Cuprins

Paralelogramul

D_1 Se numește paralelogram patrulaterul convex cu laturile opuse paralele.

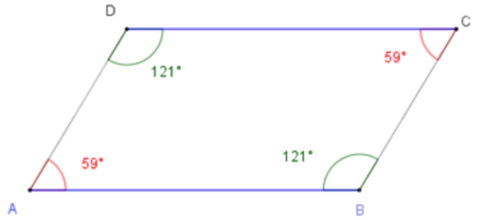
$$ABCD = paralelogram \Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

T_1 Un patrulater convex este paralelogram dacă și numai dacă *laturile opuse sunt congruente două câte două.*

$$ABCD = paralelogram \Leftrightarrow \begin{cases} AB \equiv CD \\ AD \equiv BC \end{cases}$$

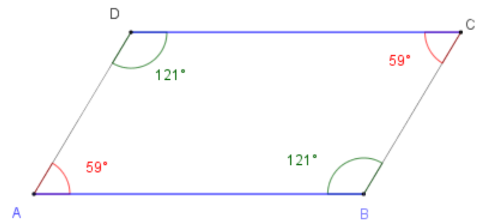
T_2 Un patrulater convex este paralelogram dacă și numai dacă *unghiurile opuse sunt congruente două câte două.*

$$ABCD = paralelogram \Leftrightarrow \begin{cases} \sphericalangle A \equiv \sphericalangle C \\ \sphericalangle B \equiv \sphericalangle D \end{cases}$$



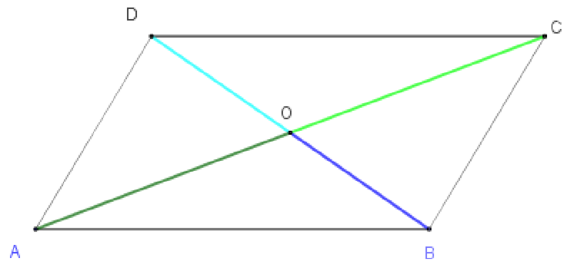
T$_3$ Un patrulater convex este paralelogram dacă și numai dacă *oricare două unghiuri alăturate sunt suplementare.*

$$ABCD = paralelogram \Leftrightarrow \begin{cases} \sphericalangle A + \sphericalangle B = 180° \\ și \\ \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180° \\ și \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \end{cases}$$



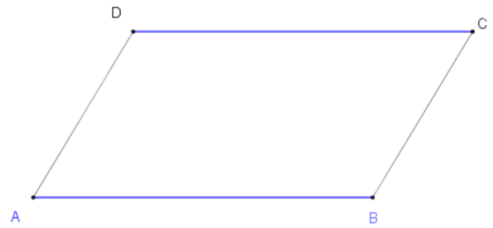
T$_4$ Un patrulater convex este paralelogram dacă și numai dacă *diagonalele se înjumătățesc (au același mijloc).*

$$ABCD = paralelogram \Leftrightarrow \begin{cases} AO \equiv OC \\ BO \equiv OD \end{cases}$$



T$_5$ Un patrulater convex este paralelogram dacă și numai dacă *două dintre laturile opuse sunt paralele și congruente.*

$$ABCD = paralelogram \Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB \equiv CD \end{cases}$$



Observații:

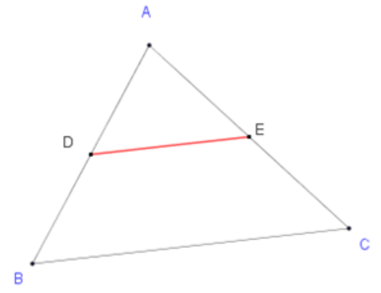
1. Dacă un patrulater este paralelogram, atunci:

- Laturile opuse sunt paralele și congruente.
- Unghiurile opuse sunt congruente, iar unghiurile alăturate sunt suplementare.
- Fiecare diagonală formează cu laturile opuse unghiuri congruente.
- Diagonalele se înjumătățesc (se taie în părți congruente – au același mijloc).
- Are un centru de simetrie (intersecția diagonalelor).

Linia mijlocie în triunghi

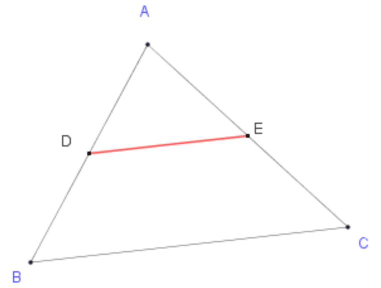
D_1 Se numește *linie mijlocie în triunghi* segmentul determinat (care unește) mijloacele a două laturi ale unui triunghi.

$$\begin{cases} D = mij\ AB \\ E = mij\ AC \end{cases} \Leftrightarrow DE = linie\ mijlocie$$



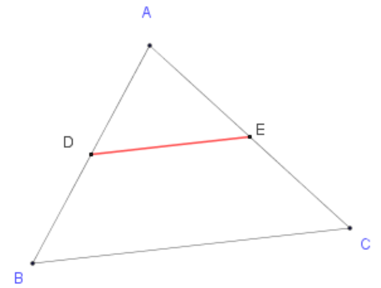
TLM *Linie mijlocie în triunghi* este paralelă cu a treia latură și are lungimea egală cu jumătate din lungimea acestei laturi.

$$\Delta ABC, DE = linie\ mijlocie \Rightarrow \begin{cases} DE \| BC \\ DE = \dfrac{BC}{2} \end{cases}$$



R_{TLM} În orice triunghi, paralela prin mijlocul unei laturi la una dintre laturi trece prin mijlocul celeilalte laturi (conține linia mijlocie).

$$\begin{cases} \Delta ABC, & D = mijloc\ AB \\ & DE \| BC \end{cases} \Rightarrow DE = linie\ mijlocie$$



Dreptunghiul

D_1 Se numește *dreptunghi* paralelogramul cu un unghi drept.

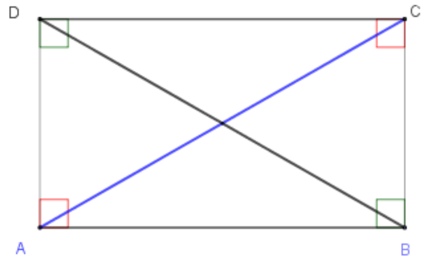
$$ABCD = dreptunghi \Leftrightarrow \begin{cases} ABCD = paralelogram \\ \sphericalangle A = 90° \end{cases}$$

Observații:

- Dreptunghiul are toate proprietățile paralelogramului:
  - Laturile opuse sunt paralele și congruente.
  - Unghiurile opuse sunt congruente, iar unghiurile alăturate sunt suplementare.
  - Fiecare diagonală formează cu laturile opuse unghiuri congruente.
  - Diagonalele se înjumătățesc (se taie în părți congruente - au același mijloc).
- Un dreptunghi are toate unghiurile drepte.
- În orice dreptunghi *diagonalele* sunt congruente.
- Dreptunghiul are un centru de simetrie (intersecția diagonalelor) și două axe de simetrie (mediatoarele laturilor).

T1 Un paralelogram este *dreptunghi* dacă și numai dacă are diagonalele congruente.

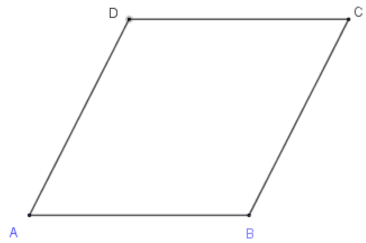
$$ABCD = dreptunghi \Leftrightarrow AC \equiv BD$$



Rombul

D_1 Se numește *romb* paralelogramul cu două laturi consecutive (alăturate) congruente.

$$ABCD = romb \Leftrightarrow \begin{cases} ABCD = paralelogram \\ AB \equiv BC \end{cases}$$

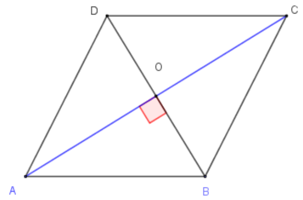


Observații:

- Rombul are toate proprietățile paralelogramului:
  - Laturile opuse sunt paralele și congruente.
  - Unghiurile opuse sunt congruente, iar unghiurile alăturate sunt suplementare.
  - Fiecare diagonală formează cu laturile opuse unghiuri congruente.
  - Diagonalele se înjumătățesc (se taie în părți congruente - au același mijloc).
- Un romb are toate laturile congruente.
- În orice romb *diagonalele* sunt perpendiculare.
- În orice romb *diagonalele* sunt bisectoare pentru unghiurile acestuia
- Rombul are un centru de simetrie (intersecția diagonalelor) și două axe de simetrie (diagonalele sale).

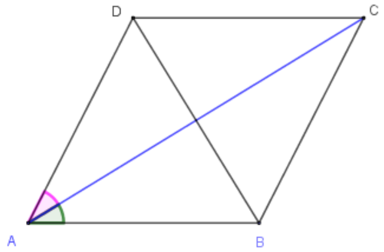
T_1 Un paralelogram este romb dacă și numai dacă are diagonalele perpendiculare.

$$ABCD = romb \iff \begin{cases} ABCD = paralelogram \\ AC \perp BD \end{cases}$$



T_2 Un paralelogram este *romb* dacă și numai dacă o diagonală este bisectoare pentru unul dintre unghiurile acestuia.

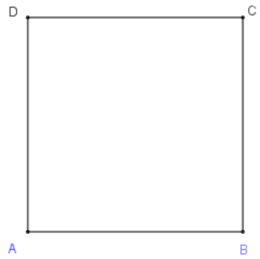
$$ABCD = romb \iff \begin{cases} ABCD = paralelogram \\ \sphericalangle CAB \equiv \sphericalangle CAD \end{cases}$$



Pătratul

D_1 Se numește *pătrat* paralelogramul care este și dreptunghi și romb.

$$ABCD = pătrat \iff \begin{cases} ABCD = dreptunghi \\ ABCD = romb \end{cases}$$



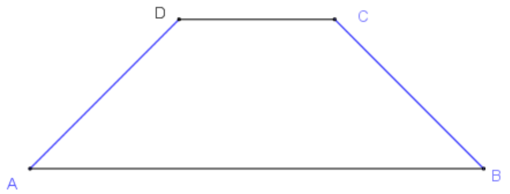
Observații:

- Pătratul are toate proprietățile dreptunghiului și ale rombului.
  - Unghiurile opuse sunt congruente.
  - Unghiurile alăturate sunt suplementare.
  - Diagonalele au același mijloc.
  - Diagonalele sunt congruente
  - Diagonalele sunt perpendiculare.
  - Diagonalele sunt bisectoare pentru unghiurile acestuia.
- Pătratul are un centru de simetrie (intersecția diagonalelor) și patru axe de simetrie (mediatoarele laturilor și diagonalele).

Trapezul

D1 Se numește trapez patrulaterul convex cu două laturi paralele și două laturi neparalele. Laturile paralele se numesc baze.

$$ABCD = trapez \Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \nparallel BC \end{cases}$$

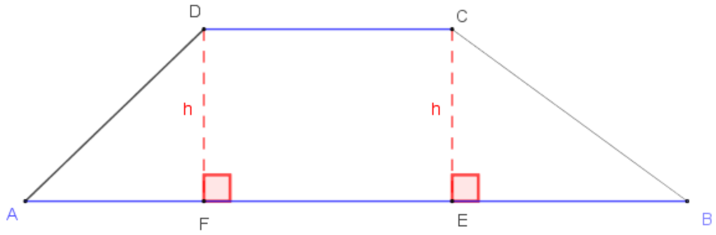


D2 Distanța dintre bazele trapezului se numește înălțime .

$$DF \perp AB \Longrightarrow DF \perp DC$$

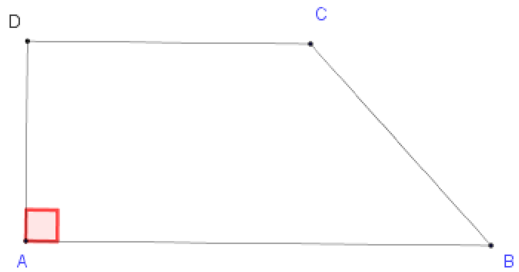
$$CE \perp AB \Longrightarrow CE \perp DC$$

$$h = DF = CE$$



D3 Se numește trapez dreptunghic trapezul care are o latură neparalelă perpendiculară pe baze.

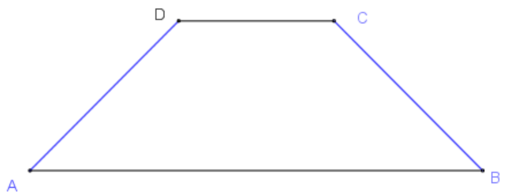
$$ABCD = trapez\ dreptunghic \Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \nparallel BC \\ AD \perp AB \\ \quad sau \\ AD \perp DC \end{cases}$$



$$h = AD$$

D4 Se numește trapez isoscel trapezul care are laturile neparalele congruente.

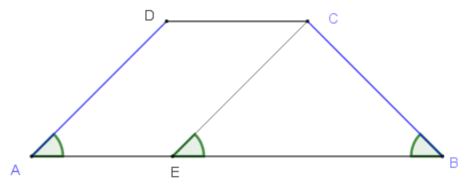
$$ABCD = trapez\ isoscel \Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \nparallel BC \\ AD \equiv BC \end{cases}$$



T1 Un trapez este isoscel dacă și numai dacă are unghiurile alăturate unei baze congruente.

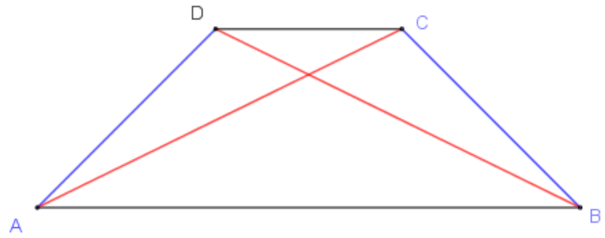
$ABCD = trapez$

$$ABCD\ isoscel \Leftrightarrow \begin{cases} \sphericalangle A \equiv \sphericalangle B \\ \sphericalangle C \equiv \sphericalangle D \end{cases}$$



T2 Un trapez este isoscel dacă și numai dacă are diagonalele congruente.

$ABCD = trapez$
$ABCD\ isoscel \Leftrightarrow AC \equiv BD$

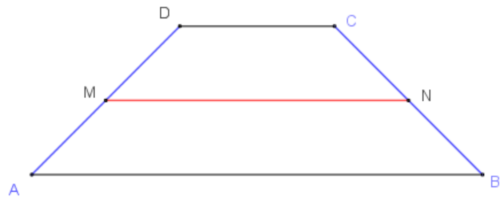


Linia mijlocie în trapez

D5 Se numește linia mijlocie a trapezului segmentul determinat de mijloacele laturilor neparalele.

$ABCD = trapez$
$AB \parallel CD$
$AD \nparallel BC$

$$MN = linie\ mijlocie \Leftrightarrow \begin{cases} M = mijloc\ AD \\ N = mijloc\ BC \end{cases}$$

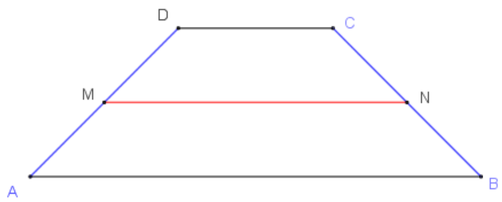


TLM (teorema liniei mijlocii)

Linia mijlocie a trapezului este paralelă cu bazele și are lungimea egală cu semisuma lungimilor bazelor.

$ABCD = trapez$

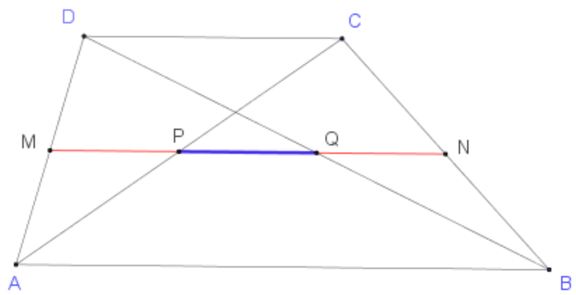
$$MN = linie\ mijlocie \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel AB \parallel CD \\ MN = \dfrac{AB + CD}{2} \end{cases}$$



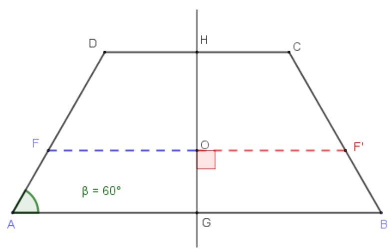
T3 Într-un trapez, segmentul determinat de mijloacele diagonalelor are lungimea egală cu semidiferența bazelor.

$ABCD = trapez$
P = mijlocul AC,
Q = mijlocul BD

$$PQ = \left|\frac{AB - CD}{2}\right|$$



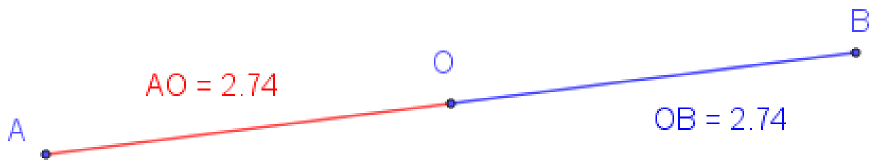
Observație:
Trapezul isoscel are o axa de simetrie și anume ***mediatoarea bazelor***.



Simetrii în paralelograme

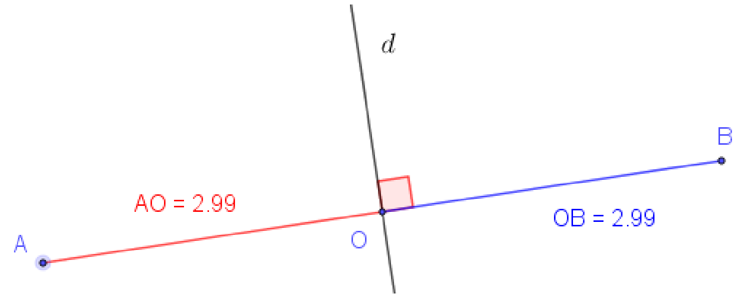
D1 Simetricul punctului A fata de O este un punct B astfel încât O este mijlocul segmentului AB.

$S_O A = B \Leftrightarrow O = mij\ AB$



D2 Simetricul unui punct A fata de o dreapta *d* este un punct B astfel încât d este mediatoarea segmentului AB.

$S_d A = B \Leftrightarrow d = mediatoare\ \ AB$



D3 Un punct *O* este centru de simetrie pentru o figură geometrica dacă simetricul oricărui punct al figurii, față de punctul *O*, aparține tot figurii.

Exemplu:

Mijlocul unui segment este centru de simetrie pentru segment.

D4 O dreaptă *d* este axă de simetrie pentru o figură geometrica dacă simetricul oricărui punct al figurii, față de dreapta *d*, aparține tot figurii.

Exemplu:

Mediatoarea unui segment este axă de simetrie pentru segment.

Observații:

a. ***Paralelogramul*** are un centru de simetrie (intersecția diagonalelor)
b. ***Dreptunghiul*** are un centru de simetrie (intersecția diagonalelor) și două axe de simetrie (mediatoarele laturilor).
c. ***Rombul*** are un centru de simetrie (intersecția diagonalelor) și două axe de simetrie (diagonalele sale).
d. ***Pătratul*** are un centru de simetrie (intersecția diagonalelor) și patru axe de simetrie (mediatoarele laturilor și diagonalele)
e. ***Trapezul isoscel*** are o axa de simetrie și anume mediatoarea bazelor.