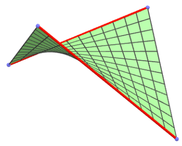
2. Superficies regladas.

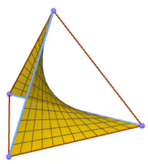
• Superficie reglada entre dos segmentos

Definimos dos segmentos en el espacio en forma paramétrica o como poligonal, sean f y g

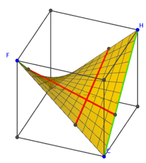


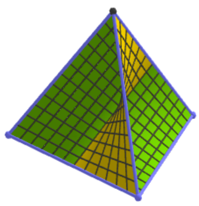
Superficie(k f(t)+(1-k) g(t), k,0,1,t,0,1)

La superficie que se obtiene reglada que se obtiene entre dos segmentos no paralelos es un paraboloide hiperbólico.

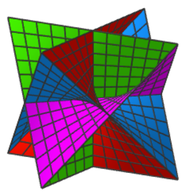


La forma de paraboloide se muestra mas clara si la construcción se realiza sobre dos segmentos perpendiculares: aristas opuestas de un tetraedro (figura de la izquierda) o dos diagonales opuestas de un cubo (imagen de la derecha)



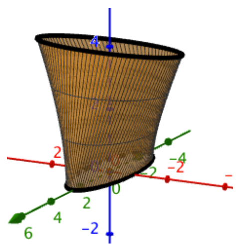


Repitiendo la misma construcción sobre pares de aristas o diagonales opuestas se obtienen vistosas construcciones.
Los segmentos (aristas o diagonales) se construyen como se ha visto en la sección anterior
Curva(A t +B (1-t), t, 0, 1) con A, B los extremos del segmento, o bien en la forma Poligonal(A,B).



• Superficie reglada entre dos curvas paramétricas:

Sean dos elipses c y d definidas en forma paramétrica



c = Curva (a cos(t), b sen(t),-h,t,0, 2 pi)

d= Curva (b cos(t), a sen(t), h, t,0, 2 pi)

La superficie que se representa se construye mediante la expresión:

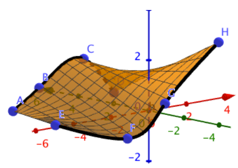
Superficie(k c(t)+ (1-k) d(t), k,0,1,t,0,1)

Si uno de los semiejes **a** o **b** es 0, se obtiene el “tetrabrik”

No es posible actualmente construir superficies con elipses o circunferencias no definidas en forma paramétrica.

• Superficie reglada entre dos curvas definidas mediante splines

De igual forma puede construirse superficie entre dos curvas definidas mediante poligonales o splines.



Spline({A,B,C,D},3) . Análogo para E,F,G,H

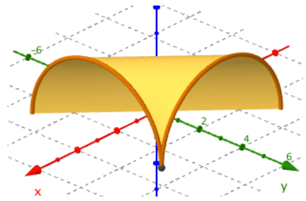
Superficie(k a(t) +(1-k) b(t), k,0,1,t,0,1) con a y b los splines.

- ## Superficies regladas entre arcos de circunferencia

No es posible construir superficies regladas utilizando arcos definidos en forma geométrica. Es necesario expresarlos en forma paramétrica.

En la imagen de la derecha se muestran dos arcos de 180º perpendiculares, sus expresiones son:
b=Curva(a, a cos(t), a sen(t), t, 0, pi) y **b'=Curva(a cos(t), t, a sen(t), t, 0, pi)**
La superficie reglada como en casos anteriores viene dada por :

Superficie(k b(t)+(1-k) b'(t), k,0,1,t,0,pi)



Como puede observase, la definición de arcos en el espacio en forma paramétrica no es inmediata, y por otra parte para construir la superficie entre ellos, los arcos han de tener igual ángulo, cosa que no siempre ocurre.

En muchas situaciones es más cómodo definir los arcos geométricamente, y utilizar splines.

- ## Cúpulas y bóvedas

La curva se ha construido como Spline({A,B,C,D},3)

Mediante rotación y secuencias se completa la construcción.

La superficie entre las curvas es reglada.

Bóveda de crucería

Superficies regladas definidas entre arcos de circunferencia y segmentos, la técnica general es la misma.

La utilización del comando Spline facilita la construcción.

Mas adelante se describe otro procedimiento.

Bóveda de arista

Esta técnica u otras similares abre la puerta a la construcción con GeoGebra de algunos elementos arquitectónicos en el espacio.

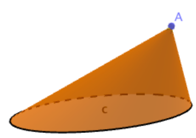
También es posible definir superficies regladas entre un punto y una curva o entre segmento y curva. Veamos un ejemplo de cada caso.

- ## Superficie reglada entre un punto y una curva.

Dados un punto A y una curva c(t), la superficie reglada entre ambos es

Superficie(A k+ c(t)(1-k),k,0,1, t, 0, 2 pi)

Un ejemplo, Cono elíptico inclinado.



Construimos elipse sobre plano z=0, de la forma

curva(a cos(t), b sen(t), 0, t, 0, 2pi) y situamos el punto A en la posición deseada en el espacio.

Superficie(A k+ c(t)(1-k), k,0,1, t, 0, 2 pi) es el cono con base la elipse y vértice en A.

Para construir la superficie entre un segmento y un arco hay que hacer un pequeño ajuste previo.

Dados los puntos A y B, el segmento AB se define como **Curva(A t+ B(1-t), t,0,1)** sea a(t) el segmento.

Como curva tomamos un semicírculo que en paramétricas puede escribirse como

Curva(r cos(t), 0, r sen(t), t, 0, 2 pi), escrito de esta forma no es posible hacer la superficie reglada entre segmento y semicírculo debido a que el segmento varia en [0,1] y el semicírculo en [0, pi]

Una forma de solucionar este inconveniente es **"normalizando a [0,1] "** las dos curvas, esto es escribiendo el semicírculo en la forma:

Curva(r cos(t π), 0, r sen(t π), t, 0, 1) de esta forma ambos tienen limites 0 y 1

La superficie reglada entre ellos es **Superficie(a(t) k + c(t) (1 - k), k, 0, 1, t, 0, 1)**

No hay inconveniente en que el segmento esté en distinto plano al arco ni en que su longitud sea diferente a la que se muestra.