

TIRO PARABÓLICO

Velocidad inicial V_0 : Es la velocidad de disparo del proyectil que forma un ángulo con la horizontal. Ese ángulo α es el ángulo de tiro. Debe ser mayor de 0° y menor de 90° .

La velocidad inicial se descompone en sus dos componentes rectangulares, V_{0x} (componente horizontal) y V_{0y} (componente vertical).

Componente horizontal de la velocidad inicial: $V_{0x} = V_0 \cdot \cos \alpha$

Componente vertical de la velocidad inicial: $V_{0y} = V_0 \cdot \sin \alpha$

Posición del proyectil en un tiempo dado: Es el punto $P(x,y)$ del plano en donde se encuentra el proyectil en un tiempo determinado.

Posición horizontal del proyectil: $x = V_0 \cdot t \cdot \cos \alpha$. En el sentido horizontal el movimiento es uniforme dado que no se presenta aceleración, es decir, la velocidad horizontal se mantiene constante.

Posición vertical del proyectil: $y = V_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} g \cdot t^2$. En el sentido vertical el movimiento es uniformemente acelerado (subida/caída libre con aceleración igual a la gravedad).

La función de posición del proyectil $y = f(x)$ está dada por

$$f(x) = -\left(\frac{g \cdot \sec^2(\alpha)}{2 \cdot V_0^2}\right) \cdot x^2 + (\tan(\alpha)) \cdot x + y_0$$

que corresponde a la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Al comparar la función de posición con la función cuadrática se aprecia que la parábola es convexa (las ramas abren hacia abajo) porque $a < 0$ mientras que el término independiente c es y_0 . Si el movimiento del proyectil se inicia en el origen del sistema de coordenadas, $y_0 = 0$.

Trayectoria del proyectil: Como se indicó, la trayectoria es una parábola convexa (las ramas abren hacia abajo) con el eje de simetría paralelo al eje Y . El vértice de la parábola es el punto máximo de la trayectoria.

Velocidad del proyectil en un punto $P(x,y)$ al cabo de un tiempo t de vuelo: La velocidad en un punto es tangente a la parábola de trayectoria. Al igual que la velocidad inicial, la velocidad en un punto se descompone en sus componentes rectangulares:

Componente horizontal de la velocidad en un punto: $V_x = V_{0x} = V_0 \cdot \cos \alpha$. Esta componente de la velocidad permanece constante porque en el sentido horizontal no hay aceleración.

Componente vertical de la velocidad en un punto: $V_y = V_{0y} - g \cdot t$ que es equivalente a $V_y = V_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t$. La componente vertical de la velocidad varía con el tiempo por la aceleración de la gravedad (movimiento uniformemente acelerado).

Magnitud de la velocidad en un punto: $V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2}$. Las componentes rectangulares de la velocidad V forman un triángulo rectángulo donde V_x y V_y son los catetos y V es la hipotenusa. Por lo tanto se cumple el Teorema de Pitágoras.

Dirección de la velocidad en un punto (ángulo del vector V con relación al eje horizontal):

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{V_y}{V_x} \right)$$

Altura máxima (y_{max}) y alcance máximo (x_{max}) del proyectil: Corresponde al vértice de la parábola y está ubicado en el eje de simetría.

$$\text{Altura máxima: } y_{max} = \frac{V_o^2 \text{sen}^2(\alpha)}{2g}$$

En el punto de altura máxima la componente vertical de la velocidad es cero.

$$\text{Alcance máximo: } x_{max} = \frac{V_o^2 \text{sen}(2\alpha)}{g}$$

Para cualquier valor de la velocidad inicial el **alcance máximo se obtiene cuando el ángulo de tiro es 45°** porque la función trigonométrica **seno(x)** tiene un valor máximo en $x = 90^\circ$. Como $2\alpha = 90^\circ$, se deduce que $\alpha = 45^\circ$.

Tiempo máximo de vuelo: Es el tiempo que el proyectil tarda en caer al eje horizontal donde se presentó el disparo. $t_v = \frac{2V \text{sen } \alpha}{g}$

profedomingohely