

33 Mètodes de càlcul. Exemples

33.3 Kani

El mètode de Kani per a la resolució de pòrtics hiperestàtics, o de nusos rígids, és molt semblant al mètode de Cross. També es tracta d'un sistema aproximat que utilitza les successives aproximacions mitjançant iteracions. Excepte aquestes, tota la preparació prèvia de rigideses, distribucions, moments d'encastaments, etc és semblant en els dos mètodes. És en les iteracions on es produeixen certes diferències. El pòrtic objecte de càlcul és el que es veu a la figura 33.20 amb tres bigues, una d'elles en voladís, i dos suports. En el punt A es troba una articulació i en els punts E i D, encastaments perfectes. Aquest exemple està inspirat en l'estudi 'Elaboración de notas de clase de la asignatura Análisis de Estructuras II' de Jorge Eliécer Escobar Florez de la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, 2007. És un exemple molt ben desenvolupat i especialment adequat, tenint en compte la limitació de recursos de GeoGebra. El procés de càlcul, suposant que es coneix la geometria, les dimensions de les barres i el material de què està compost el pòrtic, qüestions que es troben a la segona pantalla gràfica en forma de punts lliscants, és el següent.

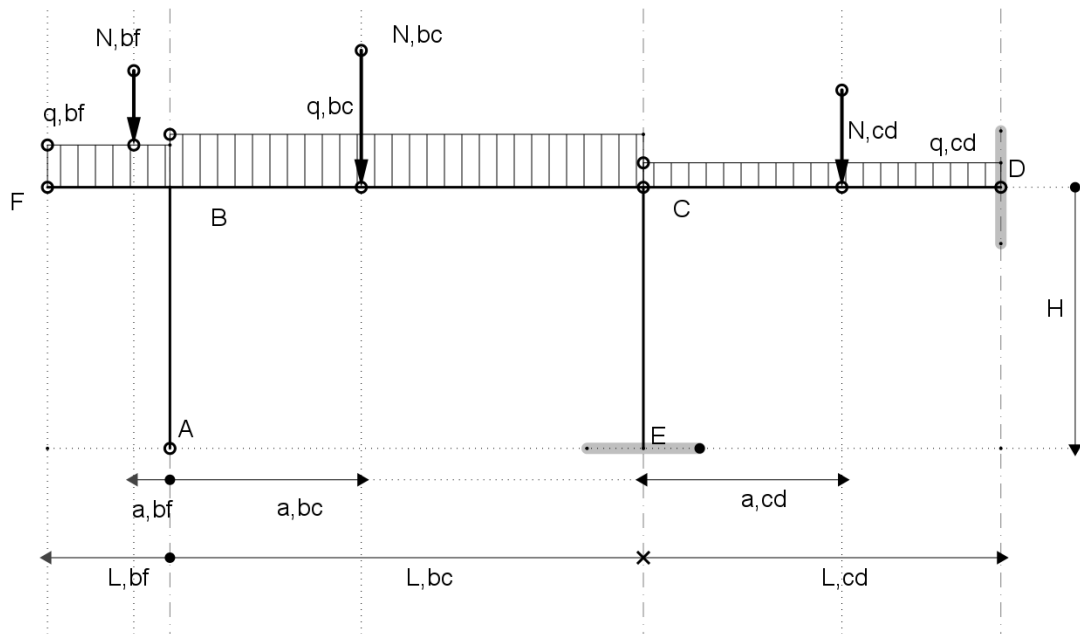


Fig. 33.20

1. Rigideses. Per a cada barra es calcula la rigidesa $K = 4 \cdot E \cdot I / L$, sent I , el moment d'inèrcia de les barres (com són totes rectangulars serà $I = b \cdot h^3 / 12$, sent b la base de la secció i h el cantell), L la longitud i E el mòdul d'elasticitat del material que conforma el pòrtic. Com que les rigideses es relacionen entre elles i se suposa que el material del pòrtic és el mateix, es prescindeix del valor d' E . La rigidesa del voladís $K_{,bf}$ és nul·la, per això no es donen les seves dimensions.

2. Factor de distribució. Es determina el factor de distribució μ de les barres a partir de la meitat de la seva rigidesa relativa canviada de signe. Per exemple, a la barra B-C serà $\mu_{,cb} = -0.5 \cdot K_{,cb} / (K_{,cb} + K_{,ec} + K_{,cd})$.

3. Moments d'encastament. Les barres horitzontals se suposen doblement encastades i es calcula el moment d'encastament a cadascun dels seus extrems. Quan la barra té un dels seus extrems articulats, es calcula el moment d'encastament com si es tractes d'una biga encastada-articulada. Els moments d'encastament en els extrems de les barres tenen signe contrari. S'ha adoptat com a positiu el de l'extrem esquerre i negatiu el de la dreta. És el criteri normalment

utilitzat a la Resistència de Materials. Això contrasta amb els signes finals de resultats en el que s'anomena moment negatiu el que produeix traccions a la testa superior de la biga.

4. Suma de moments. Amb el seu signe corresponent se sumen els moments en cadascun dels nusos. Per exemple $\Sigma M_c = M_{1,cb} + M_{1,cd}$.

5. Iteracions. A la figura 33.22 s'observen les tres iteracions numèriques realitzades en aquest exemple i a la figura 33.21, el resultat de les iteracions en el mateix esquema estructural del pòrtic considerat. Igualment, al full de càlcul que acompanya aquesta aplicació es troben els càlculs corresponents. Es fan les següents observacions:

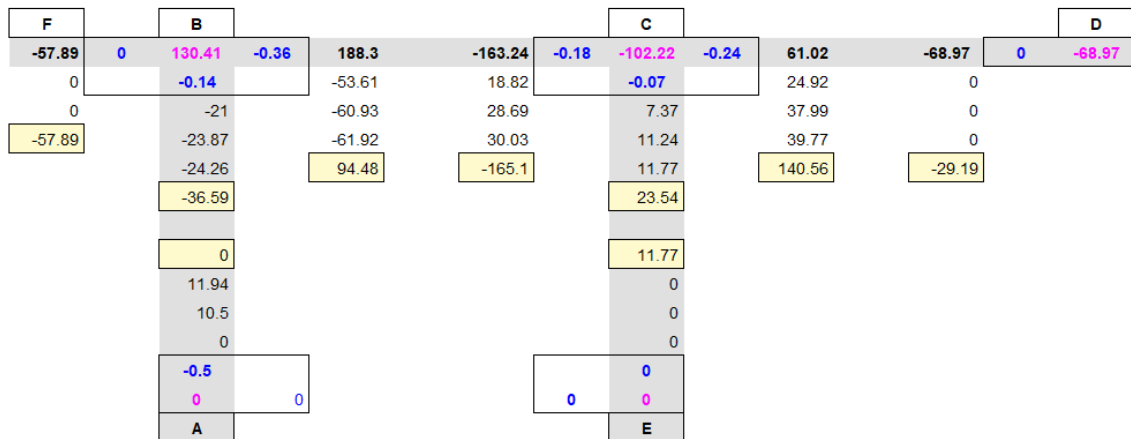


Fig. 33.21

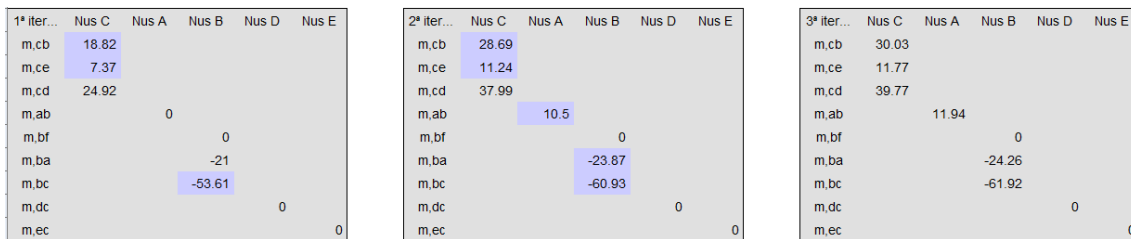


Fig. 33.22

a. A la figura 33.21 es veu:

- .Franges en color gris que representen l'esquema estructural i la numeració dels nusos.
- .Ressaltats de color negre, es troben els moments d'encastament de les barres.
- .A la part inferior de la numeració del nusos, i ressaltada de color vermell, es troben la suma dels moments d'encastament en el nus corresponent.
- .Al voltant del nusos, ressaltats de color blau, es troben els factors de distribució.
- .Amb requadre de color groc es troben els resultats finals. Indiquen el moment en què es deixen de fer iteracions perquè es creu que les diferències són mínimes.

D'aquesta manera, es poden observar les iteracions en el mateix lloc on es produeixen les alteracions dels moments a la pròpia estructura.

b. L'ordre d'iteració triat és el següent: Nus C → Nus A → Nus B → Nus D → Nus E, però l'ordre pot variar si es creu convenient.

c. Un exemple de la primera iteració en el nus C seria: $M_{1,cb} = -102.22 \cdot (-0.18) = 18.82$
 $M_{1,cd} = -102.22 \cdot (-0.07) = 7.37$

$$M_{1,ce} = -102.22 \cdot (-0.24) = 24.92$$

(els decimals no considerats poden produir certes diferències).

d. Un exemple de la segona iteració en el nus C seria: $M_{2,cb} = -0.18 \cdot (-102.22 - 53.61) = 28.69$

$$M_{2,cd} = -0.07 \cdot (-102.22 - 53.61) = 11.24$$

$$M_{2,ce} = -0.24 \cdot (-102.22 - 53.61) = 37.99$$

Observi's que al moment d'origen (-102.22) se li suma amb el seu signe el moment del nus veí B a la primera iteració (53.61).

Amb aquesta operativa es fan les iteracions que es creguin convenient fins que l'equilibri en els nusos sigui aproximadament 0. Finalment, per obtenir els moments finals, se sumen les columnes corresponents.

6. Resultats. A continuació, a les figures 33.23, 33.24 i 33.25 es donen els diagrames de reaccions, esforços tallants i moments flectors respectivament. En els resultats de la segona pantalla gràfica es troben els valors numèrics dels punts singulars dels diagrames. També es troben els càlculs previs de Kani.

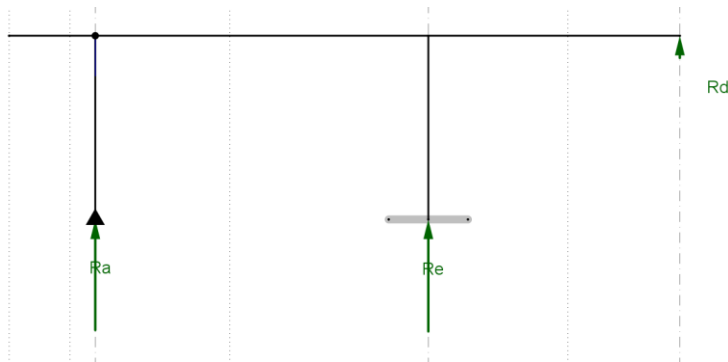


Fig. 33.23

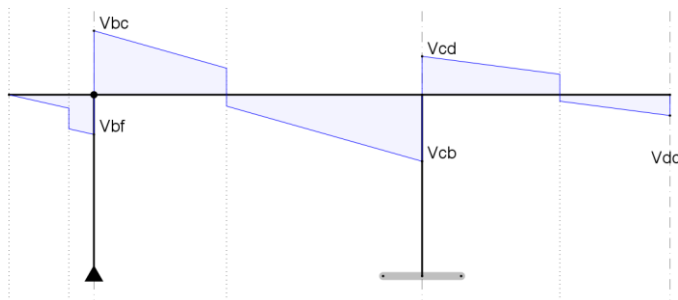


Fig. 33.24

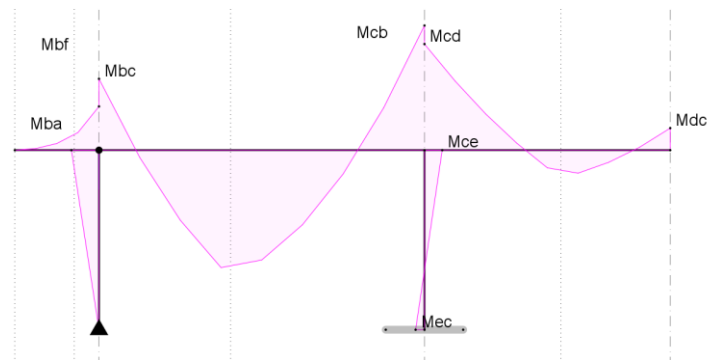


Fig. 33.25