ÂNGULO INTERNO

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO QUALQUER

Queremos mostrar agora a conceituação da somas dos ângulos internos de um triângulo qualquer, sabendo que suas somas por definição é igual a 180°, iremos construir um triângulo e demonstrar sua veracidade.

Para início de trabalho, selecione a ferramenta "Novo ponto" e clique em três lugares distintos e não colineares.



Com a ferramenta "Reta definida por dois pontos" crie as retas BA, BC e AC.

ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO



😳 GeoGebra	
Arquivo Editar Exitcir Opções Ferramentas Janela Ajuda	
Novo ponto	()
A Novo ponto	
Interseção de Dois Objetos	
Ponto Médio ou Centro	

🕖 Entrada:				2 🖌 α	🗸 Comando 🔽
Iniciar	🖙 RICARDO MAT (G-)	💭 GeoGebra	👹 atividade 7 [Moco ce		🗽 🖏 🧶 D5:19







Com a ferramenta "reta paralela" clique no ponto A e na reta BC.





A fim de encontrarmos somente ângulos internos do triângulo ABC utilizaremos da ferramenta "Ângulo" e faremos o seguinte processo:



ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO

Clicamos nos pontos CBA.



ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO

Agora nos pontos BAC.



ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO

E por último nos pontos ACB.



Nesta ordem estaremos informando ao software quais serão os ângulos a serem medidos.

Pensemos agora nos prolongamentos destes lados, marcaremos em cada prolongamento, um ponto pertencente a eles utilizando a ferramenta "Novo ponto".







Novamente utilizando a ferramenta "Ângulo" construiremos os ângulos formados pelos pontos GAF, FAE, EAD.

ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO







Note a correspondência.

187

Percebe-se melhor a igualdade através da seguinte construção:

Com a ferramenta "Polígono" crie um triângulo.



Utilizando da ferramenta "Reta paralela" clique no Ponto B e no lado AC, ou em qualquer ponto e seu segmento de lado oposto.

C GeoGebra					
Aquito Editer Eath Oppier	e Lemenentas Janele Ajuda				
	<u>NOC 4</u> N	<u>∿</u> ↔	Reis Paralela Relectore primeiro e partie e, depais, a orta (su s	estrette, eu set	nimeta nu velang 🛛 🦰
1	, Refe Perpendicater				
-	Refs Records				
\geq	Verbainz				
~	Bischiz				
Į.) randomos				
2	Cele Culer ou Diametral				
	* Tala da Davranako Urtar	N			
×	/	1			
8	S. Light Georgeria				
	·		<u>\</u>		
n finists				• • •	• Conardo •
🐮 Ininiar 🔰 🐨 Coxu	A HALLING CO Section	A starts	of Versa.	a.	4:0 🖸 🖉 0:0

Utilize também a ferramenta "Semirreta definida por dois pontos" e crie as semi retas AB e CB.

188

😳 GeoGebra	
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda	
Semirreta Definida por Dois Pontos Selecione prime ro a crigem el depcis, um outro ponto	(<u>)</u>
Refa Definida por Dois Pontos	
Segmento definido por Dois Pontos	
Segmento com Comprimento Fixo	
Semirrata Definida por Dois Pontos	
Vator Definido por Dois Pontos	
Vetor a Partir de um Ponto	
A	

🔞 Entrada:				- v c v	Comando 👻
🛃 Iniciar	🖙 RICARDO MAT (G:)	🕐 GeoGebra	Documento 1 - Micros	m	🗙 🖏 🧶 🔀 D9:14

Arquivo Ecitar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda Reta Definida por Dos Pontos Reta Definida por Dos Pontos Reta Definida por Dos Pontos	
Reta Definida por Dois Pontos Semirreta Definida por Dois Pontos Selecone primeiro a origeme e, depois, um outro ponto	
Reta Definida por Do s Pontos	
Segmento definido por Dois Pontos	
Segmanto com Comprimento Fixo	
Serrirreta Definida por Dois Pontos	
Vetor Definico por Dois Pontos	
Vetor a Partir de um Porto	
A C	
Di Entrara	v
Unician → BICADO MAT (CA) (* Carceles D) Degmanna - Nerre → CONSTRUCT	0.12

Volte à ferramenta "Novo ponto" e insira um ponto em cada prolongamento de lados dos triângulos e em cada lado do ponto onde esta a reta paralela construída, no caso o ponto B.

190

🗘 GeoGebra	- 7
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda	
Novo ponto Clique na área de trabalho, em uma reta cu em uma curva	<u>()</u>
A Novo ponto	
Fcrto Wédio ou Centro	
В	
A C	

🕐 Entrada				2 🗸 α	Comando 😽
🛃 Iniciar	🖙 FICARDO MAT (G:)	🔿 GeoGebra	Documento 1 - Micros	—	🍖 🖏 🧶 C9:14



Agora construa os ângulos DBE, EBF e FBG, além dos ângulos internos do triângulo ABC.

ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO

🕃 GeoGebra	×
Arquivo Editar Exitir Opções Ferramentas Janela Ajuda	
Image: Contract of the second seco	
Ángulo ccm Amplitude Fixa	
D stância, Comprimento ou Perímeiro	
Área	
<u>0</u>	
A	

🔞 Entrada:				2 🗸 α	👻 Comando 👻
🐉 Iniciar	🖙 RICARDO MAT (G:)	💭 GeoGebra	Documento 1 - Micros		🔥 🖏 🧶 09:13

😳 GeoGebra			P 🗙
Arquivo Ecitar Exibir Opções Ferramentas Jan	la Ajuda		
		eta Definida por Dois Pontos ne primeiro a origem e, depois, um outro ponto	
	0 6 8 8		
A	c		
D Enterday		z 😺 a 🙂 Compute	2
w Lineva		Contanto	
Iniciar RICARDO MAT (G:)	GeoGebra 🛛 🖉 Docurrento 1 - Micros.		9:13



🔞 Entrada:				2 💙 α	🖌 Comando . 🖌 👻
📲 Iniciar	RICARDO MAT (G:)	💭 GeoGebra	🗃 Documento 1 - Micros		🔥 🖗 🧶 09:13



🕐 Entrada:				2 Υ α	Comando Y
🛂 Iniciar	FICARDO MAT (G:)	💮 GeoGebra	Documento 1 - Micros		in 🖗 🧶 📿 09:13



🕐 Entrada:				= 🖌 c 🔹	Comando 👻
🐉 Iniciar	🗢 RICARDO MAT (G.)	💭 GeoGebra	📓 Documento 1 - Micros		in S 🔍 🔀 09:12

Caso queira melhorar a visualização, clique com o botão direito do mouse nos ângulos correspondentes, selecione a opção "propriedades" na caixa de diálogo que se abrirá, selecione também a aba "cor" e escolha uma cor para cada par de ângulos correspondentes.



ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO



🕐 Entrada:				2 🗸 🖉 🛛	Comando
🐉 Iniciar	🖙 RICARDO MAT (G:)	🛟 GeoGebra	Documento1 - Micros	····	💦 🏷 🧐 🔀 09:06



💽 Entrada:				2 🗸 0	🖌 Comando 🗸
🐮 Iniciar	💝 RICARDO MAT (G.)	🔅 GeoGebra	👹 Documento1 - Maros	a .	🎄 🏷 🧐 🔀 09:07



🕐 Ertrada:				2 🗸 0	🗸 Comando 👻
🐉 Iniciar	🖙 RICARDO MAT (G;)	💮 GeoGebra	Documentc 1 - Vicros		🙀 🖏 🧐 🙋 C9:08

Utilize a ferramenta "Mover" e segurando qualquer um dos vértices do triângulo ABC, movimente a figura a fim de alterar seus ângulos internos e perceba que seus ângulos correspondentes também se alteram.

Observe também que a imagem gerada a cima da reta paralela a base do triângulo, o lado AB, é na verdade uma semicircunferência, ou um ângulo de 180°, um ângulo raso.

Se lembrarmos que um ângulo raso tem a propriedade de que sua medida é de 180° e que este ângulo raso foi gerado da reta paralela a base deste triângulo e dos prolongamentos de seus lados, então podemos notar como nos trabalhos de TALLES "o estudo dos ângulos a partir de duas retas paralelas cortadas por uma transversal" no caso duas transversais, as semirretas AB e CB, que:

Os ângulos EBF e ABC são opostos pelo vértice B;

Os ângulos CÂB e DBE são correspondentes e que;

Os ângulos BCA e FBG também são correspondentes.

Vamos agora verificar o estudo dos ângulos suplementares adjacentes, para isso iremos apagar tudo que já fizemos e com a ferramenta "Semirreta definida por dois pontos" cria a semirreta AB



🕐 Ertrada:				2 🔽 🛛	Y Comardo	*
🛃 Iniciar	🖉 JFMT - PROEG - Win	atv dade 7 [Modo de	💮 GeoGebra		🖮 🔇 ia 🔀 12	213

C GeoGebra	T 🖬 🔀
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda	
Semirreta Definida por Dois Pontos Seleciona primeiro a origem e depoia,	um outro ponto 📄
Entrada:	i v α v Comando v
TITCIAL CERCEG - Wr 🔛 atmczce / Modo de 👔 GeoGebra	📖 🕥 📻 🔀 12:14

Com a ferramenta "Reta definida por dois pontos" clique no ponto A e fora da semirreta AB clique novamente para definir a reta AC.

204

😳 GeoGebra	- 78
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda	
Reta Definida por Dois Pontos Selecione do s pontos	<u>()</u>
B	
¢	

🕐 Ertrada				2 💙 C	🖌 Comando 👻
🦺 Iniciar	Ø UFMT - PROEG - Win	atividade 7 [Modo ce 🔐	💭 GecGebra		🖮 🔇 👬 🔀 12:14

Com a ferramenta "Novo ponto" clique na reta AC no lado exterior ao ângulo CÂB criado pela reta AC e a semirreta AB.

205



🕐 Entrada:				2	v a	Comardo	¥
🐉 Iniciar	🖉 JFMT - PROEG - Win	atv dade 7 [Modo de	💮 GeoGebra			🖮 🌒 👬 🚳 🖬	2:15



🔞 Entrada:				2	α ×	Comando	۷
🛃 Iniciar	LFNT - FROEG - Win	ativcace 7 [Vodo de	🔅 GeoGebra		Ē	= (i 🛛 12	:15

Com a ferramenta "Ângulo" construa o ângulo DÂB.

🗘 GeoCebra	
Arcuivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda	
Image: Construction of the section	<u>)</u>
Ángulo	
Ângulo com Amplitude Fixa	
Distância Comprimento ou Perímetro	
ém² Área	
Indinação	

💽 Entrada:				² 💙 a	Comando	*
🦺 Iniciar	🖉 UFMT - PROEG - Wn	🗃 atividade 7 [Modo de	💬 GeoGebra		🖮 🔇 🗖 🖉	2:15

ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO

C GeoGebra				.
Arquivo Editar E	xbir Opções Ferramentas Janela Ajuda			
		Mover Arraste um	cbjeto se ec onado (Esc)	<u>a</u> e
	154 66*	C C		
Contractor V].	
🕑 Entrada:			2	🗙 α 🗙 Comando 👻
🤩 Iniciar 🌖	💋 JFMT - PROEG - Win 📓 atividade 7 [Modc de	🖉 GeoGebra		🖮 🔇 👬 🔀 12:16

Com o botão direito do mouse clique no ângulo formado, escolha a opção "Propriedades" na caixa de diálogo que se abrirá e em seguida escolha a aba "Cor", selecione uma cor - aqui foi escolhida a cor azul - e feche a caixa de diálogo.

209

🗇 GeoGebra	- 7
Arcuivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janeta Ajuda	
Image: Selector add (Esc)	<u>)</u>
154.65' Ângulo entre B, A, D	
 ✓ ^o₀ Exbir Objeto ✓ A Exbir Rátulo 	
😰 Copiar para a Linha de Comandos	
B Renomeer Abegar	
Propredades	

🔞 Entrada				2	*	o	🗸 Comando 👻
🐮 Iniciar	UFMT - PROEG - Win	atividade 7 [Modo de	🕐 GeoGebra				🖮 🔇 🛻 🔀 12:16



🕐 Entrada:				¥ α	Comando	*
🦺 Iniciar	🖉 LFNT - PROEG - Wr	🚽 ativicace 7 [Modo de	🛟 GecGebra		🖮 🔇 🖥 🖉 🗉	2:15

🗘 GeoGebra						
Arquivo Editar I	Exbir Opções Ferramentas	Janela Ajuda				
			a=2 → Mover Arraste um	objeto selecionado (Esc)		(<u>)</u>
		54.6E*	C			
🕖 Entrada:					2 🗸 α	👻 Comando 👻
🛃 Iniciar	UFMT - PROEG - Wir	atividade 7 [Modc de	💮 GeoGeora			🖮 🔇 💏 🔀 12:17

Novamente com a ferramenta "Ângulo", construa agora o ângulo CÂB.

🔆 GeoGebra	
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda	
Image: A state of the stat	9
Ângulo	
Angulo com Amplitude Fixa	
Eistância, Comprimento cu Perímetro	
cm² Ărea	
Inclinação	
154 62*	

🕐 Entrada:				2 🖌	α 🗸	Comarco	*
🛃 Iniciar	🖉 JFMT - PROEG - Win	atvdade 7 [Modo de	💮 GeoGebra		in the second se	1 🔇 in 🐼 12	2:17



Escolha a ferramenta "Mover" e movimente a semirreta AB pelo ponto B a vontade.

ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO



🔞 Entrada:				2 💙	α 👻 Comando 💌
🛃 Iniciar	Ø UFMT - PROEG - Win	ativ dade 7 [Modo de	() GecGebra		🖮 🄇 📩 🔀 12:17



🕐 Entrada:				2 🗸 🛛	🖌 Comando 🖌
🦺 Iniciar	UFMT - PROEG - Win	atividade 7 [Modo de	🗇 GecGebra		🖮 🔇 ia 🔀 12:17



🕐 Ertrada:				2 🖌 🛛	Comando	1
🐉 Iniciar	UFMT - PROEG - Win	atv.dade 7 [Modo de	💮 GeoGebra		🖮 🔇 💑 📿 12:18	

Note que não importa o quanto a semirreta AB se movimente, a soma dos ângulos DÂB e CÂB são iguais ao ângulo raso, mede 180°

Note ainda que um ângulo seja sempre a medida suficiente capaz de tornar o ângulo em um de 180°, isto é chamado de *suplemento*, logo neste caso, um ângulo é sempre o suplemento do outro.

Perceba também que ambos são:

- 1. Consecutivos, pois tem vértice A e lado AB em comum;
- 2. Adjacentes, pois são ângulos consecutivos e não tem pontos internos em comum.

Logo, estes ângulos são Suplementares adjacentes.

🔆 GeoGebra	- 6 🛛
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda	
Image: Selecting of the s	<u>(</u>
3.26° ··· 6.74°	

🕐 Entrada:				2 🗸 🗸 Comando 🗸
🐉 Iniciar	Ø JFMT - PROEG - Win	atv dade 7 [Modo de	💮 GeoGebra	in 🐑 👬 📿 12:18

Vamos agora ver sua relação na soma dos ângulos internos de um triângulo, apague tudo e com a ferramenta "polígono" construa um triângulo qualquer ABC.

Com a ferramenta "Semirreta definida por dois pontos" crie a semirreta AC clicando nos pontos A e C.

🕼 GeoGebra	6 🛛
Arquivo Editar Exitir Opções Ferramentas Janela Ajuda	
Semirreta Lefinida por Dois Pontos Se ecione prime ro a orgem el depcisi um cutro ponto	
Reta Definida por Dois Pontos	
Segmento definido por Dois Portos	
Cegmento com Comprimento Fixo	
Sem ineta Definida por Dois Pontos	
Vetor Definido por Dois Pontos	
Vetor a Partir de um Ponto	
A C	

🔞 Entrada.					α	*	Comando	*
Iniciar	GUTMT - PROIS - Win	atividade 7 [Modo de	🎲 бербел а			i	🔇 📩 🔀 🗄	1:50

ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO



Com a ferramenta "Novo ponto" crie um ponto D na semirreta C de tal forma que esteja fora do polígono.

221

Use a ferramenta "Ângulo" para criar os ângulos DCB, CAB e ABC



ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO



Veja que os ângulos A + B = DCB, e que eles não são ângulos adjacentes suplementares.

Se lembrarmos do que fora discutido anteriormente, para a soma dos ângulos internos de um triângulo ser igual a 180°, notamos que os Ângulos A+B+C são iguais a 180°

A+B+C=180	subtraindo a medida do Ângulo C em ambos os lados temos:
A+B+C-C=180-C	
A+B-180=-C	multiplicando ambos os lados por (-1) tem-se:
180 - (A + B) = C	

ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO

O Ângulo C é adjacente suplementar do ângulo DCB, logo percebemos a relação desta propriedade com a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer.

Verifique isto nos demais ângulos, utilize a ferramenta "Mover" clicando como botão direito do mouse no ângulo ACB e desmarque a opção "Exibir rótulo" e depois a opção "Exibir objeto"

🔅 GeuGebra		
Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda		
	Arreste um objeto selecionado (Esc)	<u>*</u>
	R E	
-	58.7* Ânguio y: Ângulo entre A, B. C	
	👻 ° Exibir Oujeto	
	 A4 Exibit Réfuto 	
	🕎 Copiar para a Linha de Comandos	
	b Renomear	
	∂_Acagar	
52 56°	Roochedades	
35.00		

🔞 Entrada.				• v	u	¥	Comando	*
🐉 Iniciar	A HEMT - PROFG - Win	📓 atvdade 7 [Modo de	💬 GeoGebra			-	R 👬 🙋 I	1:53

ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO



Utilize a ferramenta "Ângulo" e marque o ângulo BCA.



ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO

Com a ferramenta "Semirreta definida por dois pontos" construa a semirreta CB.





Entrata
 Carrente
 Carrente

ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO

Utilize a ferramenta "Novo ponto" e marque um ponto E na semirreta CB de tal forma que esteja fora do polígono e diferente de B.

Yettar Estar Estar <t< th=""><th>GeoGebra</th><th></th></t<>	GeoGebra	
Image: Constant of the set of the s	Arquivo Editar Editir Opções Ferramentas Janela Ajuda	
Porto Vietas ou Cento	Image: Constraint of the second sec	na curva 🧕
Pomb Média au Cento	A Nixo porto Interseção de Deis Objetos	
119.26° 63.56° 6 Effrasz	Ponto Médis au Centro	
B 61.56* C Entrade C C C C C C C C C C C C C		
119.26° 53.55° C Entrade 2 V 0 Comsando V	<u>``</u>	
119.26° 60.74° 61.56° C Entradx 2 v o v Consento v		
53.55° C Entrada a Comendo	A 60.74*	
😢 Entrada: 🔹 💌 o 💌 Comando 💌	53.56° C	
🚯 Entrada: 🔹 💌 o 💌 Comando 🖤		
😢 Entrada:		
	@ Entrada	z v o v Comando v

Marque o ângulo ABE e verifique a validade das propriedades estudadas.





Agora apague o ângulo CAB, construa a semirreta BA nos pontos B e A, encontre um ponto F na semirreta BA diferente de A e fora o triângulo.

ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO







Marque o ângulo CAF e verifique a validade das propriedades estudadas.



Utilize a ferramenta "Mover" para movimentar os vértices do triângulo e verificar a validade das propriedades estudadas.



ISBN N° 978-85-8196-036-4 IMPRESSO



Vamos iniciar agora desenhando um triângulo qualquer, utilize a ferramenta "novo ponto" para isto – ver parte 2.

235