

(1) Rešiti nejednačinu $\log_{\frac{1}{5}} \frac{4x+6}{x} \geq 0$.

- Svedemo levu i desnu stranu na logaritme istih osnova $\log_{\frac{1}{5}} \frac{4x+6}{x} \geq \log_{\frac{1}{5}} 1$
- Kako je osnova $\frac{1}{5} < 1$, funkcija je opadajuća, pa su numerusi u obrnutom poretku, tj. $\frac{4x+6}{x} \leq 1$
- Postavimo i uslov definisanosti logaritma, tj. $\frac{4x+6}{x} > 0$
- Dobili smo sistem nejednačina $\begin{cases} \frac{4x+6}{x} > 0 \\ \frac{4x+6}{x} \leq 1 \end{cases}$
- Rešimo svaku od nejednačina - konačno rešenje je presek dobijenih rešenja
 - $\frac{4x+6}{x} > 0$ - algebarska nejednačina

		-3/2		0	
$4x + 6$	-	-	-	0	+
x	-	-	-	-	0
$\frac{4x+6}{x} > 0$		+	0	-	+

rešenje je $x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup (0, +\infty)$

- $\frac{4x+6}{x} \leq 1$ - algebarska nejednačina, koju je potrebno transformisati, tj. svesti na znak količnika

$$\frac{4x+6}{x} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{3x+6}{x} \leq 0$$

		- 2		0	
$3x + 6$	-	-	-	0	+
x	-	-	-	-	0
$\frac{3x+6}{x} \leq 0$		+	0	-	+

rešenje je $x \in [-2, 0)$

- Konačno rešenje je $x \in \left[-2, -\frac{3}{2}\right)$

(2) Rešiti nejednačinu $\log_3(1-x) < \log_{\frac{1}{3}}(x+2) + 1$

○ Pre transformacija sa logaritmima postavimo uslove definisanosti $\begin{cases} 1-x > 0 & \rightarrow x < 1 \\ x+2 > 0 & \rightarrow x > -2 \end{cases} \rightarrow x \in (-2, 1)$

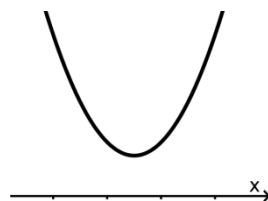
○ Svedemo levu i desnu stranu na logaritme istih osnova

$$\log_3(1-x) < \log_{3^{-1}}(x+2) + 1 \rightarrow \log_3(1-x) < -\log_3(x+2) + 1$$

$$\log_3(1-x) + \log_3(x+2) < 1 \rightarrow \log_3(1-x) + \log_3(x+2) < \log_3 3 \rightarrow \log_3(1-x)(x+2) < \log_3 3$$

○ Osnova logaritma je $3 > 1$, funkcija je rastuća, pa su numerusi u istom poretku, tj. $(1-x)(x+2) < 3$. Dobili smo kvadratnu nejednačinu, koju rešavamo grafički (prethodno je svedemo na odgovarajući oblik)

$$x^2 + x + 1 > 0 \quad D = -3 < 0, \quad a = 1 \rightarrow$$



$$\rightarrow x \in \mathbb{R}$$

○ Konačno, presek dobijenih skupova se svodi na uslove definisanosti, pa je rešenje nejednačine $x \in (-2, 1)$.

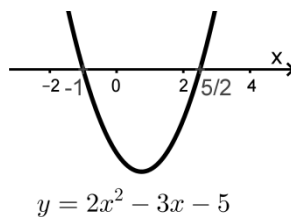
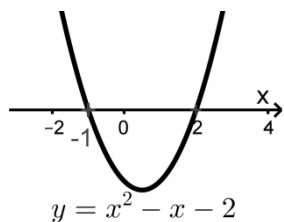
(3) Rešiti nejednačinu: $\log_{0,2}(x^2 - x - 2) > \log_{0,2}(-x^2 + 2x + 3)$

Sistem nejednačina je $\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ -x^2 + 2x + 3 > 0 \\ x^2 - x - 2 < -x^2 + 2x + 3, \text{ jer je funkcija opadajuća (osnova } 0,2 < 1) \end{cases}$, a zbog tranzitivnosti relacije <

on se redukuje na

$$0 < x^2 - x - 2 < -x^2 + 2x + 3, \text{ tj.}$$

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ x^2 - x - 2 < -x^2 + 2x + 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty) \\ 2x^2 - 3x - 5 < 0 \rightarrow x \in (-1, \frac{5}{2}) \end{cases} \rightarrow x \in (2, \frac{5}{2})$$



(4) Rešiti nejednačinu: $\log_{1/2} \left(\log_3 \frac{x+1}{x-1} \right) \geq 0$.

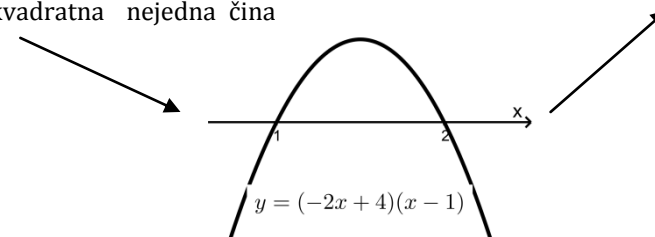
$$\log_{1/2} \left(\log_3 \frac{x+1}{x-1} \right) \geq \log_{1/2} 1$$

$$\begin{cases} \log_3 \frac{x+1}{x-1} > 0, \text{ uslov definisanosti} \\ \log_3 \frac{x+1}{x-1} \leq 1, \text{ funkcija opadajuća } \left(\frac{1}{2} < 1 \right) \end{cases}$$

$$0 < \log_3 \frac{x+1}{x-1} \leq 1 \rightarrow \log_3 1 < \log_3 \frac{x+1}{x-1} \leq \log_3 3, \text{ a kako je funkcija rastuća } (3 > 1), \text{ dobija se } 1 < \frac{x+1}{x-1} \leq 3$$

Obratiti pažnju na činjenicu, da uslov definisanosti $\frac{x+1}{x-1} > 0$, ovde nije neophodan, jer je $\frac{x+1}{x-1} > 1$. dakle dobili smo sistem algebarskih nejednačina

$$\begin{cases} \frac{x+1}{x-1} > 1 \rightarrow \frac{x+1}{x-1} - 1 > 0 \rightarrow \frac{2}{x-1} > 0 \rightarrow x-1 > 0 \rightarrow \boxed{x > 1} (*) \\ \frac{x+1}{x-1} \leq 3 \rightarrow \frac{x+1}{x-1} - 3 \leq 0 \rightarrow \frac{-2x+4}{x-1} \leq 0 \rightarrow \underbrace{(-2x+4)(x-1)}_{\text{kvadratna nejednačina}} \leq 0 \wedge x \neq 1 \rightarrow \boxed{x \in (-\infty, 1) \cup [2, +\infty)} (**) \end{cases}$$



Konačno, rešenje je presek dobijenih skupova (*) i (**), a to je $x \geq 2$.