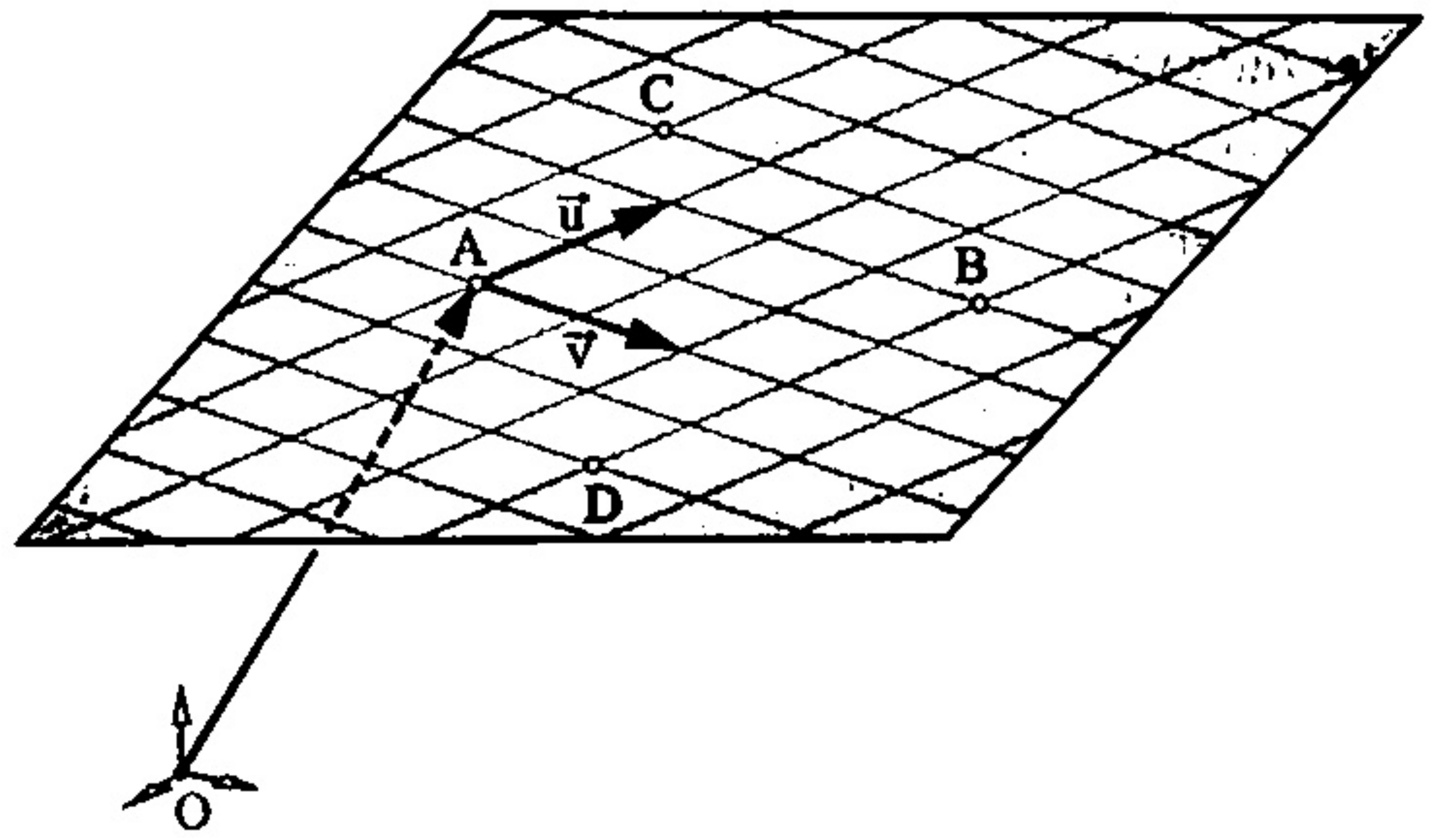
Parameterdarstellung einer Ebene

Eine Gerade kann durch eine Parameterdarstellung mithilfe eines Punktes und eines Richtungsvektors beschrieben werden. Betrachten wir eine Ebene, wie in der Abbildung rechts, von der ein Punkt A und zwei Richtungsvektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ gegeben sind.



a) Bestimmen Sie die Ortsvektoren der Punkte B, C und D in der Ebene mithilfe der Vektoren $\overrightarrow{OA}$, $\vec{u}$ und $\vec{v}$.

____

____

____

b) Zeichnen Sie in die Abbildung oben den Punkt P ein, für den gilt: $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + 3 \cdot \vec{u} + 1 \cdot \vec{v}$

c) Beschreiben Sie, wie man den Ortsvektor eines beliebigen Punktes X der Ebene mithilfe von $\overrightarrow{OA}$, $\vec{u}$ und $\vec{v}$ angeben kann.

____

____

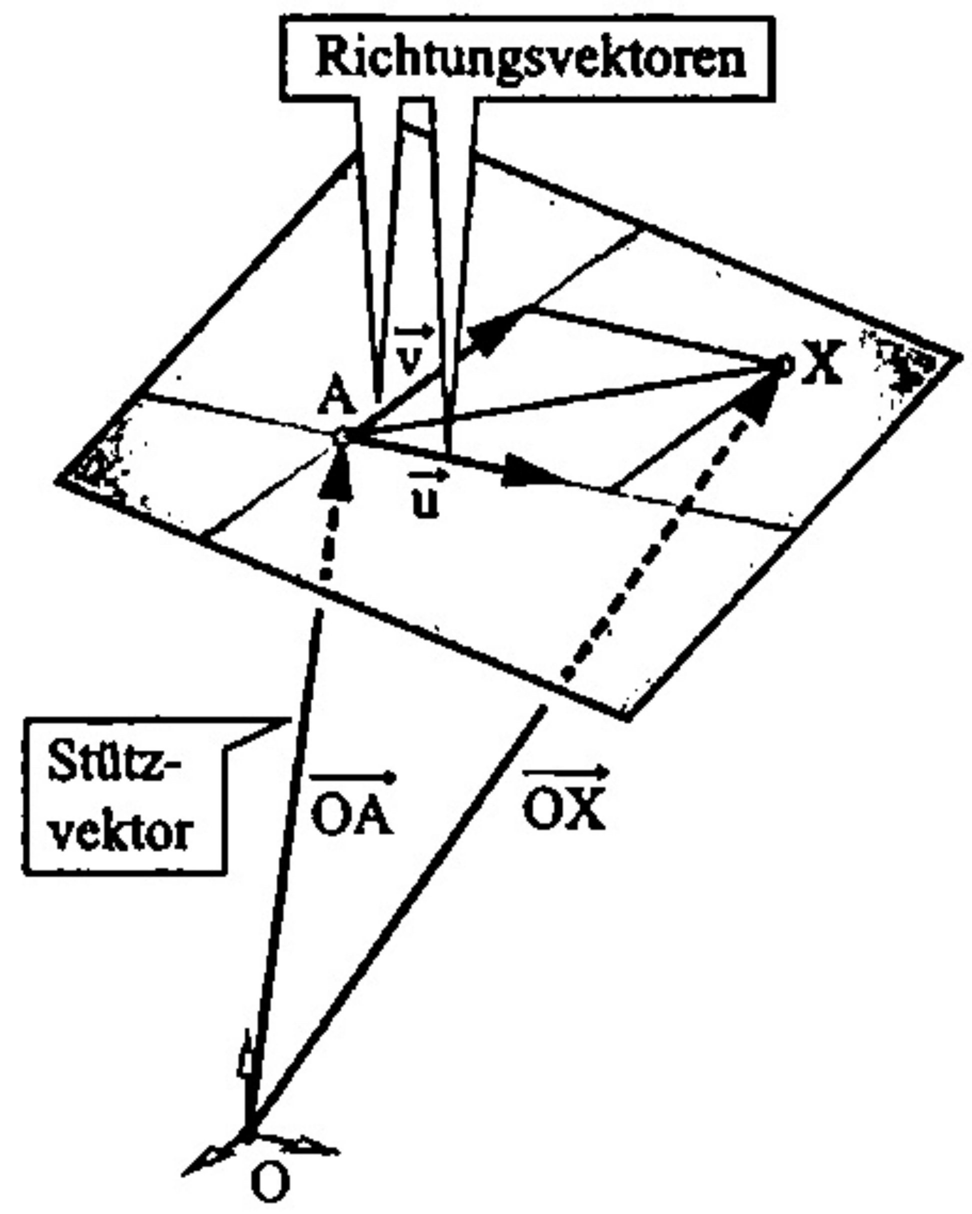
____

d) Vervollständigen Sie den nachfolgenden Satz.

Durch einen Punkt A und zwei Vektoren $\vec{u} \neq \vec{o}$ und $\vec{v} \neq \vec{o}$, die nicht parallel zueinander sind, ist eine Ebene E bestimmt.
Die Ebene E kann durch folgende Gleichung beschrieben werden:

E: $\overrightarrow{OX}$ = mit $s, t \in \mathbb{R}$

Diese Gleichung bezeichnet man als Parameterdarstellung der Ebene E mit den Parametern s und t. Es gilt:
(1) Setzt man für s und t zwei beliebige Zahlen in die Parameterdarstellung der Ebene E ein, so ergibt sich der Ortsvektor eines Ebenenpunktes von E.
(2) Für jeden Punkt P der Ebene E gibt es zwei Zahlen $s, t \in \mathbb{R}$, sodass gilt: $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + s \cdot \vec{u} + t \cdot \vec{v}$



e) Eine Ebene E geht durch den Punkt $A(4|-3|2)$ und hat die Richtungsvektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.
Geben Sie eine Parameterdarstellung der Ebene E an.

$$E: \vec{x} = \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} \; \\ \; \\ \; \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} \; \\ \; \\ \; \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} \; \\ \; \\ \; \end{pmatrix}$$