Simon Muhr, Tobias Pennetzdorfer

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Binomialverteilung:

Wir betrachten eine binomialverteilte Zufallsvariable X mit den Parametern $n = 20$ und $p = 0{,}05$.

Wir wollen $P(X = 3)$ berechnen.

1. Der Befehl $dbinom(k, n, p)$ berechnet die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Wert k bei einem Stichprobenumfang n und Wahrscheinlichkeit p für den Eintritt eines Ereignisses. Es wird also der Wert $P(X = k)$ berechnet.
2. Eingabe des Befehls $dbinom(3{,}20{,}0.05)$ als mathematischen Ausdruck
3. Die Lösung erhält man durch Eingabe eines gewöhnlichen Gleichheitszeichens *[=]* und Bestätigung mit *[Enter]*.

$$\mathrm{dbinom}(3, 20, 0.05) = 0.06$$

Abbildung 1: Berechnung von $P(X = 3)$

Wir wollen $P(X < 3)$ berechnen.

1. Der Befehl $pbinom(k, n, p)$ berechnet die kumulierte Wahrscheinlichkeit für den Wert k bei einem Stichprobenumfang n und Wahrscheinlichkeit p für den Eintritt eines Ereignisses. Es wird also der Wert $P(X \leq k)$ berechnet.
2. Eingabe des Befehls $pbinom(2{,}20{,}0.05)$ als mathematischen Ausdruck
3. Die Lösung erhält man durch Eingabe eines gewöhnlichen Gleichheitszeichens *[=]* und Bestätigung mit *[Enter]*.

$$\mathrm{pbinom}(2, 20, 0.05) = 0.925$$

Abbildung 2: Berechnung von $P(X < 3)$

Wir wollen $P(X \geq 4)$ berechnen.

1. Hierfür gibt es keinen eigenen Befehl. Wir verwenden deshalb die Gegenwahrscheinlichkeit. Es gilt $P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$
2. Eingabe von $1 - pbinom(3{,}20{,}0.05)$ als mathematischen Ausdruck
3. Die Lösung erhält man durch Eingabe eines gewöhnlichen Gleichheitszeichens *[=]* und Bestätigung mit *[Enter]*.

$$1 - \mathrm{pbinom}(3, 20, 0.05) = 0.016$$

Abbildung 3: Berechnung von $P(X \geq 4)$

Normalverteilung:

Wir betrachten eine normalverteilte Zufallsvariable X mit den Parametern $\mu = 100$ und $\sigma = 5$.

Wir wollen $P(X \leq 90)$ berechnen.

1. Der Befehl $pnorm(x, \mu, \sigma)$ berechnet die kumulierte Wahrscheinlichkeit für den Wert x bei einem Mittelwert μ und einer Standardabweichung σ. Es wird also der Wert $P(X \leq x)$ berechnet.
2. Eingabe des Befehls $pnorm(90{,}100{,}5)$ als mathematischen Ausdruck
3. Die Lösung erhält man durch Eingabe eines gewöhnlichen Gleichheitszeichens *[=]* und Bestätigung mit *[Enter]*.

$$\mathrm{pnorm}(90, 100, 5) = 0.023$$

Abbildung 4: Berechnung von $P(X \leq 90)$

Die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 90)$ könnte wieder mit der Gegenwahrscheinlichkeit berechnet werden.

Wir wollen den einseitig nach oben abgegrenzten 99 %-Zufallsstreubereich berechnen.

1. Der Befehl $qnorm(p, \mu, \sigma)$ berechnet die inverse kumulierte Wahrscheinlichkeit für die Wahrscheinlichkeit p. Es wird also jener x-Wert berechnet, für den gilt: $P(X \leq x) = p$.
2. Eingabe des Befehls $qnorm(0.99{,}100{,}5)$ als mathematischen Ausdruck
3. Die Lösung erhält man durch Eingabe eines gewöhnlichen Gleichheitszeichens *[=]* und Bestätigung mit *[Enter]*.

$$\mathrm{qnorm}(0.99, 100, 5) = 111.632$$

Abbildung 5: Berechnung des x-Wertes für den gilt $P(X \leq x) = 0.99$

Darstellung der Verteilungsfunktion und der Dichtefunktion:

Wir wollen die Verteilungsfunktion und die Dichtefunktion der normalverteilten Zufallsvariable aus dem vorherigen Beispiel darstellen (Bild auf der nächsten Seite).

1. Einfügen eines *X-Y-*$Diagramms$ (*X-Y-*$Plot$) aus der Symbolleiste „Diagramm“ („Graph“).
2. Trage in die mittlere Eingabemöglichkeit der x-Achse die Variable x ein und in die mittlere Eingabemöglichkeit der y-Achse den Befehl $dnorm(x, 100{,}5)$. Mit *[TAB]* kann man zwischen den Eingabemöglichkeiten wechseln. Trage für den Wertebereich der x-Achse die Werte 80 und 120 in die noch freien Eingabemöglichkeiten auf der x-Achse ein. Für die y-Achse trägst du die Werte 0 und 0.1 ein
3. Bestätige die Eingaben mit *[Enter]*.
4. Das Diagramm kannst du nun vergrößern, indem du in das Diagramm klickst und den schwarzen Punkt am rechten unteren Eck des Diagramms ziehst.
5. Doppelklicke in das Diagramm und aktiviere „Zweite Y-Achse aktivieren“ („Enable secondary Y axis“). Bestätige mit OK.
6. Trage in die mittlere Eingabemöglichkeit der zweiten y-Achse den Befehl $pnorm(x, 100{,}5)$ ein und bestätige mit *[Enter]*.

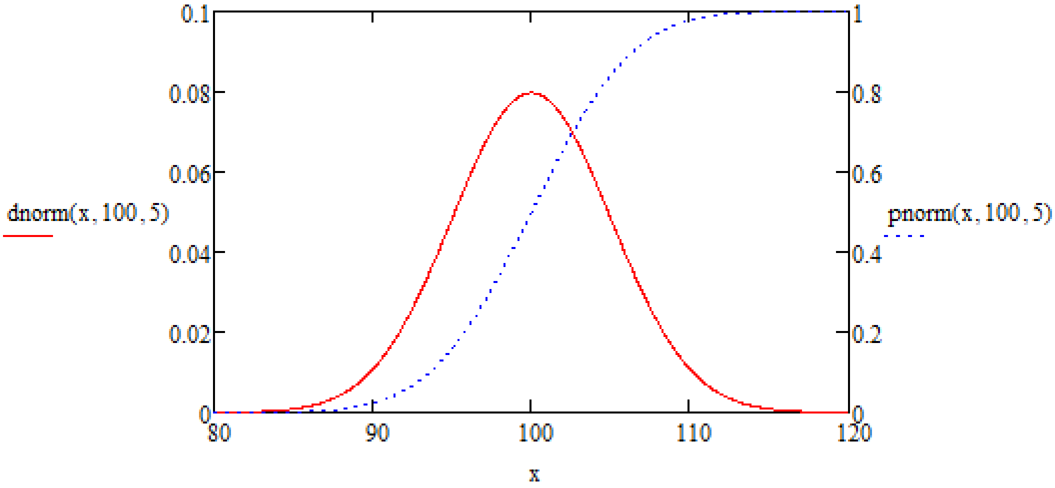

Abbildung 6: Darstellung der Verteilungsfunktion und der Dichtefunktion

Beispiele:

Beispiel 1:

Bei einem Spielautomaten gewinnt man in 30 % aller Spiele. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man bei 10 Spielen

- genau 4 mal gewinnt?
- mindestens 5 mal gewinnt?

Beispiel 2:

Der elektrische Widerstand eines elektronischen Bauteils ist annähernd normalverteilt mit $\mu = 1000\ \Omega$ und $\sigma = 40\ \Omega$.

- Berechne, wie viele dieser Bauteile erwartungsgemäß einen Mindestwert von 950 Ω einhalten.
- Ermittle den 95 %-Zufallsstreubereich der Widerstandswerte.