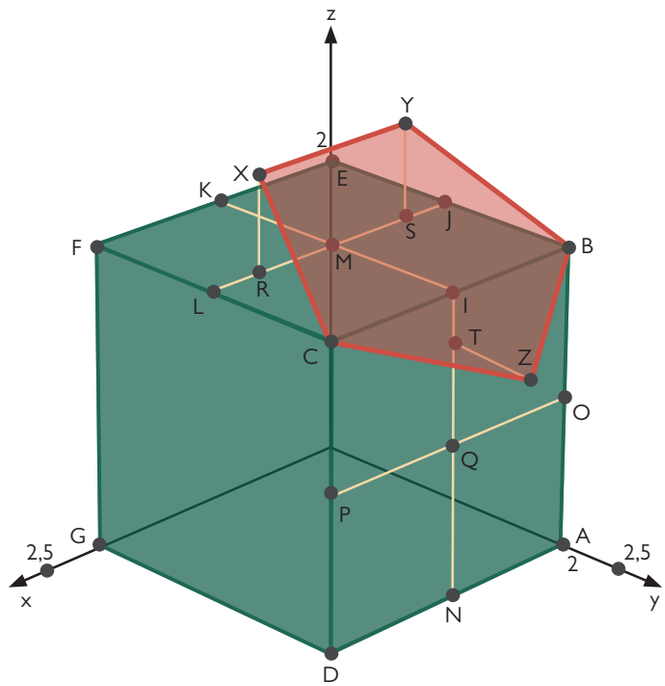
CONSTRUÇÃO DO DODECAEDRO REGULAR A PARTIR DE UM CUBO

José Aparecido Sousa Santos

INTRODUÇÃO

Na famosa obra, *Os Elementos*, o matemático grego Euclides, no livro XIII, proposição 17, apresenta uma construção do dodecaedro regular que fascina qualquer amante da geometria. Euclides inicia a construção a partir de duas faces adjacentes de um cubo. A divisão dos segmentos *ML*, *MJ* e *QI* em média e extrema razão nos pontos *R*, *S* e *T* é, sem dúvida, intrigante.



> Na antiguidade, a divisão de um segmento em média e extrema razão tornou-se tão familiar que era conhecida simplesmente como "seção", em qualquer qualificativo. O nome "divisão áurea" lhe foi dado por Kepler (1571-1630), que escreveu: 'A Geometria possui dois grandes tesouros: um é o Teorema de Pitágoras; o outro, a divisão de um segmento em média e extrema razão. Podemos comparar o primeiro a uma porção de ouro e o segundo a uma joia preciosa'. [ÁVILA, 1985]

Em seguida, são construídos os segmentos *RX*, *SY* e *TZ* perpendiculares às faces do cubo, todos congruentes entre si ao maior segmento resultante da divisão áurea. Com isso, o matemático grego demonstra que o pentágono *XYBZC* é regular. De modo análogo, são construídas as outras onze faces do dodecaedro regular. Neste artigo, abordaremos a construção do dodecaedro regular a partir de um cubo com os elementos definidos na geometria analítica e, em seguida, apresentamos o passo a passo da construção com a utilização do software GeoGebra.

DODECAEDRO REGULAR A PARTIR DE UM CUBO

Inicialmente, considere um cubo de vértices $A = (0, 2, 0)$, $B = (0, 2, 2)$, $C = (2, 2, 2)$, $D = (2, 2, 0)$, $E = (0, 0, 2)$, $F = (2, 0, 2)$, $G = (2, 0, 0)$ e $H = (0, 0, 0)$. Sejam *J*, *K*, *L*, *I*, *M*, *P*, *O* e *Q* os pontos médios das arestas *BE*, *EF*, *FC*, *BC*, *JL*, *CD*, *AB* e *NI*, respectivamente. Como os pontos *R*, *S* e *T* dividem, respectivamente, os segmentos unitários *ML*, *MJ* e *QI* em média e extrema razão, temos: $MR = MS = QT = \varphi$, onde $\varphi = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$.