En los siguientes incisos determine la matriz de transición de B_1 a B_2.

a) $B_1 = \{(1,0),(0,1)\}$, $B_2 = \{(2,4),(1,3)\}$
Solución:

$$[B_2/B_1] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & | & 1 & 0 \\ 4 & 3 & | & 0 & 1 \end{bmatrix} [-2f_1 + f_2 \to f_2] \sim \begin{bmatrix} 2 & 1 & | & 1 & 0 \\ 0 & 1 & | & -2 & 1 \end{bmatrix} [-f_2 + f_1 \to f_1] \sim$$
$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & | & 3 & -1 \\ 0 & 1 & | & -2 & 1 \end{bmatrix} [\tfrac{1}{2} f_1 \to f_1] \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & | & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto

$$\mathrm{P}_{B_1 \to B_2} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$B_1 = \{(2,4),(-1,3)\}$, $B_2 = \{(1,0),(0,1)\}$
Solución:

$$[B_2/B_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & 2 & -1 \\ 0 & 1 & | & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto

$$\mathrm{P}_{B_1 \to B_2} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$B_1 = \{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$, $B_2 = \{(1,3,-1),(2,7,-4),(2,9,-7)\}$
Solución:

$$[B_2/B_1] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & |1 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 9 & |0 & 1 & 0 \\ -1 & -4 & -7 & |0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3f_1 + f_2 \to f_2 \\ f_1 + f_3 \to f_3 \end{bmatrix} \sim$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & | & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2f_2 + f_1 \to f_1 \\ 2f_2 + f_3 \to f_3 \end{bmatrix} \sim$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & | & 7 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -5 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4f_3 + f_1 \to f_1 \\ -3f_3 + f_2 \to f_2 \end{bmatrix} \sim$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -13 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & | & 12 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & | & -5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto

$$\mathrm{P}_{B_1 \to B_2} = \begin{bmatrix} -13 & 6 & 4 \\ 12 & -5 & -3 \\ -5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$B_1 = \{(3,4,0),(-2,-1,1),(1,0,-3)\},\ B_2 = \{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$
Solución:

$$\begin{bmatrix} B_2/B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto

$$\mathrm{P}_{B_1 \to B_2} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$