

### 33 Mètodes de càlcul. Exemples

#### 33.8 Angles de gir i deflexió

El mètode 'angles de gir i deflexió' per al càlcul d'estructures hiperestàtiques s'atribueix a Mohr però no va ser fins a principis del segle XX que no es va utilitzar de forma significativa. Fins que, amb l'aparició del mètode de Cross, es va deixar d'utilitzar. La facilitat amb què els ordinadors resolten sistemes d'equacions o inverteixen matrius, va tornar a posar en consideració un mètode en què es consideren com a incògnites les rotacions i els desplaçaments dels nusos. Del llibre 'Análisis de Estructuras' de Jairo Uribe Escamilla publicat a ECOE Ediciones el 2002 s'extreuen les figures 33.39 i 33.40 que a continuació es comentaran i l'exemple de biga continua que es veu a la figura 33.41. La utilització del programa GeoGebra ha permès ampliar i generalitzar l'exemple del professor Jaime Uribe.

El mètode permet relacionar els angles de gir i la deflexió dels nusos d'una barra amb els moments que actuen en els seus extrems. A la figura 33.39 s'observa una barra de longitud  $L$  i nusos extrems  $i$  i  $j$  sobre la qual actua un cert sistema de càrregues. D'una manera general, la barra es deforma creant un moment  $M_i$  i un gir  $\theta_i$  en el nus  $i$ , de la mateixa manera, un moment  $M_j$  i un gir  $\theta_j$  en el nus  $j$ . A més, es produeix un desplaçament o deflexió  $\Delta$  entre els nusos.

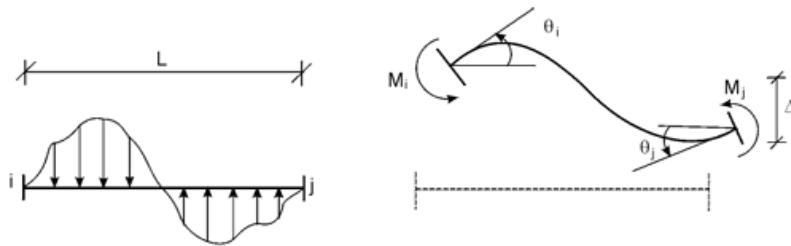


Fig. 33.39

En imposar l'equilibri a la barra  $i$ - $j$ , es desemboca en el següent sistema d'equacions (fig. 33.40).

$$M_i = M_i^F + EK (4\theta_i + 2\theta_j + 6\Delta / L)$$

$$M_j = M_j^F + EK (2\theta_i + 4\theta_j + 6\Delta / L)$$

Fig. 33.40

On:

$M_i$  i  $M_j$  són els moments buscats que s'originen en els extrems de la barra

$M_i^F$  i  $M_j^F$  són els moments d'encastament perfecte deguts a les càrregues que actuen a la barra

$E$  és el mòdul d'elasticitat de la barra

$K$  és la seva rigidesa

$\theta_i$  i  $\theta_j$  són els girs que s'originen en els nusos  $i$  i  $j$  respectivament. Són les incògnites del sistema

$\Delta$  és el desplaçament relatiu dels nusos i també incògnita del sistema

$L$  és la llum de la barra

En el llibre del professor Jairo Uribe i a la literatura especialitzada, es pot seguir el procés de l'obtenció de les equacions exposades. Com és lògic, a mesura que augmenten els nusos considerats a l'estructura, el sistema d'equacions augmenta en conseqüència. En l'exemple exposat a la figura 33.41 no es consideren els desplaçaments dels nusos, és a dir  $\Delta = 0$ , i el

material és constant (amb el mateix mòdul d'elasticitat  $E$ ) per a tots els elements integrants de l'estructura. En el nus A, que està perfectament encastat, el gir és nul, amb la qual cosa únicament s'han de calcular els girs dels nusos B i C. Això comporta únicament dues incògnites a resoldre. Al full de càlcul de l'aplicació es pot visualitzar la matriu de  $2 \times 2$  associada al sistema d'equacions i la seva matriu invertida.

El procés de càlcul compren les següents parts:

1. Càlcul dels moments d'encastament perfecte que es donen en els nusos de les barres del pòrtic.
2. Càlcul dels moments d'inèrcia de les barres.
3. Càlcul de les rigideses de les barres.
4. Amb aquestes dades ja es poden plantejar les equacions dels angles de girs i deflexions.
5. Obtinguts els girs i deflexions, les mateixes equacions ens permeten calcular els moments flectors en els nusos. Amb aquests valors, l'obtenció dels diagrames de moments flectors, esforços tallants i la determinació de les reaccions, és immediata.

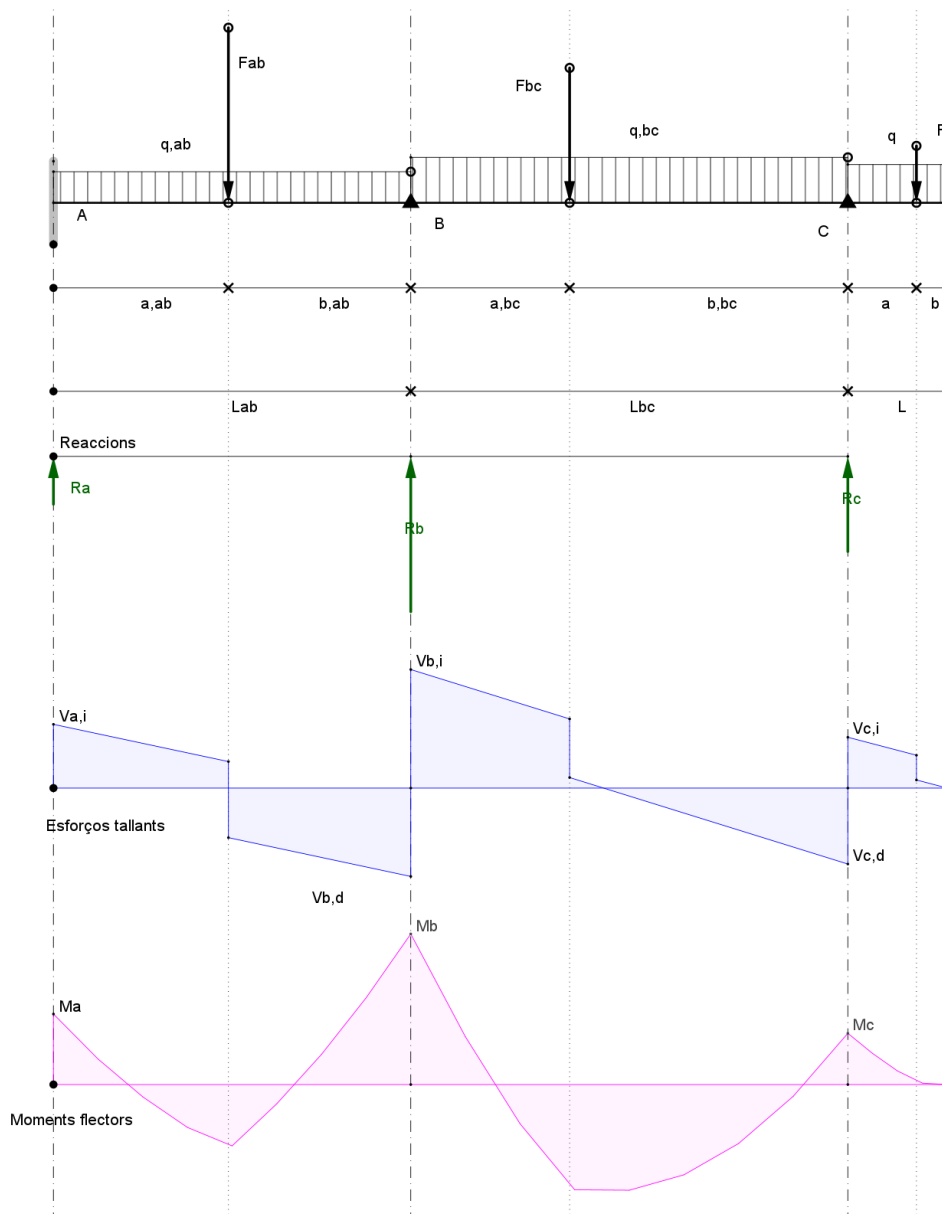


Fig. 33.41