

祝枝山巧遇布商

何匯姿

教學設計簡述

《小學數學科輔導教學》報告書指出，不少學生學習數學時，過於著重強記算法，而忽略對數學概念的理解（教育署數學組，2001）。筆者過往亦發現不少高年級學生對周界及面積的概念混淆不清，只懂強記公式。因此，筆者嘗試設計一系列的教學活動，讓學生了解矩形周界與面積的分別，鞏固數學概念之建立。

另一方面，筆者認為要學生學好數學，就必須培養他們對數學的興趣。因此，本教學計劃著重多元化的學習活動，例如：數學故事、探究活動、遊戲和自擬題目活動等。透過學生主動參與活動，提升其學習數學的興趣。

數理知識

這個教學計劃其中一部分是想讓學生了解矩形的長、闊和面積的關係。從探究等周矩形的過程中，讓他們發現矩形的長闊差愈小，其面積就愈大，所以矩形的長和闊是相等時，所得的面積是最大的；相反，當矩形的長闊差愈大，面積就愈小。我們可以從以下的證明得知：

設 x 和 y 分別為矩形的長和闊

矩形的面積 $A = xy$

矩形的周界 $= 2(x + y)$ ，答案為一常數，假設為 $2p$

即 $2p = 2(x + y)$

$$p = x + y$$

$$x = p - y \quad \text{--- (1)}$$

將 (1) 的公式代入矩形面積的公式內：

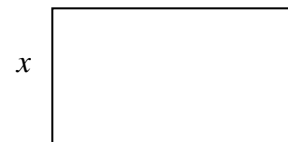
$$A = xy$$

$$A = (p - y)y$$

$$\text{即 } A(y) = (p - y)y$$

求導數

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dy} &= \frac{d}{dy} (py - y^2) \\ &= p - 2y \end{aligned}$$



要求最大值，

$$\frac{d^2A}{dy^2} = -2 < 0 ; \frac{dA}{dy} = 0$$

$$\text{即 } p - 2y = 0$$

$$p = 2y \quad \text{--- (2)}$$

將 (2) 的公式代入 (1) 公式內

$$x = 2y - y$$

$$x = y$$

因此，當矩形的長和闊是相等時，所得的面積是最大的。

教學計劃

課 題：矩形面積

年 級：四年級 (30 人)

時 間：60 分鐘 (兩教節)

已有知識：1. 學生已認識周界的概念，並能計算長方形及正方形的周界。

2. 學生已認識面積的概念，並能計算長方形及正方形的面積。

學習目標：1. 學生能分辨物件的面積和周界。

2. 學生能說出矩形的長、闊與面積的關係。

教學資源：數學課本、繩、教學簡報、工作紙、遊戲咭、正方形方塊及課後工作紙。

教學流程簡述：

程序／活動	備註
<p>(一) 引起動機</p> <p>【活動一：摸一摸】</p> <ol style="list-style-type: none">1. 老師先讓學生了解周界和面積之分別：以一本數學課本為例，先用繩圍著課本的邊界，或在黑板上畫出課本的外框，指出此為「周界」(平面圖形周圍的邊界)；再用手摸一摸課本的封面，或用粉筆填滿課本的範圍，指出此為「面積」(平面圖形所佔的範圍)。2. 老師宣佈遊戲規則，在學生聽到老師的指示後，便要盡快觸摸指定物件的周界或面積，如：「書桌面的周界」，學生便要觸摸書桌的四邊；「書桌面的面積」，學生便要觸摸整張書桌的表面。老師可著學生分辨椅子、學生手冊、間尺、課本、圖書咭的周界和面積，讓學生透過親身參與活動，加深其印象及認識。	<p>透過遊戲，讓學生分辨物件的周界和面積。</p>
<p>(二) 發展</p> <p>【活動二：祝枝山巧遇布商】</p> <ol style="list-style-type: none">1. 老師利用教學簡報講述《祝枝山巧遇布商》的故事，讓學生想想布莊老闆如何欺騙朱二。2. 派發工作紙，引導學生解決故事中的難題，刺激他們深入思考，從而找出矩形的長、闊和面積的關係。3. 老師講述故事的結局，指出<u>祝枝山</u>如何用妙計懲罰布莊老闆。	<p>透過故事引出數學難題，讓學生探究解決方法，並找出矩形的長、闊和面積的關係。</p>
<p>【活動三：砌一砌】</p> <ol style="list-style-type: none">1. 老師出示遊戲咭及正方形方塊，並示範遊戲的玩法：兩人一組，每組有遊戲咭一疊及正方形方塊十片。其中一人拿遊	<p>透過遊戲，鞏固學生的數學概念。</p>

程序／活動	備註
戲咭發問問題，另一人用正方形方塊盡快砌出相關的矩形。 例如：拼砌一個面積是 10cm^2 ，而周界是最短的矩形。	
(三) 總結及課後延續 【活動四：出題考考你】 1. 著學生複述矩形的長、闊和面積的關係。 2. 派發課後工作紙，並示範學生如何出題考考其他同學。 3. 老師收集同學作品後，輯錄成問題集，印發給其他同學。	透過自擬題目活動，培養學生的思考及創作能力，並加強他們運用教學語言的能力。

學生表現

整體來說，此教學計劃亦算頗成功，學生在整個教學過程中表現相當積極及投入。他們在各項學習活動的表現如下：

【活動一：摸一摸】

- 每位同學也積極參與遊戲。開始之前，筆者示範遊戲玩法，並預告可能會叫同學觸摸數學書周界、間尺面積等，同學便立即將所有的物品放在書桌上。筆者見狀，便著同學要將所有物品收拾好，才開始遊戲。在最初的數個回合中，每次也有一至兩位同學犯錯，不知是因為未能弄清周界及面積的分別，還是因為太緊張，一時大意而犯錯。但在數個回合後，所有同學也能正確分辨物件的周界和面積。筆者亦訪問了數位同學，他們也覺得遊戲很好玩，亦令他們對面積和周界的概念有更清晰的了解。因此，筆者將此經驗與同工分享，他們亦發現在遊戲後，學生對周界及面積的概念更為清晰。

【活動二：祝枝山巧遇布商】

- 學生在聽故事的過程中非常留心，對《祝枝山巧遇布商》故事深感興趣，很想找出朱二受騙的原因。筆者派發工作紙後，每位同學也很努力，連平日表現懶散的同學也說要「查案」，找出箇中玄機。另外，學生一般也能完成工作紙，找出矩形的長、闊和面積的關係：

題目	第一個發現 (第 1 頁)	第二個發現 (第 2-3 頁)
答對人數	29	25
答對百分率	97%	83%

【活動三：砌一砌】

- 學生對這遊戲深感興趣，積極參與遊戲，可惜部分時間同學實在太活躍了，令筆者難於維持秩序，結果要與他們一起重新訂定遊戲規則，學生才自律進行活動，秩序得以改善。筆者在小息時訪問了數名學生，他們亦表示這些學習活動很好玩和有趣，更令他們從中獲得不少成功感，建立對數學的信心。

【活動四：出題考考你】

- 部分同學最初對出題活動反應冷淡，有些同學更說：「唔出得唔得？」但當筆者表示同學所出的題目，有機會輯錄成問題集，印發給其他班的同學，他們便變得肅然起敬，立即用心創作。可惜，在收回的學生作品中，筆者發現有不少同學只能完成一部分（畫一個矩形及計算其周界和面積），但第二部分卻只是漏空或出錯題目：

題目	第一部分	第二部分
答對人數	30	12
答對百分率	100%	40%

- 筆者在與學生閒談時發現他們未能掌握第二部分的出題方法，不懂將矩形的周界固定，找出相對的最長及最短的長和闊，因此不少同學也出錯題，令成功出題的同學只有 12 人 (40%)。筆者明白將來再做這張課後工作紙時，應再提供多些指引給學生，才能有效培訓他們的思考及創作能力。

反思及建議

經過這次試教，筆者對數學教學有以下的體會：

- 學生透過親身參與活動，確能加強教學效果。如果遇到學生對數學概念有不明白的時候，就算老師再說多一千次、一萬次也好，相信也不及學生透過學習活動，主動發現數學知識的效果好。因此，老師實在無須反覆出示例子重新解說，而應找緊機會讓學生多嘗試，多做活動。
- 合適而有趣的數學故事是非常好的教材，能大大提高學生的學習興趣，引起他們探究的動機。因此，筆者將來會多留意有關數學故事的書籍，希望能選取合適的故事引入課堂中，一方面可增加學生對數學歷史故事的認識，另一方面可提高他們的學習興趣。

- 老師的讚賞及鼓勵是非常重要的，學生是否喜歡思考、喜歡探究，老師的鼓勵有莫大的影響。在活動進行時，某些學生會較被動，有些則喜歡控制大局。老師需要作出協調，一方面要對積極的同學給予適當的讚賞，另一方面要鼓勵被動之同學努力參與，確實很考技巧。筆者覺得自己在這方面的技巧未夠純熟，以後要多加練習。

總結

這次試教令筆者獲益良多！以往筆者發現學生對數學概念混淆不清時，多會以「說多一遍」的方法解決，但效果當然不理想，不少同學仍然未能掌握有關知識。今次嘗試透過不同的學習活動，從「摸一摸」遊戲，到數學故事；由「砌一砌」遊戲，到自擬難題，學生也積極參與每項活動，結果他們都能清楚分辨物件的周界和面積，更能明白矩形的長、闊與面積的關係，令筆者對這次教學計劃的效果感到相當滿意。因此，在未來的教學歲月中，當筆者發現學生對某些數學概念混淆時，決不會再用「說多一遍」的方法，而會嘗試設計不同的學習活動，讓學生主動發現有關的數學知識，建立鞏固的數學概念。

參考資料

教育署數學組（2001） 《小學數學科輔導教學》。香港：政府印務局。

Bruner, J. S. (1962) 《On Knowing: Essays for the Left Hand》。Cambridge : Belknap Press of Harvard University Press.

程玉華（2002） 《趣味數學故事》。香港：新雅文化專業有限公司。

註：本教學報告經由關樹培老師整理及修改。

附件一：祝枝山巧遇布商

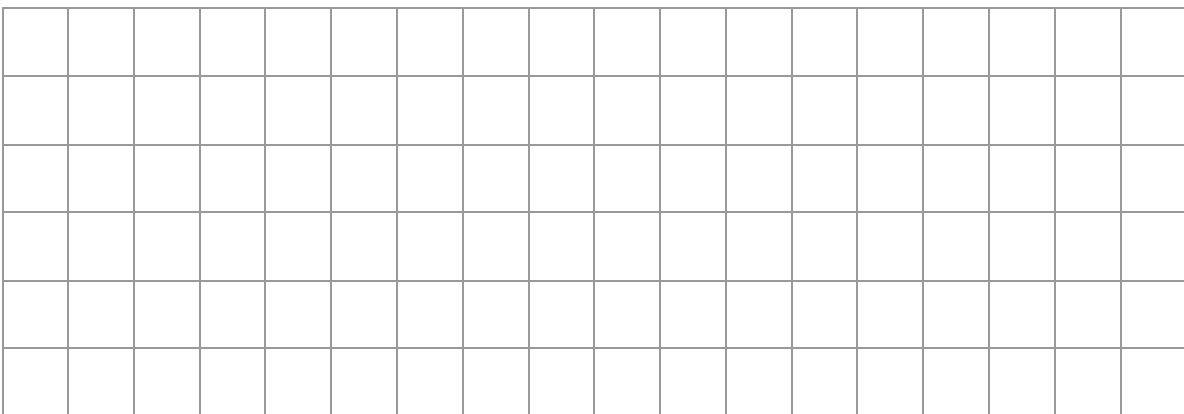
祝枝山巧遇布商



同學們，聽過朱二的故事後，你們能否找出箇中的玄機呢？試在方格紙上繪出布匹的大小，看看有什麼發現。

<p><u>朱二</u>原本想買的布匹：</p> <p>布匹闊 3 尺，長 7 尺</p> <ul style="list-style-type: none"> 長和闊的和是 _____ 尺 周界是 _____ 尺 面積是 _____ 平方尺 	<p>布莊老闆賣給<u>朱二</u>的布匹：</p> <p>布匹闊 2 尺，長 8 尺</p> <ul style="list-style-type: none"> 長和闊的和是 _____ 尺 周界是 _____ 尺 面積是 _____ 平方尺
--	--

(每方格的面積代表 1 平方尺)



我的發現

以上布匹的周界是 (一樣 / 不同)，而面積是 (一樣 / 不同)，所以 7 尺長 3 尺闊的布改為 8 尺長 2 尺闊的時候，加起來都是 10 尺，結果是 (足夠 / 不足夠) 做衣服。



那麼，你們能否列出各種長闊和都是 10 的組合，從而找出長、闊和面積的關係。

長 (尺)	闊 (尺)	長闊和 (尺)	長闊差 (尺)	周界 (尺)	面積 (平方尺)
2	8	10	6	20	16
3	7	10	4	20	21

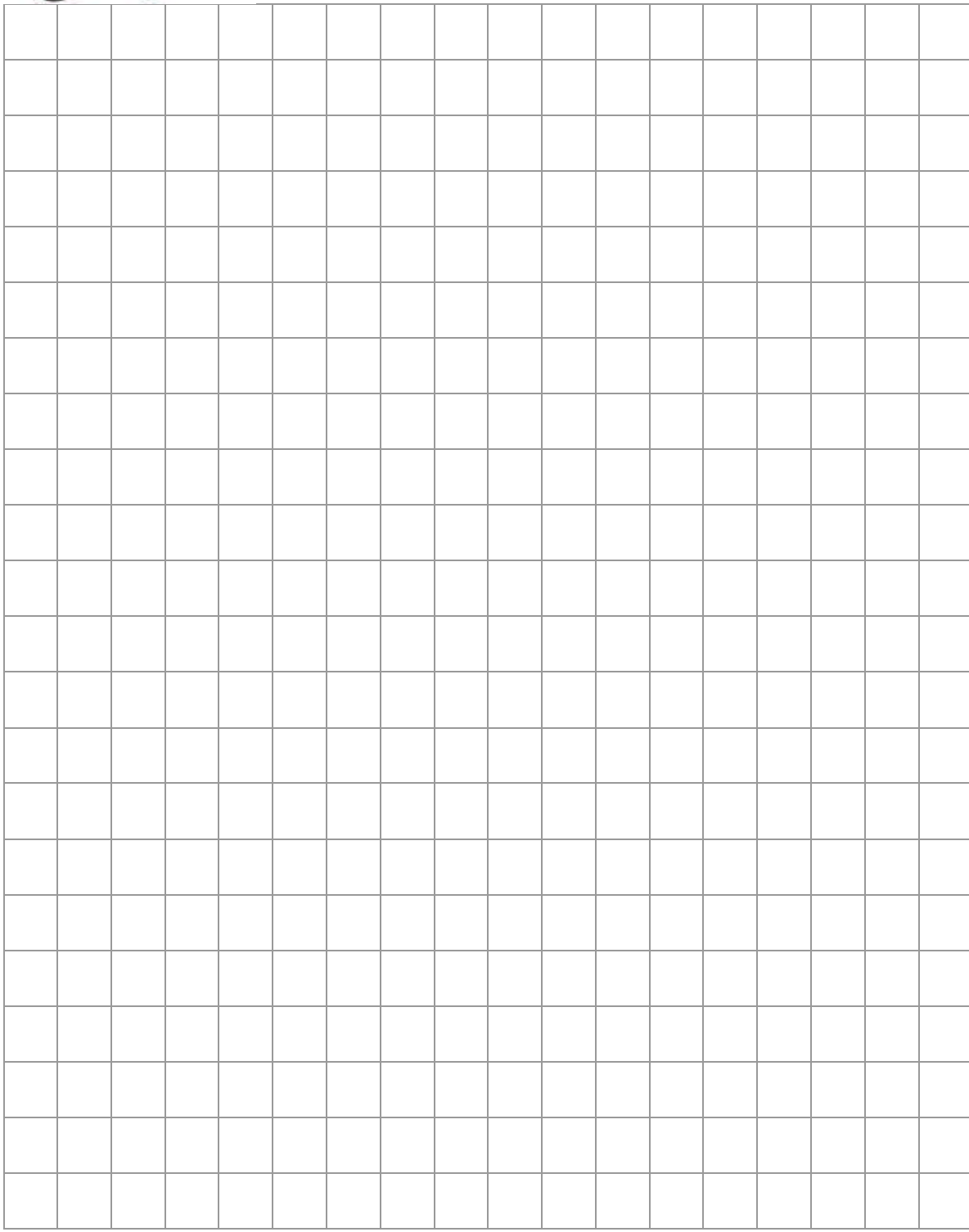






我的發現

以上的矩形周界是是 (一樣 / 不同) 的，它的長闊差愈少，其面積就愈 (大 / 小)；其長闊差愈大，面積就愈 (大 / 小)。當長與闊度相等，成一正方形時，面積就最 (大 / 小)。



你們能否在方格紙上繪出各種長闊和都是 10 的矩形，並留意他們的面積改變呢？



<p>拼砌一個面積是 10 cm^2，而周界是最長的長方形。</p> 	<p>拼砌一個面積是 10 cm^2，而周界是最短的長方形。</p> 
<p>拼砌一個面積是 9 cm^2 的正方形。</p> 	<p>拼砌一個面積是 6 cm^2，而周界是 10 cm 的長方形。</p> 
<p>拼砌一個面積是最小，而周界是 10 cm 的長方形。</p> 	<p>拼砌一個面積是最大，而周界是 12 cm 的矩形。</p> 
<p>拼砌一個面積是最小，而周界又是最短的矩形。</p> 	<p>拼砌一個面積是最大，而周界又是最長的矩形。</p> 

數學科工作紙

祝枝山巧遇布商

姓名：_____

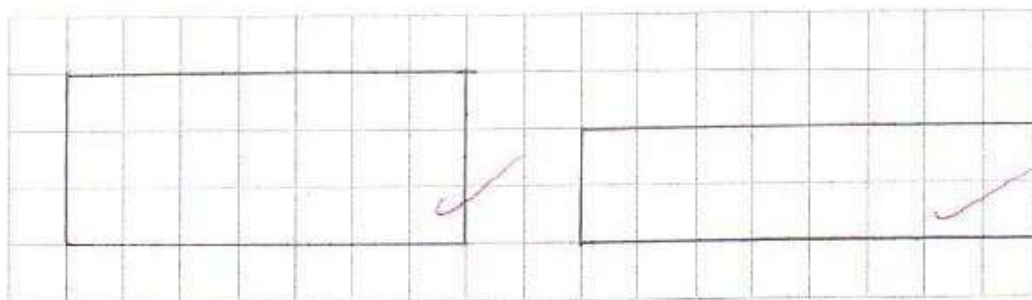
班別： 40 ()



同學們，聽過朱二的故事後，你們能否找出箇中的玄機呢？試在方格紙上繪出布匹的大小，看看有什麼發現。

朱二原本想買的布匹：	布莊老闆賣給朱二的布匹：
布匹闊3尺，長7尺	布匹闊2尺，長8尺
• 長和闊的和是 <u>10</u> 尺 ✓	• 長和闊的和是 <u>10</u> 尺 ✓
• 周界是 <u>20</u> 尺 ✓	• 周界是 <u>20</u> 尺 ✓
• 面積是 <u>21</u> 平方尺	• 面積是 <u>16</u> 平方尺

(每方格的面積代表1平方尺)



我的發現

以上布匹的周界是 (一樣) / 不同，而面積是 (一樣) / 不同，所以7尺長3尺闊的布改為8尺長2尺闊的時候，加起來都是10尺，結果是 (足夠) / (不足夠) 做衣服。



那麼，你們能否列出各種長闊和都是 10 的組合，從而找出長、闊和面積的關係。

長 (尺)	闊 (尺)	長闊和 (尺)	長闊差 (尺)	周界 (尺)	面積 (平方尺)
1	9	10	8	20	9 ✓
2	8	10	6	20	16
3	7	10	4	20	21 ✓
4	6	10	2	20	24
5	5	10	0	20	25 ✓
6	4	10	2	20	24 ✓
7	3	10	4	20	21 ✓
8	2	10	6	20	16 ✓
9	1	10	8	20	9 ✓

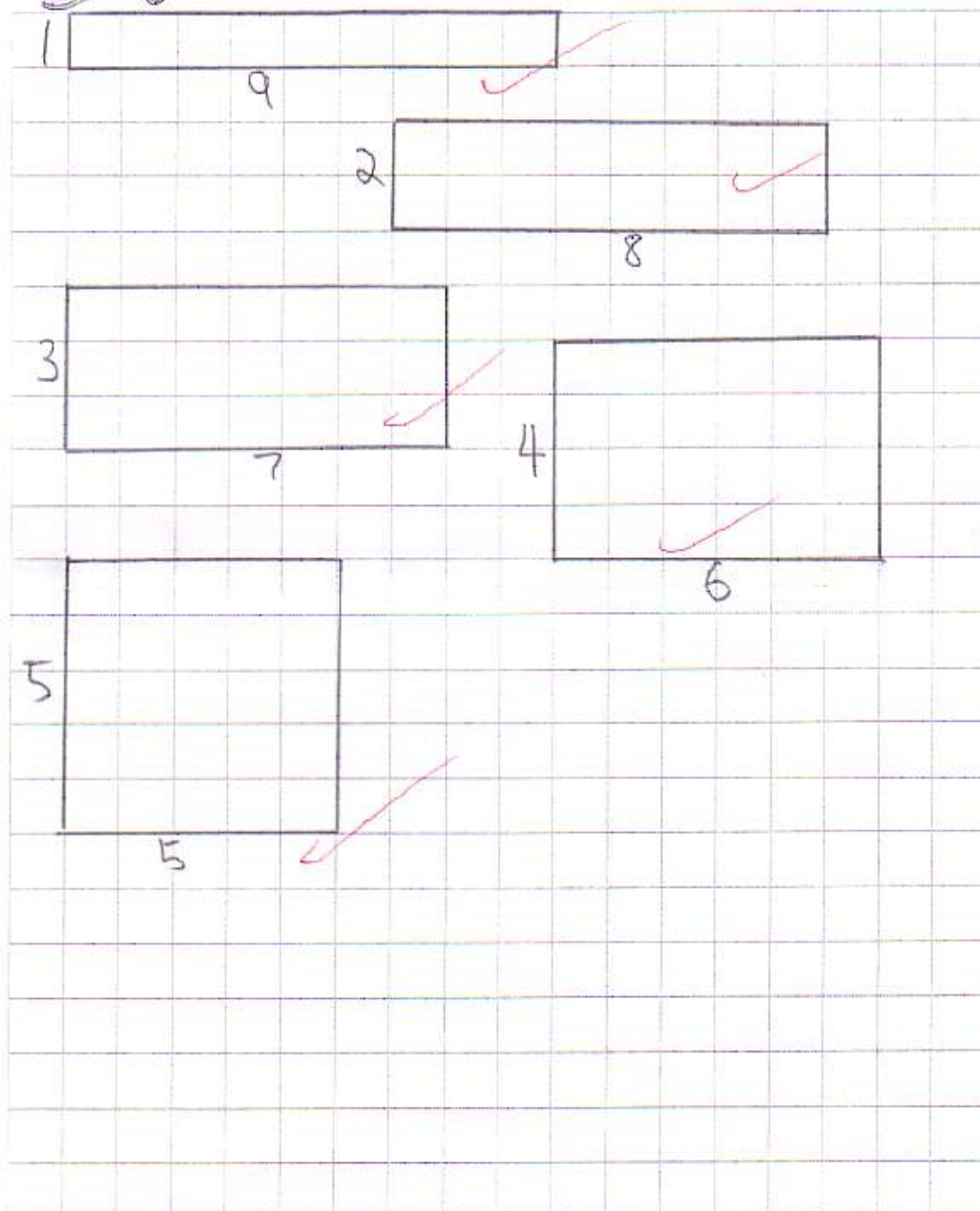


我的發現

以上的矩形周界是是 (一樣 / 不同) 的，它的長闊差愈少，其面積就愈 (大 / 小)；其長闊差愈大，面積就愈 (大 / 小)。當長與闊度相等，成一正方形時，面積就最 (大 / 小)。



你們能否在方格紙上繪出各種長闊和都是10的矩形，並留意他們的面積改變呢？



小小回響：

1. 於教學設計簡述部份匯姿指出：「本教學計劃著重多元化的學習活動，例如：數學故事、探究活動、遊戲和自擬題目活動等。透過學生主動參與活動，提升其學習數學的興趣」這些都是我們討論過的教學法，也就是我們之前論及教學法多樣化(wide repertoire of teaching skills)在課堂裡的體現。
2. 許多教學研究都指出學生容易混淆周界與面積的關係。類似「面積越大，周界越長」的想法是孩子們普遍的誤解。作為老師，值得多讀這方面的研究。
3. 匯姿的報告無論在教學設計、課堂教學和課後分析方面，都見她的心思和努力。這份教與學的熱誠，你感受到嗎？
4. 匯姿不止一次提及以往她發現學生對數學概念混淆不清時，會以「說多一遍」的方法解決，但效果未如理想。今次嘗試透過不同的學習活動，從「摸一摸活動」，到「祝枝山巧遇布商故事」，再由「砌一砌遊戲」，到「自擬數題」，學生都積極參與其中，結果他們清楚分辨物件的周界和面積，更明白了矩形的長、闊與面積的關係，令筆她感到安慰。試想一想，怎樣是幫助學生澄清數學概念的好方法？
5. 讓我給你一點跟進工作：
 - (a) 填上略去的數理分析部份
 - (b) 撰寫「砌一砌遊戲」的運作指示
 - (c) 製作「自擬數題」的工作紙
 - (d) 簡要列出你的改善建議

關樹培老師

2008/09/26