

NOTAS:

- **Geometría plana** es la parte de la geometría que estudia los elementos del plano, sus relaciones y las propiedades que se generan.
- **Geometría proyectiva**. Este año trabajaremos con unos nuevos puntos de partida:
 - Punto impropio o en el infinito, es el elemento común que tiene entre sí todas las rectas paralelas de un conjunto. Cualquier recta tiene un único punto impropio
 - Recta impropia o en el infinito, es el elemento común que tienen entre sí todos los planos paralelos de un conjunto. Cualquier plano tiene una única recta impropia.
 - Plano impropio, es el lugar geométrico constituido por todos los elementos impropios de la geometría euclídea. Existe un único plano impropio y todo aquel elemento que no esté incluido en él es propio.

Estos elementos, elementos impropios o elementos en el infinito, pertenecen a la geometría no euclídea o proyectiva. Desarrollada por el matemático Jean Victor Poncelet (1768-1867) esta geometría introduce variaciones importantes respecto a lo elementos básicos de la geometría euclídea tradicional.; por ejemplo, la recta y los planos paralelos pasan a ser secante, ya que se cortan en el infinito; esta circunstancia no contradice la geometría euclídea, sino que la complementa, situándola en un ámbito espacial limitado.

1. Elementos básicos

1.1. El punto

Elemento adimensional que indica una posición en el espacio.

Se representa por $x + \bullet$ o \circ

Se designa mediante una letra latina mayúscula., preferiblemente las primeras del abecedario A, B, C ...

Puede ser:

Propio: cuando conocemos su posición

Impropio: Cuando se encuentra en el infinito

1.2. La línea

Es un punto en movimiento.

1.2.1. línea recta

Cuando el punto se mueve en la misma dirección y sentido.

Es unidimensional (longitud) formado por infinitos puntos alineados.

Por dos puntos pasa una recta y sólo una, es decir dos puntos definen una recta.

Se designa mediante una letra latina minúscula preferiblemente las últimas del abecedario r, s, t...

1.2.1.1. semirrecta

Una recta es ilimitada, pero si determinamos un punto en ella, obtenemos dos semirrectas opuestas.

Es una recta que tiene un punto extremo propio y el otro impropio.

1.2.1.2. segmento

Es el conjunto de todos los puntos de una recta limitada en sus dos extremos por puntos propios.

Para designar su longitud se acota mediante un pequeño trazo en cada extremo con una letra mayúscula que los distinga.

1.2.1.3. posiciones relativas entre rectas

1.2.1.3.a. se cortan en un punto

propio - cuando ambas tienen un punto en común propio. Se llaman secantes.

impropio – paralelas

1.2.1.3.b. se cruzan

cuando no tienen ningún punto en común.

1.2.2. línea poligonal

Línea formada por segmentos rectos consecutivos no alineados. Se clasifican en:

- Poligonal abierta: si el primer y el último segmento no están unidos.

- Poligonal cerrada: Si cada segmento está unido a otros dos.

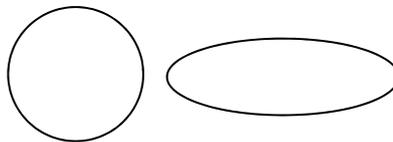
1.2.3. línea curva

Está formada por un conjunto de puntos que cambian constantemente de dirección.

La generación puede ser:

1.2.3.1. conocida

como el arco de circunferencia, elipse...



1.2.3.2. desconocida

cualquiera de la que no sabemos qué dirección va a seguir.

1.3. El plano

Elemento bidimensional, tiene longitud y anchura.

Se designa mediante una letra griega. "α,β..."

Una porción de plano limitada por segmentos se denomina polígono.

Puede ser regular, de lados iguales o irregular, de lados desiguales.

Los segmentos que lo forman constituyen los lados y los puntos de encuentro los vértices.

1.3.1. determinación de un plano

Un plano queda determinado en los siguientes casos

1.3.1.1. por dos rectas que se cortan en un punto

A. propio.

B. impropio (paralelas).

	Minúscula	Mayúscula	Minúscula	Mayúscula
alfa	α	Α	nu	ν Ν
beta	β	Β	xi	ξ Ξ
gamma	γ	Γ	ómicron	ο Ο
delta	δ	Δ	pi	π Π
épsilon	ε	Ε	rho(ro)	ρ Ρ
zeta	ζ	Ζ	sigma	σ Σ
eta	η	Η	tau	τ Τ
theta (tita)	θ	Θ	ípsilon	υ Υ
iota	ι	Ι	phi(fi)	φ Φ
kappa	κ	Κ	ji o chi	χ Χ
lambda	λ	Λ	psi	ψ Ψ
mu	μ	Μ	omega	ω Ω

1.3.1.2. por una recta y un punto exterior a ella

1.3.1.3. por tres puntos no alineados

1.4. Relaciones entre elementos básicos

1.4.1. relación entre el punto y la recta

Sólo caben dos posibilidades:

1. Punto perteneciente a recta.

2. Punto exterior a recta

1.4.2. relación entre rectas paralelas

Por un punto exterior a una recta no se pueden trazar más que una paralela.

CONSTRUCCIÓN

1. Compás.

2. Escuadra y cartabón.

1.4.3. relación entre rectas secantes Ángulos

Una recta pertenece a un plano cuando todos sus puntos descansan sobre él.

Cada una de las partes en que queda dividido el plano se llama semiplano.

Dos rectas que se cortan dividen al plano en cuatro partes o porciones, llamadas ángulos.

Cada ángulo queda determinado por dos semirrectas que serán los lados y su punto en común será el vértice.

Los ángulos los podemos nombrar:

1.4.3.1. clasificación de los ángulos por su posición

- consecutivos

comparten su vértice y uno de sus lados.

- adyacentes

tienen el vértice y un lado en común y el otro lado es una prolongación del otro, formando un ángulo llano.

Son $\alpha-\beta$, $\beta-\gamma$, $\gamma-\delta$, $\delta-\alpha$

- opuestos por el vértice:

los lados de uno son la prolongación del otro, teniendo un mismo vértice.

$\alpha-\gamma$, $\delta-\beta$

Los ángulos opuestos por el vértice son iguales. $\alpha=\gamma$, $\delta=\beta$

1.4.3.2. clasificación de los ángulos por su valor

- convexos:	$\alpha < 90^\circ$	Agudo β
	$\alpha = 90^\circ$	Recto
	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	Obtuso γ
- llano:	$\alpha = 180^\circ$	
- cóncavo:	$\alpha > 180^\circ$	δ

1.4.3.3. clasificación de los ángulos por su suma

Según la suma de los ángulos estos pueden clasificarse en:

- **complementarios:**
al sumarse dan como resultado 90° .
- **suplementarios:**
al sumarse dan un total de 180° .
- **conjugados**
al sumarse forman un ángulo completo, 360° .

1.4.3.4. medición de un ángulo

Los ángulos se miden o trazan con el transportador de ángulos o círculo graduado.

Si la circunferencia se ha dividido en 360 partes cada una de ella corresponde a un grado sexagesimal y éste estará dividido en 60 minutos que a su vez estarán divididos en 60 segundos ($43^\circ 23' 53''$). Este tipo de graduación se utiliza en geometría.

Si la circunferencia se ha dividido en 400 partes cada una de ella corresponde a un grado centesimal y éste estará dividido en 100 minutos que a su vez estarán divididos en 100 segundos. Este tipo de graduación se utiliza en topografía.

Para determinar un ángulo es necesario también determinar el sentido de medición:

Horario

Antihorario

1.4.3.5. construcción de ángulos

- A. con el transportador
- B. con el compás

C. Con la escuadra y el cartabón

1.4.3.6. transporte de ángulos

1.4.3.7. suma de ángulos

1.4.3.8. rectas secantes oblicuas

Son dos rectas coplanarias que al cortarse determinan cuatro ángulos diferentes de 90° .

1.4.3.9. rectas secantes perpendiculares

Son dos rectas coplanarias que al cortarse determinan un ángulo recto.

CONSTRUCCIÓN

A. por un punto perteneciente a la recta

Método A1.

Método A2.

Método A3.

Método A4. Con escuadra y cartabón

B. por un punto exterior a la recta

Método B1.

Método B2.

Método B3. Con escuadra y cartabón