

CUERPO

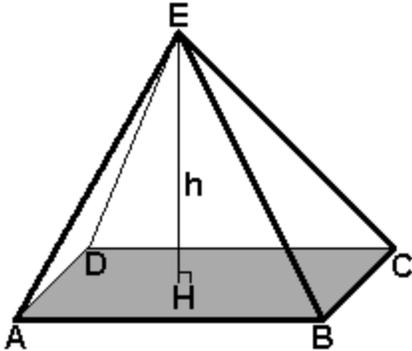
DEFINICIÓN

Cuerpo es una figura geométrica limitada por superficies llamadas caras.

POLIEDRO

Definición

Poliedro es un cuerpo con todas sus caras planas.



A : Vértice

E : Cúspide

\overline{AB} : Arista

\overline{EH} : Altura

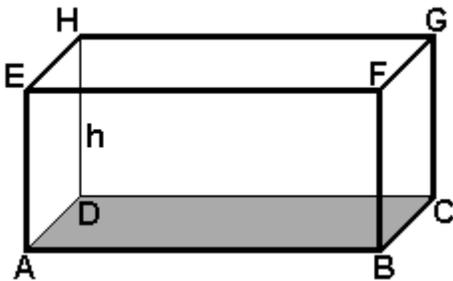
ABCD : Base

$\triangle BCE$: Cara lateral

Área = Suma de las áreas de sus caras

Prisma recto

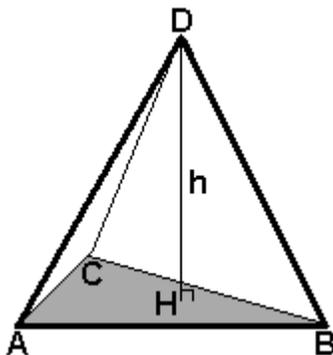
Poliedro cuyas bases son polígonos paralelos y congruentes. Sus caras laterales son rectángulos perpendiculares a esas bases. Cuando sus bases son paralelógramos se denomina *paralelepípedo*.



Volumen = Área basal \times Altura

Pirámide

Poliedro cuya base es un polígono y sus caras laterales son triángulos.



Volumen = $\frac{1}{3}$ Área basal \times Altura

POLIEDRO REGULAR

Definición

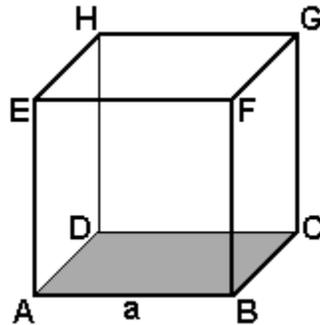
Poliedro regular es un cuerpo en el cual todas sus caras son polígonos regulares y congruentes entre sí. Son cinco solamente:

Tetraedro regular

Poliedro cuyas cuatro caras son triángulos equiláteros congruentes entre sí.

Cubo (hexaedro regular)

Poliedro cuyas seis caras son cuadrados congruentes entre sí.



$$\text{Área} = 6 a^2$$

$$\text{Volumen} = a^3$$

Octaedro regular

Poliedro cuyas ocho caras son triángulos equiláteros congruentes entre sí.

Dodecaedro regular

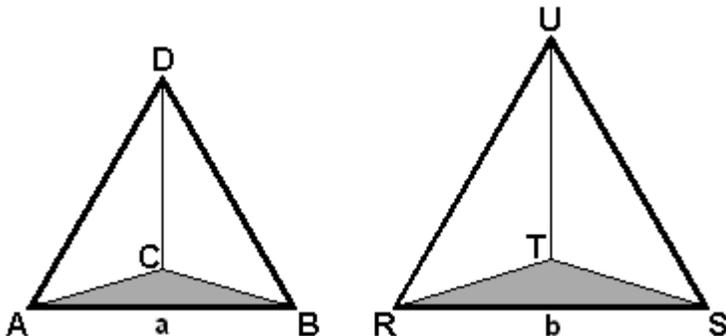
Poliedro cuyas doce caras son pentágonos regulares congruentes entre sí.

Icosaedro regular

Poliedro cuyas veinte caras son triángulos equiláteros congruentes entre sí.

Teorema 1: Si dos poliedros regulares tienen igual número de caras, entonces:

- Sus áreas están al cuadrado de la razón de sus aristas y
- Sus volúmenes están al cubo de la razón de sus aristas.



$$\frac{\text{Área ABCD}}{\text{Área RSTU}} = \left(\frac{a}{b} \right)^2$$

$$\frac{\text{Volumen ABCD}}{\text{Volumen RSTU}} = \left(\frac{a}{b} \right)^3$$

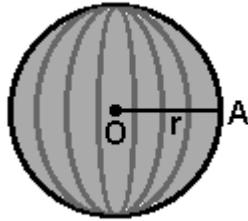
CUERPO REDONDO

Definición

Cuerpo redondo es aquel cuerpo con al menos una cara curva.

Esfera

Cuerpo engendrado al girar una circunferencia teniendo como eje de rotación uno de sus diámetros. El centro (O) y el radio, de magnitud r , de la circunferencia, son el centro y el radio de la esfera, respectivamente.



$$\text{Área} = 4 \pi r^2$$

$$\text{Volumen} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

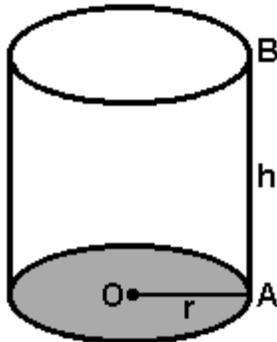
Teorema 2 : Dadas dos esferas se cumple que:

$$\frac{\text{Área esfera } (O', r')}{\text{Área esfera } (O, r)} = \left(\frac{r'}{r} \right)^2$$

$$\frac{\text{Volumen esfera } (O', r')}{\text{Volumen esfera } (O, r)} = \left(\frac{r'}{r} \right)^3$$

Cilindro recto

Cuerpo engendrado al girar un rectángulo teniendo como eje de rotación uno de sus lados. Las bases son círculos congruentes y paralelos. La medida del radio de la base se designa por r .

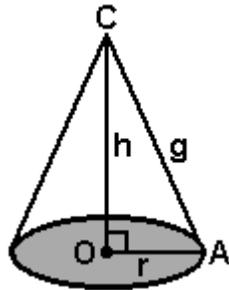


$$\text{Área} = 2 \pi r (r + h)$$

$$\text{Volumen} = \pi r^2 h$$

Cono

Cuerpo engendrado al girar un triángulo rectángulo teniendo como eje de rotación uno de sus catetos. La base es un círculo y la magnitud de su radio se designa por r . El cateto que une la cúspide con el centro de la base se denomina altura y su magnitud se designa por h . La hipotenusa, que genera la cara curva, se denomina generatriz y su magnitud se designa por g .



$$\text{Área} = \pi r (r + g)$$

$$\text{Volumen} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

ANEXO SOBRE ÁREAS Y VOLÚMENES

En los poliedros regulares, **a** es la longitud de cada arista.

En los cuerpos redondos, **r** es radio, **h** es altura y **g** es generatriz.

NOMBRE	ÁREA	VOLUMEN
Prisma recto	Suma de las áreas de sus caras	Área basal × Altura
Pirámide	Suma de las áreas de sus caras	$\frac{1}{3}$ Área basal × Altura
Tetraedro regular	$\sqrt{3} a^2$	$\frac{\sqrt{2}}{12} a^3$
Hexaedro regular	$6 a^2$	a^3
Octaedro regular	$2\sqrt{3} a^2$	$\frac{\sqrt{2}}{3} a^3$
Dodecaedro regular	$3\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} a^2$	$\frac{15 + 7\sqrt{5}}{4} a^3$
Icosaedro regular	$5\sqrt{3} a^2$	$\frac{5(3 + \sqrt{5})}{12} a^3$
Esfera	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
Cilindro	$2\pi r(r + h)$	$\pi r^2 h$
Cono	$\pi r(r + g)$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$