

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Sea  $f(x) = \frac{a \cdot x^3}{(x-b)^2}$  para  $x \neq b$ . Hallar  $a, b$  sabiendo que la recta  $y = 2x - 4$  es una asíntota de la gráfica de  $f(x)$ .

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Aplica el Teorema de Bolzano para demostrar que la ecuación  $e^x + x = 0$  tiene al menos una solución en el intervalo  $[-1, 0]$ .

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{e^x + x^2}$

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Realiza un boceto de la función  $f(x) = |\ln(x+2)|$ . Calcula los puntos de corte de  $f(x)$  con la recta horizontal  $y = 1$ . Justifica razonadamente por qué la función no admite inversa en el dominio  $[-\frac{3}{2}, 5]$ .

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 punto]** Obtener el dominio y los extremos relativos de la función  $f(x) = x \cdot \ln^2(x)$ . No olvides obtener la imagen de los extremos relativos.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función continua definida por  $f(x) = \begin{cases} x+k & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^{x^2}-1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ . Calcula  $k$ .

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Obtener las asíntotas de  $f(x) = \frac{x^3-1}{4x^2}$

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Estudia la posición relativa de  $f(x) = \frac{x^2-3x+3}{x^2-4}$  respecto de su asíntota horizontal.