学籍番号:	氏名:
協力者	

課題

フィボナッチ数列の漸化式は以下で与えられます.

$$F_1 = 1, F_2 = 1, \qquad F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

フィボナッチ数列は，以下のような和の公式(∗)が成り立つことが知られており，それは，F_nを一辺とする正方形を上手く配置することで，その和の公式が視覚的に正しいことが分かります．それを次の図 1 で与えます．

$$\sum_{i=1}^{n} F_i^2 = F_n F_{n+1} \qquad (*)$$

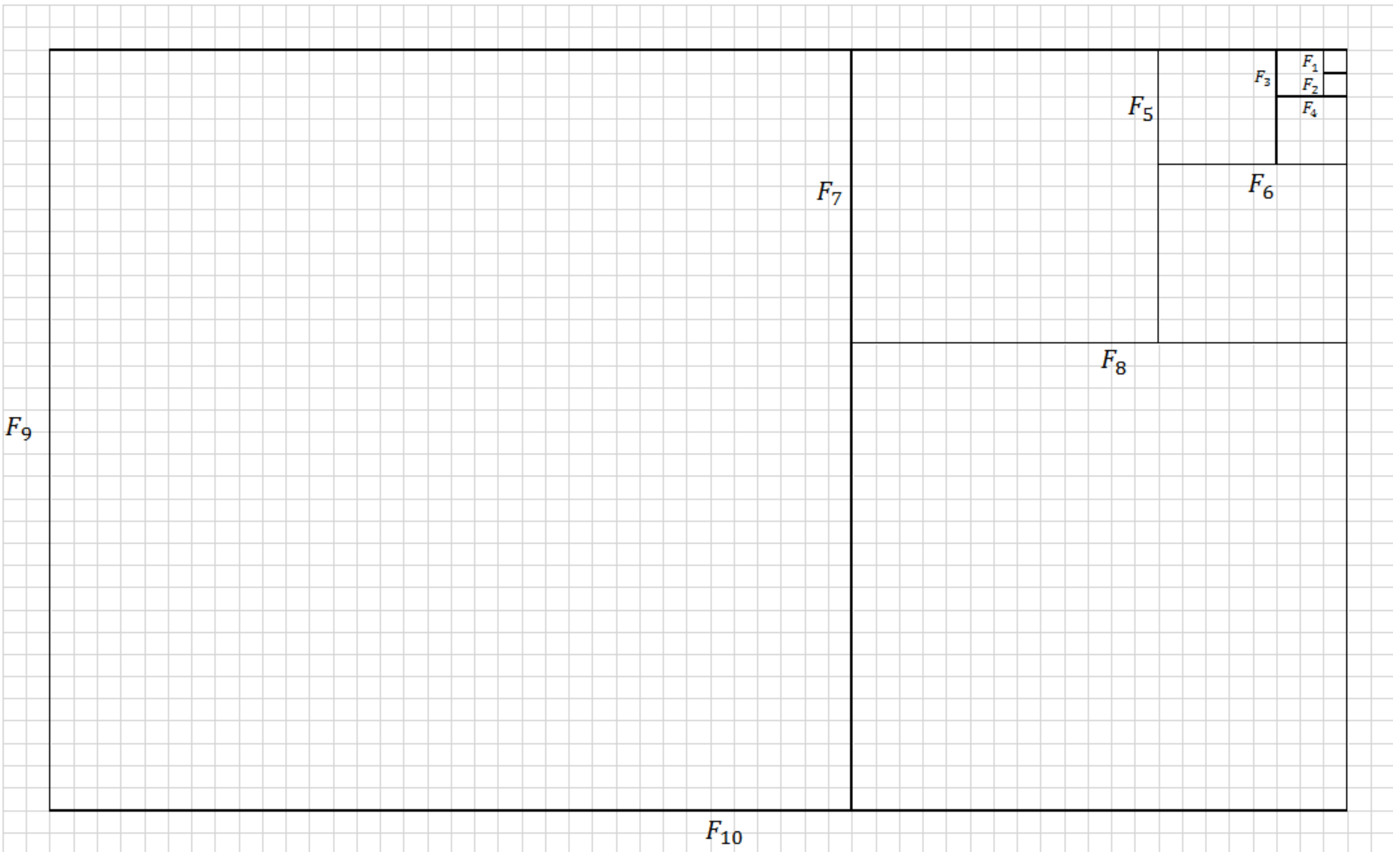

図 1

1)次の漸化式で与えられる数列の和を，(∗)のように，方眼紙に図示してみましょう．

①数列F_nが，漸化式$F_1 = 1, F_2 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$を満たすとする．このとき，

$$\sum_{i=1}^{2n-1} F_i F_{i+1} = F_{2n}^2$$

②数列L_nが，漸化式$L_1 = 1, L_2 = 3, L_{n+2} = L_{n+1} + L_n$を満たすとする．このとき，

$$\sum_{i=1}^{n} L_i^2 = L_n L_{n+1} - 2$$

③数列P_nが，漸化式$P_1 = 1, P_2 = 2, P_{n+2} = 2P_{n+1} + P_n$を満たすとする．このとき，

$$2\left(\sum_{i=1}^{n} P_i^2\right) = P_n P_{n+1}$$

学籍番号:	氏名:
協力者	

学籍番号:	氏名:
協力者	

2)次の数列の漸化式に関して，和の公式に関する図示から，その公式を導いてみましょう．

①$F_1 = 1, F_2 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$のとき，図 2 で表される和の公式

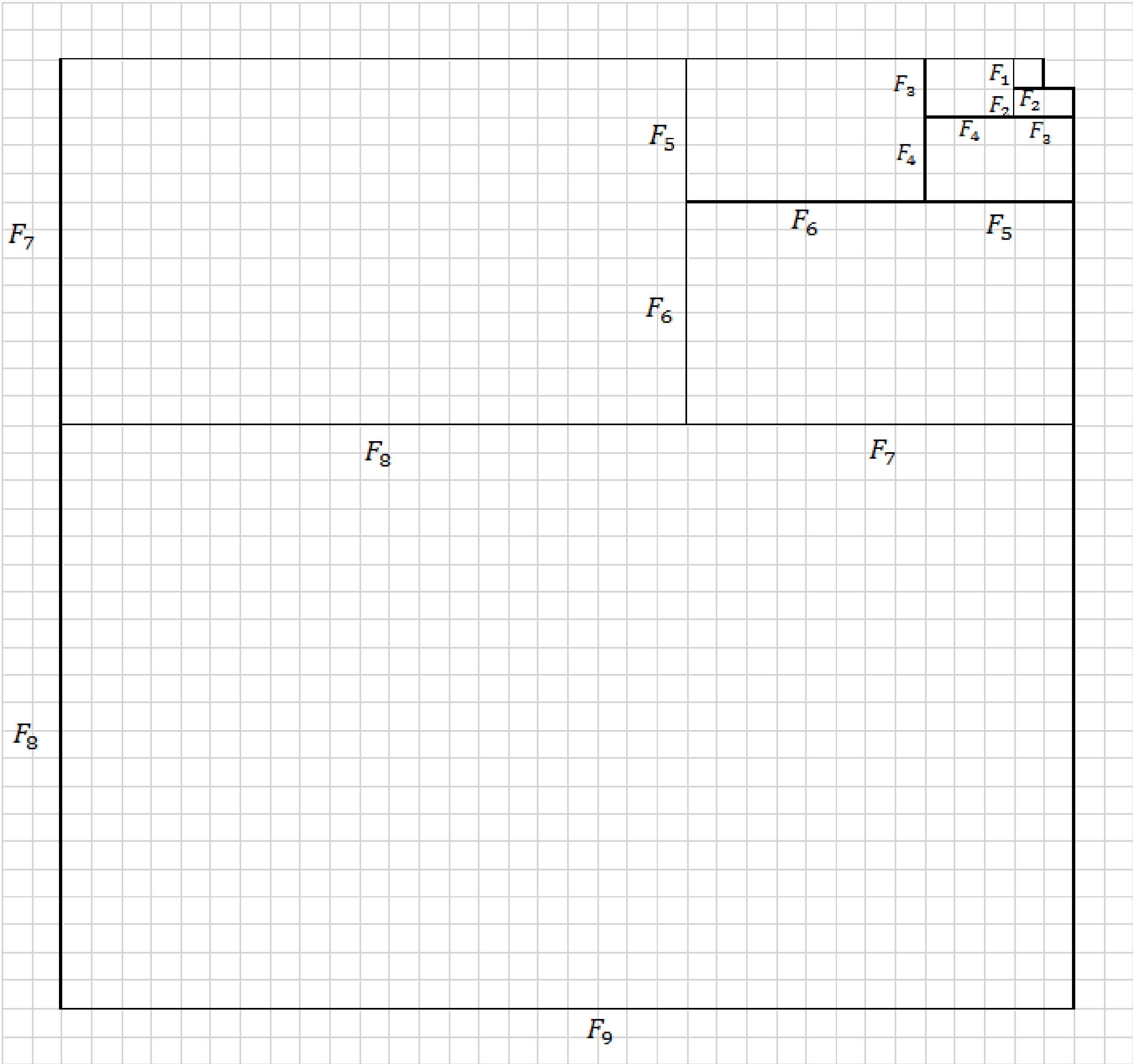

図 2

学籍番号:	氏名:
協力者	

②$C_1=2, C_2=1, C_{n+2}=C_{n+1}+C_n$のとき，図 3 で表される和の公式

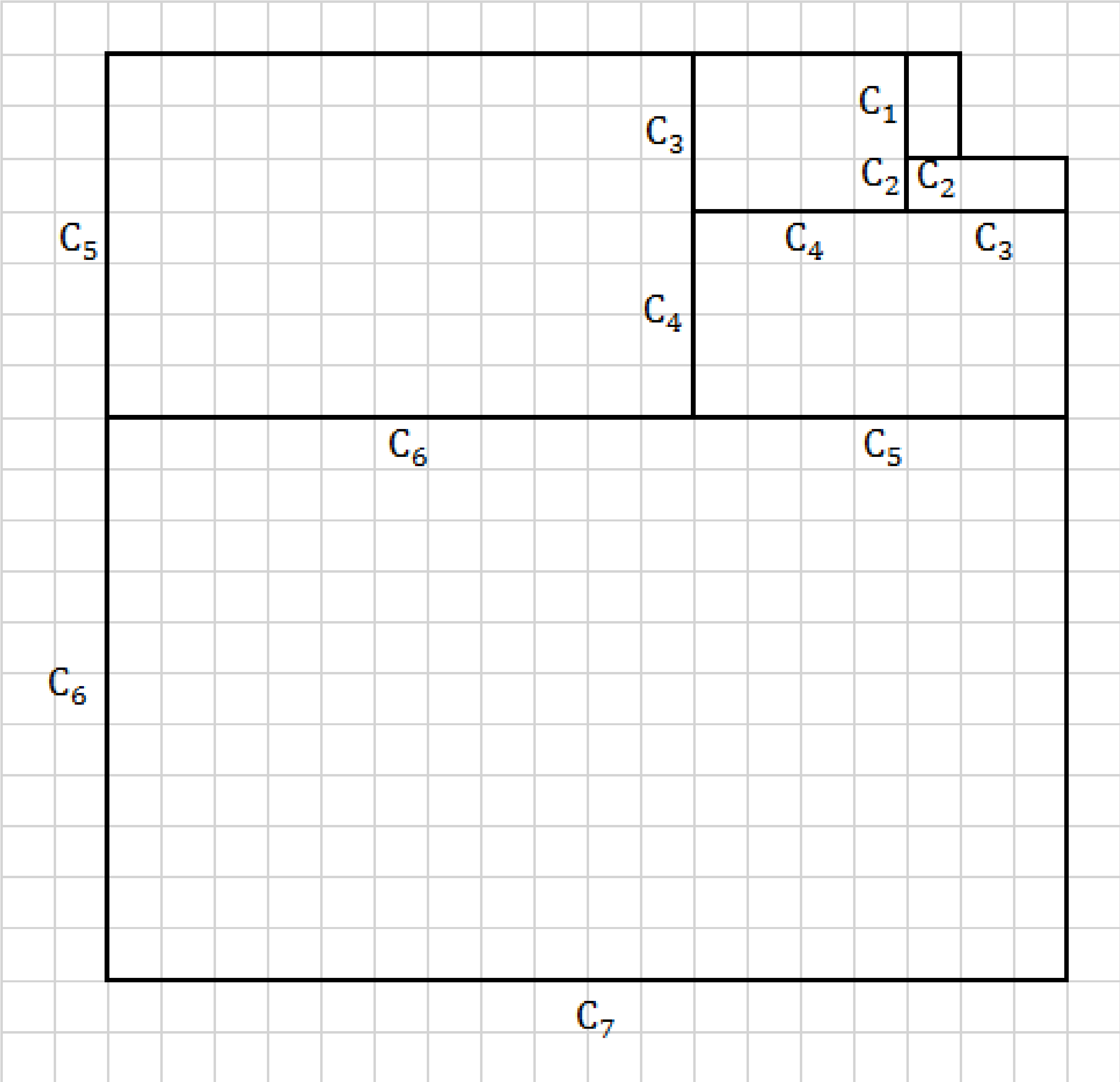

図 3

③$P_1 = 1, P_2 = 2, P_{n+2} = 2P_{n+1} + P_n$のとき，図 4 で表される和の公式

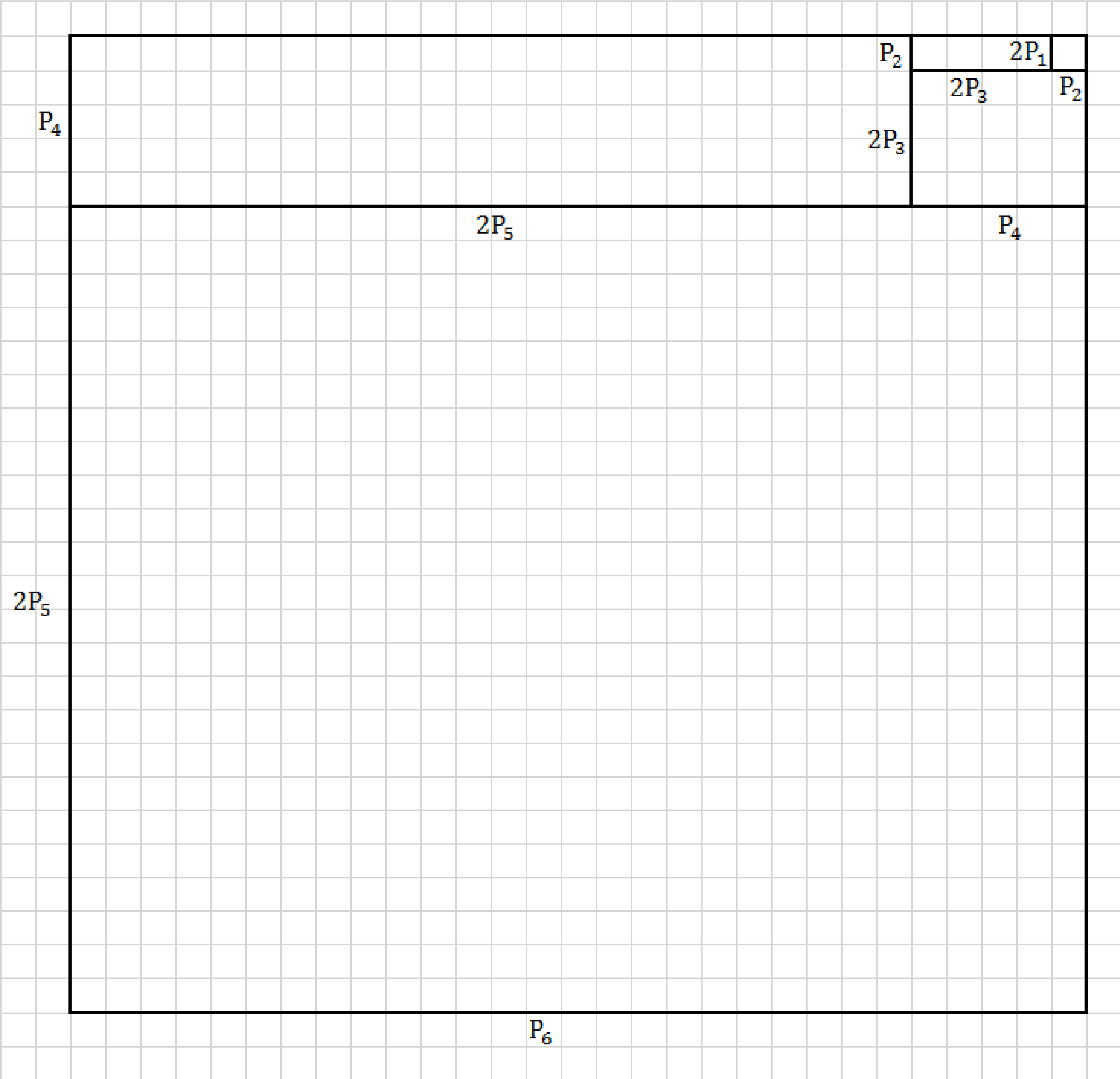

図 4

学籍番号:	氏名:
協力者	

3)1，2 から，どのようなことが分かるでしょうか．見つけたことをまとめてみましょう．また，これを参考にして，自分で隣接三項間の漸化式を設定して，和の公式をつくってみましょう．もし可能でしたら，つくった公式を証明してみましょう．