

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora y 30 minutos

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

<b>Opción A</b>
-----------------

**Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos]** Halla dos números mayores o iguales que 0, cuya suma sea 1, y el producto de uno de ellos por la raíz cuadrada del otro sea máximo.

**b) [1 punto]** De las compras realizadas en el último periodo del pasado año, el 55% se dedicaron a productos electrónicos, el 72% se hicieron a través de Internet y, de las compras que se hicieron por Internet, el 64% fueron productos electrónicos.

Se elige una compra al azar. Calcule la probabilidad de que haya sido de productos electrónicos y se haya realizado por Internet.

**Ejercicio 2.- a) [2 puntos]** Sabiendo que  $F: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$  definida por  $F(x) = e^{x^2}$  es una primitiva de  $f(x)$ , comprueba que la gráfica de  $f(x)$  es creciente y calcula el área del recinto limitado por la gráfica de  $f(x)$ , el eje de abscisas y la recta  $x = 1$ .

**b) [0,5 puntos]** Resuelve  $\int x \cdot \ln(x) dx$

**Ejercicio 3.-** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , se define la matriz  $M = A + (\lambda - 1)B$

**a) [1,5 puntos]** Halla los valores de  $\lambda$  para los que la matriz  $M$  tiene rango menor que 3.

**b) [1 punto]** Para  $\lambda = -1$ , resuelve el sistema lineal homogéneo cuya matriz de coeficientes es  $M$ .

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Considera el plano  $\Pi$  determinado por los puntos  $A(-1, 0, 0)$ ,  $B(0, 1, 1)$  y  $C(2, 1, 0)$ . Y considera la recta:

$$r: \begin{cases} x - 2z - 3 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$$

Halla los puntos de la recta cuya distancia al plano  $\Pi$  es  $\sqrt{14}$  unidades.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Se desea construir un depósito en forma de cilindro recto, con base circular y sin tapadera, que tenga una capacidad de 125 metros cúbicos. Halla el radio de la base y la altura que debe tener el depósito para que la superficie sea mínima.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Sea  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$ . Calcular el área encerrada por la función con el eje horizontal y las rectas  $x=0$  y  $x=4$ .

**Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos]** Sea  $A = \begin{pmatrix} 0 & a & -b \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

Calcula, si es posible, la matriz inversa de  $I + A + A^2$ , donde  $I$  es la matriz identidad.

**b) [1 punto]** El contenido total en sulfitos (medido en mg/L) del vino que se produce en una bodega sigue una distribución normal de media 150mg/L y desviación típica 30 mg/L. La bodega se compromete a vender solamente vinos con un contenido total en sulfitos inferior a 200 mg/L, por lo que se desechan para la venta aquellos que superen esta cantidad. ¿Cuál es la probabilidad de que un vino producido en la bodega se deseché por la elevada cantidad total de sulfitos?

**Ejercicio 4.-** Considera el paralelogramo de vértices consecutivos  $A(-1, 2, 3)$ ,  $B(-2, 1, 0)$ ,  $C(0, 5, 1)$  y  $D$ .

**a) [0,5 puntos]** Hallar las coordenadas del punto  $D$ .

**b) [1 punto]** Calcula la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano que contiene a los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

**c) [1 punto]** Obtener el ángulo que forma la recta que pasa por los puntos  $A$  y  $B$  con la recta que pasa por el punto  $C$  y el origen de coordenadas.