

Tema da atividade: Teorema de Tales

Objetivo: Explorar a Proporcionalidade do Teorema de Tales com suas representações Aritmética, Geométrica e Algébrica

Aluno(a): \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

1.<sup>1</sup> Abra um novo arquivo no aplicativo do GeoGebra. Esconda os eixos e a malha. Com a ferramenta polígono, construa um triângulo ABC (caso os vértices do triângulo não sejam nomeados automaticamente, nomeie-os usando a ferramenta Exibir/Esconder rótulo). Nesse triângulo,

- Usando a ferramenta ponto médio, determine o ponto médio D do lado AB;
- Trace uma reta paralela ao lado BC, passando por D;
- Agora marque o ponto E na interseção dos lados AC com a reta criada;
- Use a ferramenta distância e meça os segmentos AD, BD e AE;

a. Qual você acha que deve ser a medida do segmento CE? \_\_\_\_\_

b. Agora, meça os segmentos AB e AC. Qual a razão entre a medida do lado AB e AD (digite no campo de entrada AB/AD, o resultado aparecerá na janela de álgebra)? E entre os lados AC e AE (digite no campo de entrada AC/AE)? \_\_\_\_\_

c. Movimente os vértices do triângulo e observe: Os valores das medidas dos segmentos mudaram? E a razão entre eles? O que ocorre tem alguma relação com proporcionalidade? Escreva sobre isso: \_\_\_\_\_

d. Com a ferramenta exibir/esconder objeto, oculte as distâncias dos segmentos AD, BD e AE.

-> No mesmo triângulo:

- Determine F, o ponto médio de AD.
- Faça uma nova reta paralela a BC, passando por F.
- Determine G na interseção da nova reta com AC.
- Com a ferramenta distância, meça os segmentos AF, DF e AG.

e. Qual você acha que deve ser a medida do segmento EG? \_\_\_\_\_

f. Qual razão entre AB e AF (digite no campo de entrada AB/AF)? E entre AC e AG (digite no campo de entrada AC/AG)? \_\_\_\_\_

g. Qual a razão entre BF e AF (digite no campo de entrada BF/AF)? \_\_\_\_\_

h. Se for mantida a razão entre BF e AF para os segmentos CG e AG, qual deve ser a medida de CG? \_\_\_\_\_

i. Verifique a resposta do item anterior com a ferramenta distância para medir o segmento CG.

j. Movimente os vértices do triângulo e observe: Os valores das medidas dos segmentos mudaram? E a razão entre eles? O que ocorre tem alguma relação com proporcionalidade? Escreva sobre isso: \_\_\_\_\_

<sup>1</sup> Esta atividade foi elaborada com base nas questões 1, 2, 3, 4 e 5 da situação de aprendizagem 6 "Teorema de Tales: A Proporcionalidade na Geometria" do volume II do 8º ano do caderno do aluno do Estado de São Paulo (2014-2017).

2. Abra um novo arquivo no aplicativo do GeoGebra e construa um novo triângulo ABC com a ferramenta polígono. Com a ferramenta ponto em objeto, crie um ponto D qualquer sobre o lado AB. Depois uma reta paralela a BC passando por D. Com a ferramenta interseção de dois objetos, crie também o ponto E na interseção da reta com AC.

a. Com a ferramenta distância, meça os segmentos AB, AD, BD, AC, AE e CE.

b. No campo de entrada, verifique o valor da razão entre os segmentos  $AB/AC$ ,  $AD/AE$  e  $BD/CE$ . O que você nota no valor das razões? \_\_\_\_\_

c. Arraste o ponto D sobre o lado AB. Os valores das medidas dos segmentos mudaram? E a razão entre eles? \_\_\_\_\_

d. O que ocorre com as razões nos itens b e c tem alguma relação com proporcionalidade?

Escreva sobre isso: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

e. Com a ferramenta ponto em objeto, marque um ponto F (com F diferente de D) sobre o lado AB, e o ponto G (com G diferente de E) sobre o lado AC. Construa a reta FG.

f. Com a ferramenta distância, meça os segmentos AF, BF, AG e CG.

g. No campo de entrada, verifique o valor da razão entre os segmentos  $AF/AG$  e  $BF/CG$ . O que você nota no valor das razões? \_\_\_\_\_

h. Arraste os pontos F e G. Os valores das medidas dos segmentos mudaram? E a razão entre eles? \_\_\_\_\_

i. O que ocorre com as razões nos itens g e h tem alguma relação com proporcionalidade?

Escreva sobre isso: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

j. Com a ferramenta mover, movimente o ponto F até que os valores de todas as razões calculadas fiquem iguais. Qual a posição relativa dessas retas (DE e FG)?

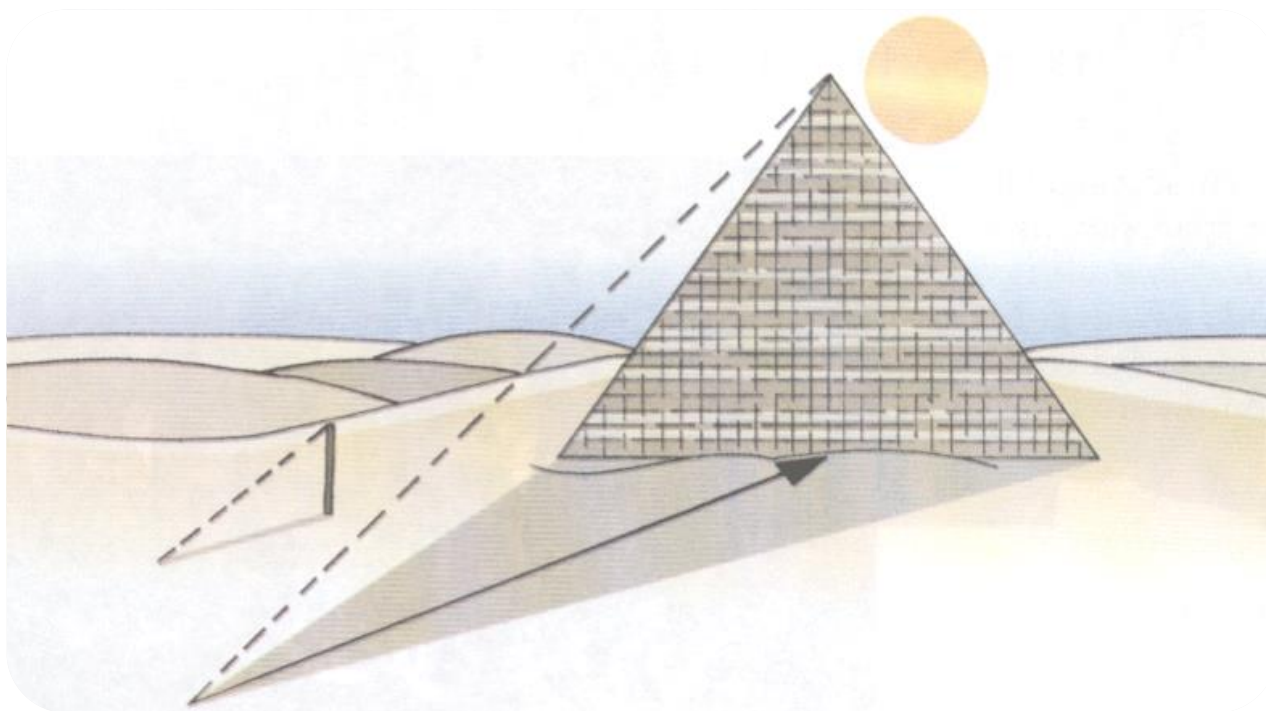
k. Concluindo... Com base na movimentação dos pontos D e F, e observando o que ocorre com a razão, qual conclusão se pode tirar acerca das retas paralelas e os lados do triângulo que intersectam essas paralelas? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

### *Teorema de Tales*

*As particularidades que observamos nas questões anteriores que relacionam a proporcionalidade que existe quando duas ou mais retas paralelas entre si, são cortadas por duas transversais foi descoberto por Tales. Formalmente, o Teorema de Tales enuncia que "Se um feixe de retas paralelas é interceptado por duas retas transversais então os segmentos determinados pelas paralelas sobre as transversais são proporcionais" (BONGIOVANNI, 2007).*

*Tales era um rico comerciante da cidade grega de Mileto, cerca de 600 a.C. Ele observou que, num mesmo instante, a razão entre a altura de um objeto e o comprimento da sombra que esse objeto projeta no chão era sempre a mesma para quaisquer objetos. Por ser comerciante, Tales teve a oportunidade de entrar em contato com outros povos. Conta-se que numa de suas viagens ao Egito, Tales foi desafiado a medir a altura da grande pirâmide Quéops, que foi construída por volta de 2500 a.C. e é uma das grandes maravilhas do mundo antigo.*

Esta atividade para smartphone foi adaptada das que estão disponíveis na tese de doutorado de Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria (2016) desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UNESP – Rio Claro. A versão original para computadores está disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/148026>



Fonte: <http://www.brasilescola.com/matematica/teorema-tales.htm>

*Tales aplicou seus conhecimentos sobre segmentos proporcionais e achou a altura da pirâmide usando apenas um bastão e as medidas das sombras da pirâmide e do bastão no mesmo instante em que o sol projetava totalmente a sombra da pirâmide e do bastão. Resumidamente, ele descobriu que:*

$$\frac{\text{altura da pirâmide}}{\text{sombra da pirâmide}} = \frac{\text{altura da estaca}}{\text{sombra da estaca}}$$

*Esta descoberta levou Tales a ser muito prestigiado pelo faraó Amásis, que governava o Egito nessa época. Além disso, o prestígio da descoberta de Tales vem se estendendo ao longo das gerações e é usada até os dias atuais.*

**Referência:**

BONGIOVANNI. V. *O Teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico*. REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. V 2.5, p.94-106, UFSC: 2007.

3. No arquivo lago.ggb você pode explorar a situação criada por Lucas. Lucas queria estimar a medida mais extensa do pequeno lago que havia perto de sua casa. Pensando sobre o problema, ele inicialmente fez um esquema da situação, indicando essa extensão por AB e imaginando dois triângulos ABD e BCE, sendo as bases AD e EC paralelas. Depois, foi ao local e fincou 5 estacas, cada uma correspondente a um vértice dos triângulos de seu esquema. Contou com passos as medidas correspondentes aos lados AE, BD e DC, e completou seu esquema.

a. Analise o esquema no GeoGebra e responda: o procedimento criado por Lucas permite a resolução do problema? Se sua resposta foi afirmativa, expresse abaixo os cálculos efetuados e o valor, em passos, encontrado por ele para a extensão AB (faça essa questão manualmente):

b. No campo de entrada, digite  $AB/EA$  para encontrar a razão entre a largura do lago  $\overline{AB}$ , pelo segmento  $\overline{EA}$ .

c. No campo de entrada, digite  $BD/DC$  para encontrar a razão do segmento  $\overline{BD}$ , pelo segmento  $\overline{DC}$ .

d. Observando os resultados, você pode afirmar que a razão entre os segmentos  $AB$  e  $AE$  são proporcionais a razão entre  $BD$  e  $DC$ ? \_\_\_\_\_

e. Em caso afirmativo, qual é a constante de proporcionalidade? Usando o campo de entrada, explore os segmentos do esquema e responda: existem outras relações proporcionais no esquema de Lucas? Se sim, cite quais são esses casos.

---



---

f. O esquema criado por Lucas, foi baseado no Teorema de Tales. Você conseguiu perceber essa relação ao explorá-lo? Explique sua resposta.

---



---



---



---

4. No arquivo praça.ggb você pode explorar a situação:

De uma praça em formato retangular saem 4 avenidas,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\theta$  e  $\varphi$ , uma de cada vértice do retângulo. Ligando cada par de avenidas há três ruas, 1, 2 e 3, sempre paralelas em cada caso. Os pontos de encontro entre as ruas de mesmo número são nomeados pelas letras do alfabeto, A, B, C, D etc.

a. No campo de entrada, calcule:  $AB/BC$ ;  $DE/EF$ ;  $GH/HI$  e  $JK/KL$ .

b. O que você nota no valor das razões? \_\_\_\_\_

c. Arraste livremente os pontos A, D, G e J. Os valores das medidas dos segmentos mudaram? E a razão entre eles? \_\_\_\_\_

d. A proporção verificada no item anterior é a expressão matemática do teorema de Tales, que também pode ser enunciada da seguinte forma: *se uma reta paralela a um lado de um triângulo intersecta os outros dois lados em pontos distintos, então ela determina segmentos que são proporcionais a esses lados*. Por exemplo,  $TA$  está para  $TC$  assim como  $AJ$  está para  $CL$ . Portanto, meça  $TA$ ,  $TC$  e  $CL$  e calcule  $AJ$ .

f. Com o mesmo raciocínio do Teorema de Tales usado no item anterior, encontre o comprimento de outra rua que preferir.