

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = \frac{a \cdot x^3}{(x-b)^2}$ para $x \neq b$. Hallar a, b sabiendo que la recta $y = 2x - 4$ es una asíntota de la gráfica de $f(x)$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Aplica el Teorema de Bolzano para demostrar que la ecuación $e^x + x = 0$ tiene al menos una solución en el intervalo $[-1, 0]$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{e^x + x^2}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Realiza un boceto de la función $f(x) = |\ln(x+2)|$. Calcula los puntos de corte de $f(x)$ con la recta horizontal $y = 1$. Justifica razonadamente por qué la función no admite inversa en el dominio $[-\frac{3}{2}, 5]$.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 punto] Obtener el dominio y los extremos relativos de la función $f(x) = x \cdot \ln^2(x)$. No olvides obtener la imagen de los extremos relativos.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función continua definida por $f(x) = \begin{cases} x+k & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^{x^2}-1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$. Calcula k .

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Obtener las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3-1}{4x^2}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Estudia la posición relativa de $f(x) = \frac{x^2-3x+3}{x^2-4}$ respecto de su asíntota horizontal.