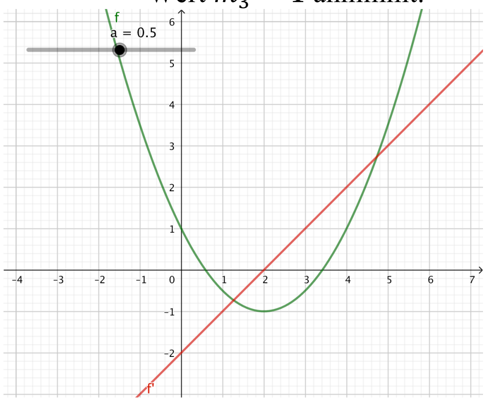
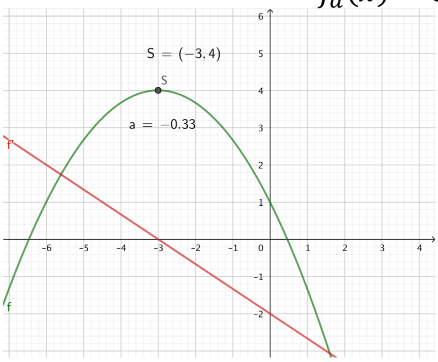
1. Eine Parabel P_a hat die Gleichung $f_a(x) = ax^2 - 2x + 1$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

   a) Bestimmen Sie den Parameter a so, dass die Steigung der Parabel an der Stelle $x = 3$ den Wert $m_3 = 1$ annimmt.



   b) Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitels S der Parabel P_a in Abhängigkeit von a. Bestimmen Sie a derart, dass der Scheitel auf der Geraden $y = 4$ liegt!

$$f_a(x) = ax^2 - 2x + 1$$

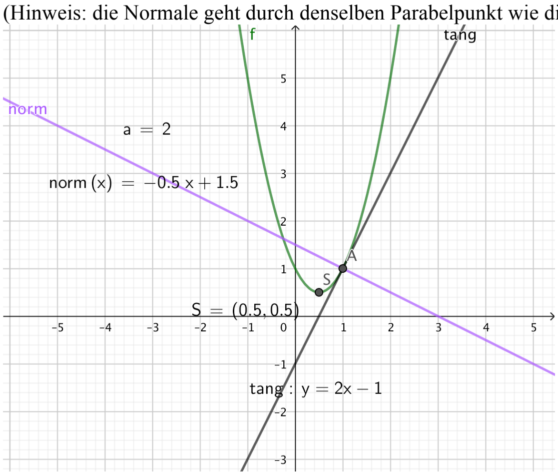


$$f'_a(x) = 2a\,x - 2 = 0 \quad genau\ dann, wenn\ x = \frac{1}{a}$$

Scheitelpunkt : $SP\ \left(\frac{1}{a}\ ;\ -\frac{1}{a} + 1\right)\ mit\ y = 4\ folgt:\ -\frac{1}{a} + 1 = 4\ also\ \frac{1}{a} = \ -3\ wird\ a = -\frac{1}{3}$

Dieser Wert muss nun noch in SP eingesetzt werden siehe Skizze ....

   c) Setzen Sie $a = 2$ und stellen Sie die Gleichung der Kurventangente t und der Normale n im Punkt $P(1|f_2(1))$ der Parabel auf.
   (Hinweis: die Normale geht durch denselben Parabelpunkt wie die Tangente und steht auf dieser senkrecht!)



d) Bestimmen Sie, für welche x −Werte $f_a'(x) < 2$ ist? Unterscheiden Sie dabei die beiden Fälle $a > 0$ und $a < 0$. $f'_a(x) = 2a\,x - 2 < 2 \iff 2a\,x < 4 \iff a\,x < 2$

1. Fall: a > 0: $x < \frac{2}{a}$
2. Fall: a < 0: $x > \frac{2}{a}$

e) Für welche a −Werte hat die Parabel 2 Nullstellen?

$f_a(x) = ax^2 - 2x + 1 = 0$

$$a\left(x^2 - \frac{2}{a}x + \frac{1}{a}\right) = 0 \leftrightarrow \sqrt{\underbrace{b^2 - 4ac}_{Diskriminante\ muss\ >0\ sein}} =$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{2}{a}\right)^2 - 4 * 1 * \frac{1}{a}} = \sqrt{\frac{4}{a^2} - \frac{4\,a}{a^2}} = \sqrt{\frac{4(1-a)}{a^2}}$$

$$Diskriminante\ muss\ > 0\ sein: \frac{4(1-a)}{a^2} > 0$$

mit 1-a > 0 folgt a < 1

f) Zeichnen Sie die Parabel P_2 für $a = 2$ im Bereich $[-0{,}5; 1{,}5]$ mit Hilfe einer Wertetabelle mit der Schrittweite $\Delta x = 0{,}5$ und tragen Sie die Kurventangente t und die Normale n aus Aufgabe 3.c) ein. Eine Längeneinheit $\triangleq 2cm$!