Hoja de trabajo 1.

Hoja de trabajo # 1 Sofia Alonso Echeverry

→ 1.1

$y = x^2$ ∫ Función

Punto (1,2)

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

m · Mortogonal = − 1

$$\frac{dy}{dx} \cdot \frac{dY}{dx} = -1$$

$$\frac{dY}{dx} = \frac{-1}{2x} \rightarrow \int dY = \int \frac{-1}{2x}\, dx$$

$$y = -\frac{1}{2} \ln x + C$$

$$2 = -\frac{1}{2} \ln x + C$$

$$2 = C$$

$$y = -\frac{1}{2} \ln x + 2$$

1.2 Familia de circulos concentricos en el origen

$F(x,y) = c^2$

$x^2 + y^2 = c^2$

(demostrar como podemos obtener la familia de curvas ortogonales a los circulos concentricos)

$$\frac{d}{dx}(x^2+y^2) = \frac{d}{dx}(c^2)$$

$$2x + 2y \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\rightarrow 2y \cdot \frac{dy}{dx} = -2x$$

$$\cdot \frac{dy}{dx} = \frac{-\cancel{2}x}{\cancel{2}y}$$

$$\cdot \frac{dy}{dx} = \frac{-x}{y}$$ → pendiente de la recta tangente al circulo en un punto (x,y)

• la familia de curvas ortogonales a los circulos deberá satisfacer en todo punto de interseccion entre ellas.

$$m \cdot m_{ortogonal} = -1$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot \frac{dY}{dx} = -1 \qquad \rightarrow \frac{dY}{dx} = \frac{-1}{\frac{-x}{y}}$$

$$\frac{dY}{dx} = \frac{-1}{\frac{dy}{dx}} \qquad \rightarrow \frac{dY}{dx} = \frac{Y}{x}$$

- al resolver esta ecuación diferencial de primer orden por el metodo de

Scribe

variables separables obtendriemos la familia de curvas ortogonales a los circulos.

$$\cdot\ \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$d \cdot y = \frac{y}{x} \cdot dx$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{1}{x}\, dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{1}{x}\, dx$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln x + c$$

$$\cdot\ e^{\ln y} = e^{\ln x + c} = e^{\ln x} \cdot e^{c}$$

$$y = mx$$

la familia de curvas ortogonales a la familia de circulos $x^2 + y^2 = c^2$ son las rectas de la forma

$$y = mx$$

1.2.2 modele con ecuaciones diferenciales el problema de encontrar una familia ortogonal a una familia dada de curvas. ilustre con ejemplos.

- dada una familia de curvas $F(x,y)=C$, encontramos su pendiente en un punto $P(x,y)$:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y}$$ → utilizamos teorema derivación implícita

y como la familia de curvas ortogonales a $F(x,y)=C$ deben cumplir que su recta tangente es ortogonal en todo punto de intersección

→ $m \cdot m_{\text{ortogonal}} = -1$

$$\frac{dy}{dx} \cdot \frac{dy}{dx} = -1$$

$$-\frac{F_x}{F_y} \cdot \frac{dy}{dx} = -1$$

$$\left| \frac{dy}{dx} = \frac{F_y}{F_x} \right|$$

al resolver esta ecuación diferencial de 1° orden podremos encontrar la familia de curvas ortogonales a la familia de curvas dadas $F(x,y)=C$

Ejemplo: encuentre la familia de curvas ortogonales a la familia de elipses $\underbrace{x^2+4y^2}_{F(x,y)}=C^2$

- resolvemos la Ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Fy}{Fx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{8y}{2x}$$

$$= \frac{4y}{x}$$

$$\rightarrow \frac{dy}{4y} = \frac{1}{x}\,dx$$

$$\rightarrow \int \frac{dy}{4y} = \int \frac{1}{x}\,dx$$

$$\rightarrow \int \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{y}\,dy = \int \frac{1}{x}\,dx$$

$$\rightarrow \frac{1}{4} \cdot \ln y = \ln x + C$$

$$\ln y = 4\ln x + 4C$$

$$\ln y = 4\ln x + C$$

$$\ln y = \ln x^4 + C$$