5.15 Dada la parábola x^2-4x+5y+29=0, encuentre los valores de t para los que la recta y =2x+t
(a) no corta a la parábola.
(b) es secante a la parábola.
(c) es tangente a la parábola.
(d) es transversal a la parábola.
Sol:
(a) no corta a la parábola.
$c := x^2 - 4\cdot x + 5\cdot y + 29 = 0$

$$c := x^2 - 4\,x + 5\,y + 29 = 0 \tag{1}$$

$l := y = 2\cdot x + t$

$$l := y = 2\,x + t \tag{2}$$

Consideremos el sistema $\begin{cases} c := x^2 - 4\,x + 5\,y + 29 = 0 \\ l := y = 2\,x + t \end{cases}$.
Si sustituimos el lado derecho de esta ecuación por "y" en la ecuación de la parábola y obtenemos la ecuación de segundo grado
$subs(y = rhs(l), c)$

$$x^2 + 5\,t + 6\,x + 29 = 0 \tag{3}$$

Para que l no corte a c, esta ecuación no debe tener soluciones, lo que es lo mismo, su discriminante debe ser negativo, es decir,
$discrim(lhs(\mathbf{(3)}), x) < 0$

$$-20\,t < 80 \tag{4}$$

$\xrightarrow{\text{resolver para t}}$

$$[[-4 < t]] \tag{5}$$

(b) es secante a la parábola.
De manera análoga a la parte (a), pero ahora el discriminante debe ser positivo y así $t < -4$.

(c) es tangente a la parábola.
De manera análoga a las anteriores; ahora $t = -4$.

(d) es transversal a la parábola.
Las transversales a esta parabola deben ser rectas verticales y l no lo es, cualquiera que sea el valor de t. Así, para ningun t, l es transversal a la parábola.