(continuación) Punto 2.
Pag 1

$f'(t) = v(t)$

a) $f''(t) \to$ aceleración. $\int -10\,dt = -10t + c_1$

si sé que $c_1 = 2$, debo encontrar para qué valor de t se cumple esa condición:

$v(1/5) = 0 \Rightarrow 0 = -10(1/5) + c_1$

$\boxed{c_1 = 2}$

- $v(t) = -10t + 2$
- $x(t) = -5t^2 + c_1 t + c_2$ (la obtengo al integrar $v(t)$)

$x(t) = -5t^2 + 2t + c_2$, $x(0) = 6$.

→ EDO: Hallar la función que satisface:

$f''(t) = -10$,

$f'(1/5) = 0$

$f(0) = 6$.

R// $f(t) = -5t^2 + 2t + 6$

b) Derivar y reemplazar $f'(t) = -10t + 2$

$f'(1/5) = 0$ ✓

$f''(t) = -10$ ✓

$f(0) = -5(0)^2 + 2(0) + 6$

$f(0) = 6$ ✓

c) - segundo orden: Hallar la función que satisface:

$f'' = -2$ $f'(1) = 4$ $f(0) = 7$

- Tercer orden. Hallar la función que satisface:

$f''' = 6$ $f''(0) = 2$ $f'(4) = 0$. $f(3) = 5$.

d) El método general sería proponer n condiciones de este modo si $n = 2$ debo proponer 3 condiciones para hallar la función que las satisface.

Familias n-paramétricas de curvas.

1. b) $t_0 = 1.5$ $\quad f''(t) = -10$

$f(t_0) = 0.51$

$f'(t_0) = -4.73$

$-10t + C_1 = f'(t)$

$-10(0.5) + C_1 = -4.73$

$C_1 = -4.73 + 5$

$\boxed{C_1 = 0.27}$

$f(t_0) = -5t^2 + C_1 t + C_2$

$f(t_0) + 5t^2 - C_1 t = C_2$

$0.51 + 5(0.5)^2 - 0.27(0.5) = C_2$

$\boxed{1.62 = C_2}$

$f(t)$

c)

$t_0 = 1$ $\quad f'(t_0) = -8.77$

$f''(t) = -10$ $\quad f(t_0) = 0.4$

$f'(t_0) = -10t + c_1$ $\quad f(t_0) = -5t^2 + c_1 t + c_2$

$-8.77 = -10(1) + c_1$

$-8.77 + 10 = c_1$

$\boxed{1.23 = c_1}$

$f(t_0) + 5t^2 - c_1 t = c_2$

$0.4 + 5(1)^2 - 1.23(1) = c_2$

$\boxed{4.17 = c_2}$

2.

a) $n = 1$

$y'(t) = 2$

$\int y'(t) = \int 2\, dt$

$y(t) = 2t + c_1$

$n = 2$

$y''(t) = 5$

$y'(t) = 5t + c_1$

$y(t) = \frac{5}{2}t^2 + c_1 t + c_2$

$n = 3$

$y'''(t) = 3$

$y''(t) = 3t + c_1$

$y'(t) = \frac{3}{2}t^2 + c_1 t + c_2$

$y(t) = \frac{9}{2} t^3 + \frac{c_1}{2} t^2 + c_2 t + c_3$

b) Como se puede apreciar en el literal a, se obtiene una familia n-paramétrica de curvas solución ya que las constantes (c_1, c_2, c_3) pueden tomar cualquier valor e irá modificando la gráfica de la curva solución; pero esta siempre será de orden n.

Ecuaciones diferenciales y sus soluciones

1.

a) Una ecuación diferencial de orden n es aquella función que relaciona las n derivadas en una sola expresión. El orden de la EDO está dada por la derivada más alta.

Ej: $f'(x) = f(x) - x$ $\quad f'(x) = \frac{4y}{x}$

b) La solución es aquella función que cumple con los parámetros establecidos y tiene n derivadas.

2.

a) $\boxed{\text{Continuidad}}$ Una función es continua en su dominio. Para saber si es continua en un punto se debe tener en cuenta 3 criterios

1) La función evaluada en el punto debe tener una imagen. Por ej: No se puede indeterminar.

2) El límite de la función en el punto debe existir.

3) que la imagen del punto coincida con el límite de la función en el punto.

$$f(a) = \lim_{x \to a} f(x)$$

b) $\boxed{\text{Derivabilidad}}$ una función es derivable en un punto cuando existe la derivada de la función en dicho punto y esta derivada es continua en el punto.

Para saber si una función es derivable en un punto se debe evaluar el límite de la derivada en ese punto. y debe coincidir con la imagen del punto evaluado en la derivada.

$$f'(a) = \lim_{x \to a} f'(x) = L$$

Relación entre derivabilidad y continuidad

→ Si una función es derivable en un punto, entonces es continua en él. Continuidad no asegura derivabilidad

b) La solución de una EDO de orden n debe ser una función continua y derivable que cumple con todos los parámetros establecidos, que satisfagan la ecuación original.

c) $y = \frac{1}{x}$ $\quad y' = \frac{-1}{x^2}$

$$x\frac{dy}{dx} = y$$

$$x\left(\frac{-1}{x^2}\right) = y$$

$$-\frac{1}{x} = y$$

$$-y = y$$

R// No estoy de acuerdo, ya que al evaluar nos queda que $-y = y$ y esto es una inconsistencia, por tanto la función $y = \frac{1}{x}$ no es solución para la EDO propuesta.

Resolución y formulación de problemas.

1)

$$y(x) = \begin{cases} 0, & x \leq c \\ (x-c)^2, & x > c \end{cases}$$

Forma easy.

$\Rightarrow y(x) = 0$

$y'(x) = 2(x-c)$

$2\sqrt{y} = 2(x-c)$

$\boxed{y = (x-c)^2}$

a)

$$\frac{dy}{dx} = 2\sqrt{y}$$

$$dy = 2\sqrt{y}\,dx$$

$$\frac{dy}{\sqrt{y}} = 2dx$$

$$\int: \frac{dy}{\sqrt{y}} = 2dx$$

$$\int \frac{dy}{\sqrt{y}} = 2x + C_1$$

$$2y^{1/2} + C_2 = 2x + C_1$$

$$y = (x \pm c)^2$$

R// La función es solución de la EDO porque para todo $x \leq c$ $y' = 0$ y, y al resolver la EDO por el método de separación, la solución concuerda con la ecuación que se debe aplicar para las $x > c$.

b). PVI $y(0) = 0$.

$$y' = 2\sqrt{y}$$
$$\Downarrow$$
$$y = (x \pm c)^2$$
$$0 = (0 \pm c)^2$$
$$0 = c^2$$
$$\pm\sqrt{0} = c \implies \boxed{y = x^2}$$

R// Aunque parece tener una única solución, al observarlo en geogebra se ve que la solución es una familia de curvas que irán cambiando a medida que el valor de C aumente o disminuya, pero siempre y cuando $c > 0$

2.

$$y(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ cx, & x > 0 \end{cases}$$

→ ¿la función $y(x)$ es solución de la EDO $xy' = y$?

$$x \frac{dy}{dx} = y$$

$$\int: \quad \frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\ln|y| + c_1 = \ln|x| + c_2$$

$$y = e^{\ln|x|} + e^c \quad y = Ae^{\ln|x|}$$

→ ¿Para qué valores de x y c la función es igual a su derivada y a la EDO?

R// Para todo $x \leq 0$ y todo $c = 0$