Simon Muhr, Tobias Pennetzdorfer

Matrizen und Vektoren

Matrizen und Vektoren definieren:

Wir wollen nun Vektoren und verschiedene Matrizen definieren.

1. Für eine Matrix wird ein Name gewählt (z. B. M).
   Eingabe von M als mathematischer Ausdruck und dann [:]
2. Um in den entstandenen Platzhalter nun eine Matrix einzufügen, wähle entweder [:::] im Symbolmenü „Matrix“ oder *[Strg + m].*
3. In der nun geöffneten Eingabemaske kann ausgewählt werden, wie die Matrix aussehen soll, z. B. soll nun eine Matrix mit 4 Zeilen („Rows“) und 3 Spalten („Columns“) eingefügt werden.
4. Die Matrix kann nun mit Zahlen beschrieben werden
5. Vektoren: Vektoren werden genau wie Matrizen erzeugt, nur hat ein Vektor natürlich nur 1 Spalte

Beispiele für Matrizen:

$$M := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix} \quad N := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad A := \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \\ g & h \\ i & j \end{pmatrix}$$

Beispiele für Vektoren:

$$u := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad w := \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 20 \\ 40 \\ 30 \\ 50 \end{pmatrix}$$

Abbildung 1: Beispiele für Matrizen und Vektoren

Rechnen mit Matrizen:

1. Definiere die Matrizen $M := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ und $N := \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 6 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
   Nun kann mit diesen Matrizen einfach gerechnet werden, z. B. $M \cdot N$.
2. Die Determinante kann mit dem Befehl |×| aus dem Symbolmenü „Matrix“ berechnet werden. Dazu wird in den Platzhalter entweder direkt eine Matrix oder z.B. eine zuvor definierte Matrix eingefügt.
3. Eine Matrix kann mit dem Befehl M^T aus dem Symbolmenü „Matrix“ transponiert werden

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix} \quad |A| = 23 \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Abbildung 2: Determinante und transponierte Matrix von A

Rechnen mit Vektoren:

1. Definiere die Vektoren $u \coloneqq \begin{matrix} -1 \\ 2 \\ 6 \end{matrix}$ und $v \coloneqq \begin{matrix} 2 \\ 8 \\ 1 \end{matrix}$
2. Das Skalarprodukt kann einfach durch Multiplikation berechnet werden: $u \cdot v$
3. Das Kreuzprodukt kann mit dem Befehl $\vec{x} \times \vec{y}$ aus dem Symbolmenü „Matrix“ berechnet werden. In die Platzhalter werden entweder direkt Vektoren oder zuvor definierte Vektoren eingefügt.

Skalarprodukt: $u \cdot v = 20$

Kreuzprodukt: $u \times v = \begin{pmatrix} -46 \\ 13 \\ -12 \end{pmatrix}$

Abbildung 3: Skalarprodukt und Kreuzprodukt von Vektoren

Aufgaben:

Definiere folgende Matrizen bzw. Vektoren:

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 0 & 8 & 7 \\ 9 & 8 & 1 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 6 & 7 & 12 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & -4 \end{pmatrix} \quad X := \begin{pmatrix} 7 & 7 & 7 \\ 6 & 6 & 6 \\ 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \quad r := \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix} \quad s := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) berechne $C \cdot X$
b) definiere $B \coloneqq C \cdot X$
c) berechne $A - B$
d) berechne C^T
e) berechne $\det(B)$
f) berechne das Skalarprodukt von r und s

a) und b) $B := C \cdot X = \begin{pmatrix} 14 & 14 & 14 \\ 164 & 164 & 164 \\ -20 & -20 & -20 \end{pmatrix}$

c) $A - B = \begin{pmatrix} -12 & -8 & -13 \\ -164 & -156 & -157 \\ 29 & 28 & 21 \end{pmatrix}$

d) $C^T = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 0 \\ 1 & 7 & 1 \\ 0 & 12 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \end{pmatrix}$

e) $|B| = 0$

f) $r \cdot s = 2$