Funzioni goniometriche

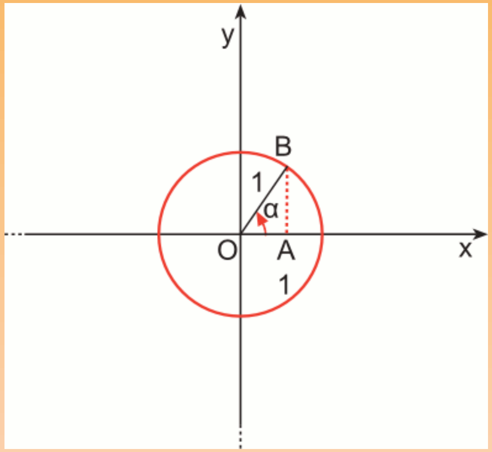
1. LE FUNZIONI SENO E COSENO

Circonferenza di raggio unitario

Indichiamo con (x; y) le coordinate di B.

$$x = \cos \alpha$$

$$y = \text{sen}\, \alpha$$

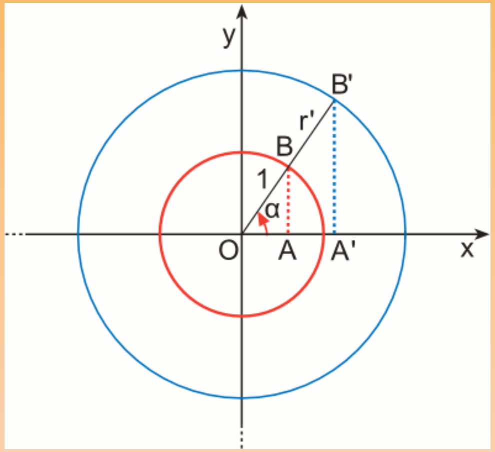


Circonferenza di centro *O* e raggio qualsiasi

Indichiamo con (x'; y') le coordinate di B'.

$$\frac{x'}{r'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OB'}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \cos \alpha$$

$$\frac{y'}{r'} = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{OB'}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{OB}} = \text{sen}\, \alpha$$



Scopriamo che:

$\frac{x'}{r'}$ e $\frac{y'}{r'}$

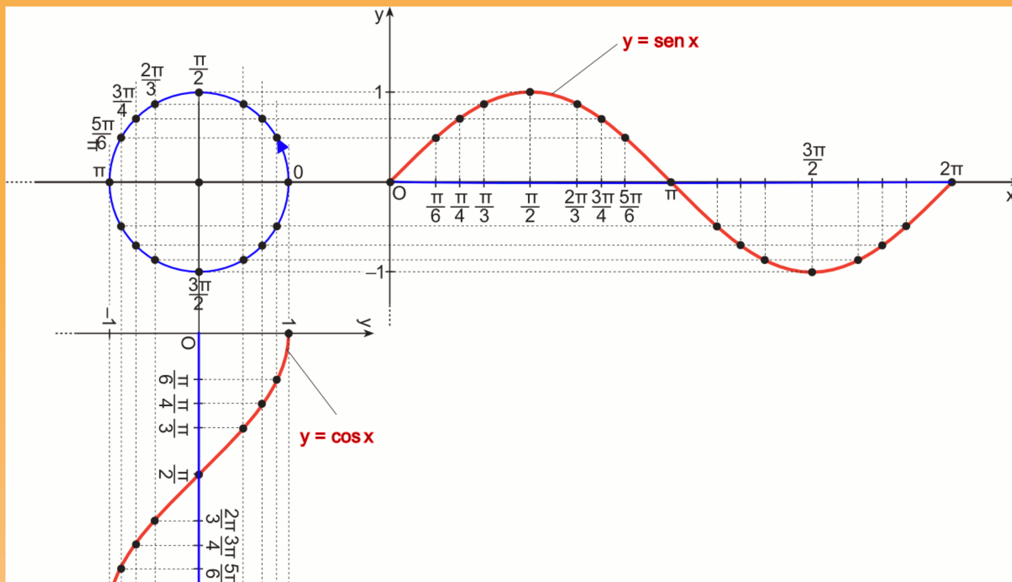
e quindi **sen α** e **cos α**

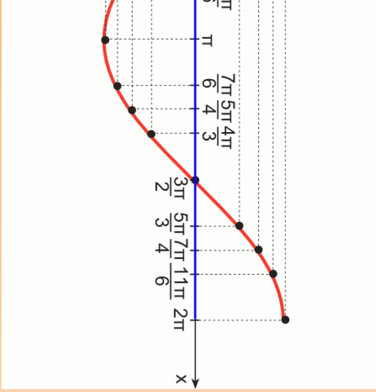
non dipendono dalla particolare circonferenza considerata,

ma solo dall'angolo α.

ZANICHELLI

2. LE VARIAZIONI E IL GRAFICO DELLE FUNZIONI SENO E COSENO





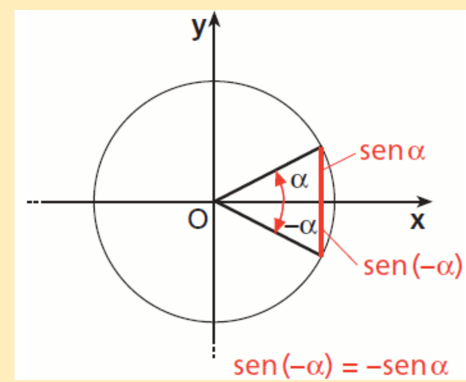
Costruiamo il grafico delle funzioni ***y* = sen *x*** e ***y* = cos *x*** in **[0; 2π]** riportando sull'asse *x* i valori degli angoli e sull'asse *y* le coordinate dei punti della circonferenza goniometrica.

PROPRIETÀ

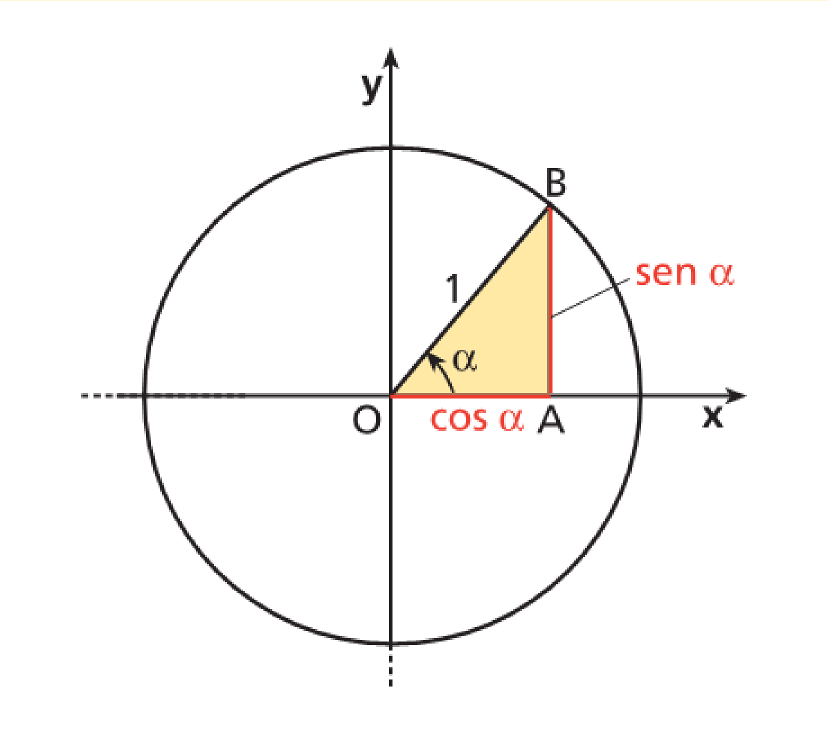
In particolare si verifica che:

$$-1 \leq \text{sen}\, x \leq 1\ ;$$
$$-1 \leq \cos x \leq 1\ ;$$

$$\cos x = \cos(-x)\ ;$$
$$\text{sen}\, x = -\text{sen}\,(-x)\ .$$



3. LA PRIMA RELAZIONE FONDAMENTALE



Prima relazione fondamentale della goniometria

$$\cos^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha = 1$$

Da cui, se è noto $\cos \alpha$,

$$\text{sen}\,\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha} \text{ ,}$$

mentre, se è noto $\text{sen}\,\alpha$,

$$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\text{sen}^2\alpha} \text{ .}$$

ZANICHELLI

4. LA FUNZIONE TANGENTE

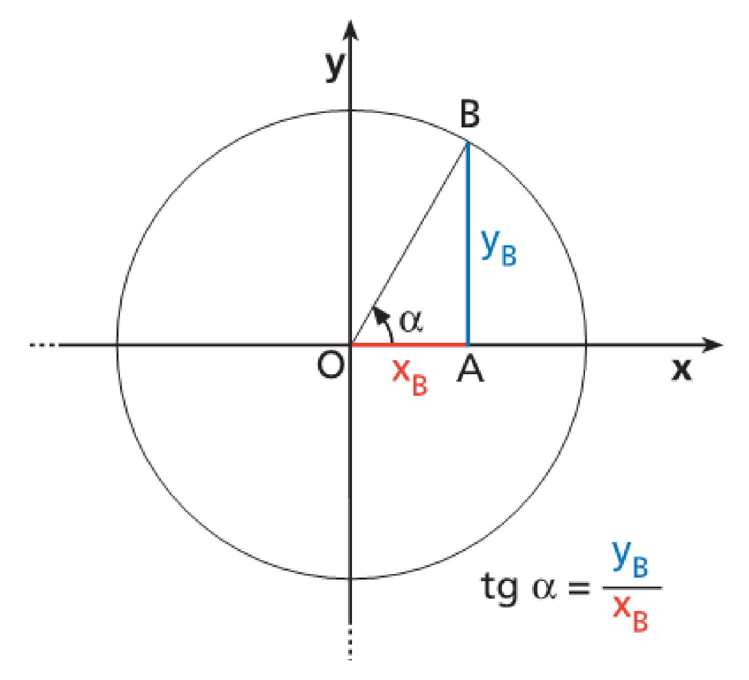
DEFINIZIONE

Tangente

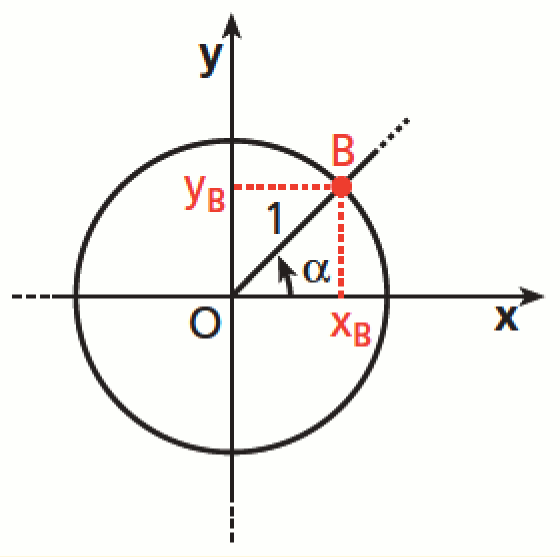
Consideriamo un angolo orientato α, e sia *B* il punto della circonferenza associato ad α.

Definiamo **tangente** di α il rapporto, quando esiste, tra l'ordinata e l'ascissa di *B*:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y_B}{x_B}.$$



5. LA SECONDA RELAZIONE FONDAMENTALE



Seconda relazione fondamentale della goniometria

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{y_B}{x_B},$$

$y_B = \mathrm{sen}\ \alpha$, $x_B = \cos\ \alpha$,

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\mathrm{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}\ .$$