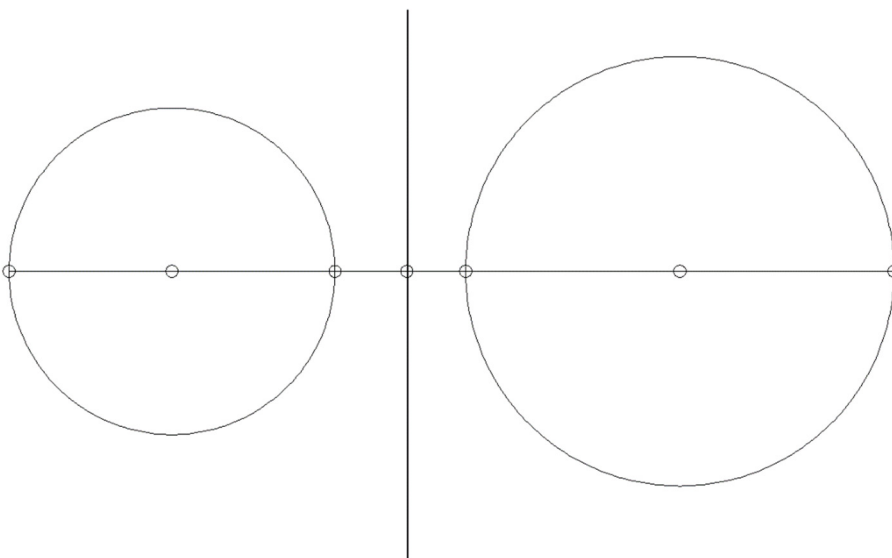
Es el lugar geométrico de los puntos del plano, en que se cumple que la diferencia de los cuadrados de las distancias a otros dos fijos es constante.

Es una recta perpendicular a la que une los puntos fijos.



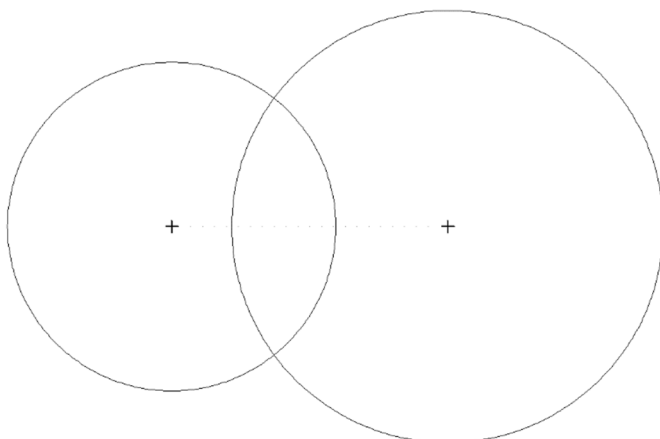
9.2.1. eje radical de dos circunferencias

Es el lugar geométrico de los puntos del plano que tienen la misma potencia respecto a dos circunferencias.

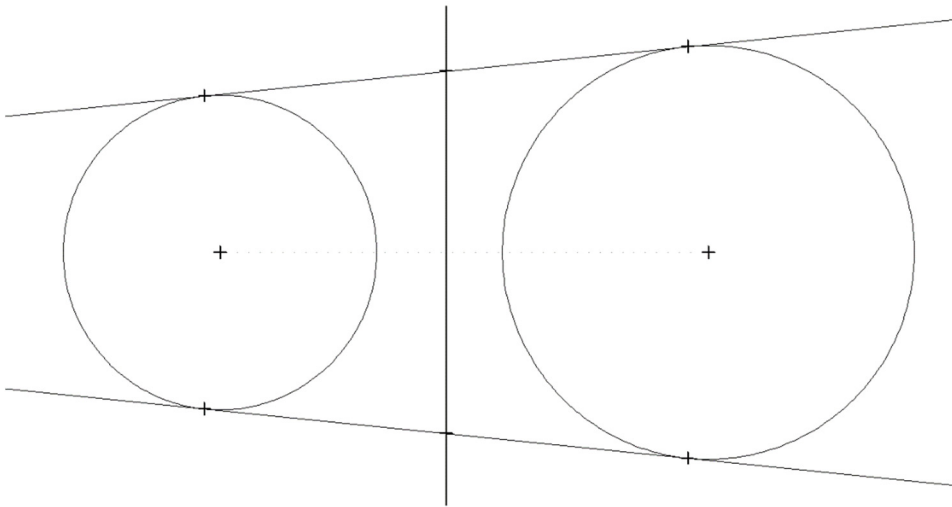


9.2.2. localización del eje radical de dos circunferencias.

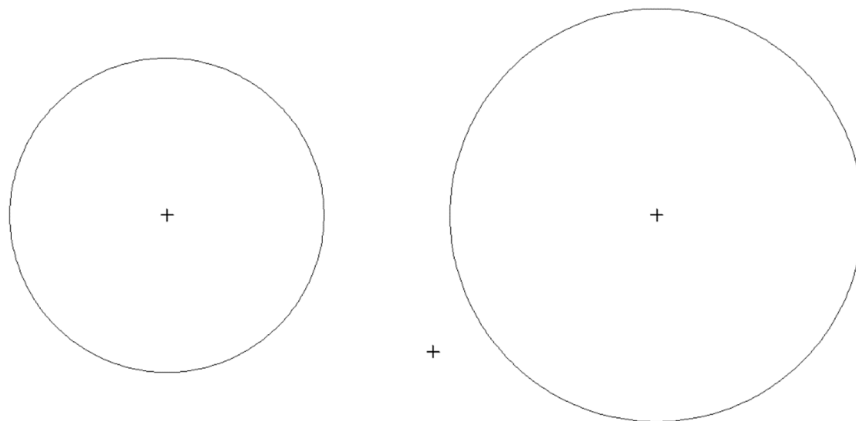
A. secantes



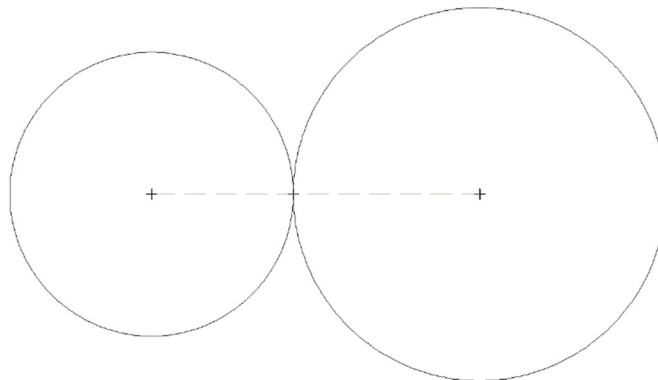
B. exteriores



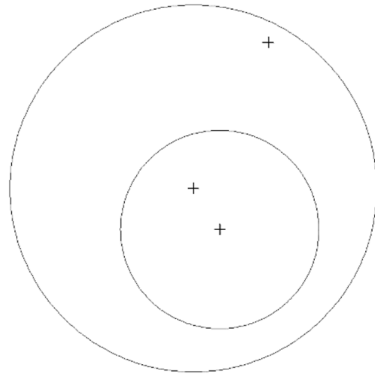
Método simplificado



C. tangentes

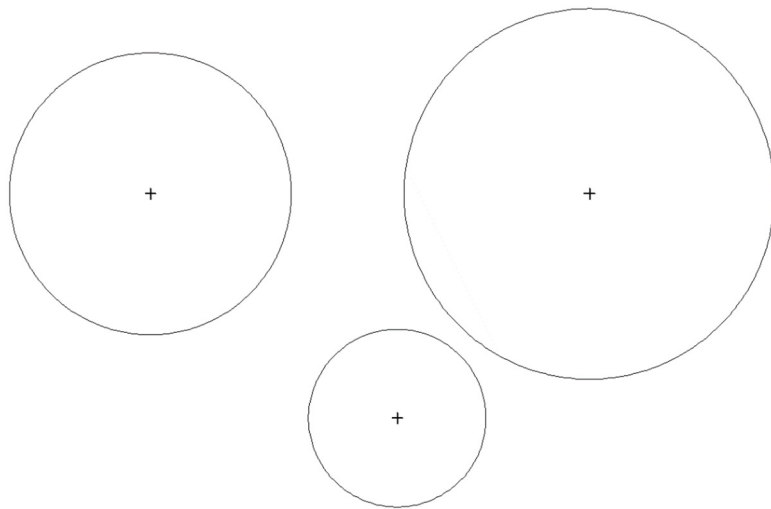


D. interiores



9.2.3. centro radical

Dadas tres circunferencias existe un punto desde el que la potencia es igual para las tres, llamado centro radical.



9.2.4. circunferencias coaxiales

Al conjunto de circunferencias que tienen el mismo eje radical, se le llama haz de circunferencias y cualquier punto del eje radical tiene la misma potencia respecto a todas las circunferencias del haz.

Diferenciamos los siguientes tipos de haces:

9.2.4.1. haz tangente

Formado por las infinitas circunferencias que pasan por un punto y tienen sus centros alineados.

9.2.4.2. haz secante

9.2.4.3. haz ortogonal (no secante)

9.3. Polaridad

9.3.1. series lineales

9.3.1.1. razón simple de tres puntos

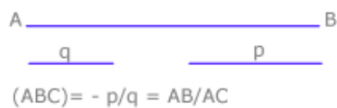
Dados los puntos fijos A y B en una recta r orientada (sentido positivo y negativo), se llama razón simple de 3 puntos (PAB) a la relación:

Para construir una razón simple aplicamos lo aprendido en proporcionalidad directa:

Ejemplo de razón positiva: Dado un segmento AB, hallar el punto C que cumpla: $(ABC) = 3$.

Ejemplo de razón negativa: Dado un segmento AB, hallar el punto C que cumpla:

$(ABC) = -\frac{p}{q}$, siendo p y q segmentos dados.



9.3.1.2. razón doble de cuatro puntos

Dados los puntos fijos A y B en una recta r orientada, se llama razón doble de 4 puntos (MNAB) al cociente de las razones simples de los dos primeros respecto a los otros dos:

Para construir una razón doble aplicamos lo aprendido en proporcionalidad directa:

Ejemplo de razón positiva: Dados los puntos alineados A, B y C, hallar el punto D que cumpla: $(ABCD) = p/q$, siendo p y q segmentos dados.



Ejemplo de razón negativa:

Dados los puntos alineados A, B y C, hallar el punto D que cumpla:

$(ABCD) = -\frac{p}{q}$, siendo p y q segmentos dados.



A cada grupo de cuatro puntos que se puede elegir se le denomina cuaterna **anarmónica**.

Si la razón doble de 4 puntos vale -1 , se dice que los cuatro puntos forman una cuaterna armónica:

EJERCICIO:

Dados N, A, B puntos sobre r , hallar M conjugado armónico de N respecto a los puntos A y B . (dis $AN=2,5$ cm, dis $AB= 4$ cm)

9.3.2. polar punto respecto a una circunferencia

Polar "e" de un punto fijo P , llamado polo, respecto de una circunferencia de centro O , llamada círculo director (CD), es el eje radical de dos circunferencias, la del círculo director y la de diámetro OD

Podemos definirla también como la recta que contiene a todos los conjugados armónicos que relacionan a P con los puntos de intersección en las distintas secantes trazadas por P .

Si trazamos por P una secante r que intercepte en dos puntos R y S a la circunferencia, el conjugado armónico de P, R, S será el punto de corte de r de la polar (O). Igual para cualquier secante.

9.3.3. localización de la polar conocido el CD y distintas posiciones del polo

A. polo exterior

B. polo interior

C. polo en la circunferencia

EJERCICIO:

Dada la circunferencia de $r = 3\text{cm}$. Determina la polar de un punto P, si:

- a. $OP = 2\text{ cm}$
- b. $OP = 5\text{ cm}$

9.3.4. localización del polo conocido el CD y distintas posiciones de la polar

A. polar secante

B. polar exterior